Chapitre 2.5b – Les dioptres sphériques multiples

L'usage d'image intermédiaire

Nous avons discuté dans les sections précédentes qu'un objet (point de départ d'un faisceau de lumière) peut former une image (point d'arrivée d'un faisceau de lumière) après une déviation sur un miroir en réflexion ou un dioptre en réfraction. Cependant, comment peut-on déterminer la position d'une image par rapport à un observateur (position de l'œil) si deux déviations seront réalisées par le faisceau avant d'être observé ? Pour régler ce problème, nous devrons utiliser le concept <u>d'image intermédiaire</u>.

Supposons la situation où le faisceau doit effectuer deux déviations avant d'être observé :

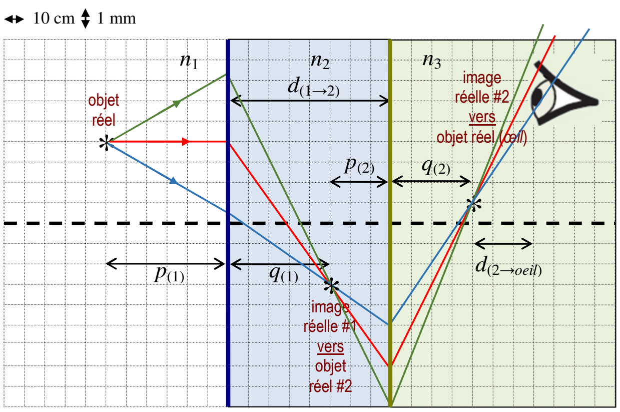


Image intermédiaire interprétée comme un objet réel pour la 2e déviation :
$p_{(1)} > 0$, $q_{(1)} > 0$ et $p_{(2)} > 0$, $q_{(2)} > 0$

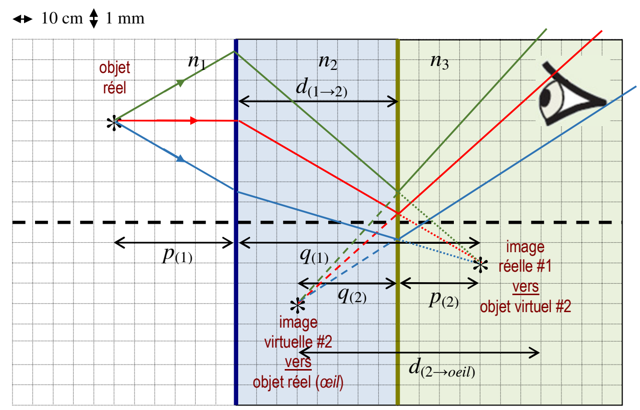


Image intermédiaire interprétée comme un objet virtuel pour la 2e déviation :
$p_{(1)} > 0$, $q_{(1)} > 0$ et $p_{(2)} < 0$, $q_{(2)} < 0$

1- Effectuer une 1re déviation du faisceau sur le dioptre #1 afin d'évaluer la position de l'image intermédiaire $q_{(1)}$ et sa hauteur $y_{i(1)}$ à l'aide des équations

$$\frac{n_1}{p_{(1)}} + \frac{n_2}{q_{(1)}} = \frac{n_2 - n_1}{R_{(1)}} \quad \text{et} \quad \frac{y_{i(1)}}{y_{o(1)}} = -\frac{n_1}{n_2}\frac{q_{(1)}}{p_{(1)}} \ .$$

2- Évaluer la position de l'objet $p_{(2)}$ à partir de la distance $d_{(1\to2)}$ entre le dioptre #1 et le dioptre #2 et de la position de l'image intermédiaire $q_{(1)}$ à l'aide de l'équation

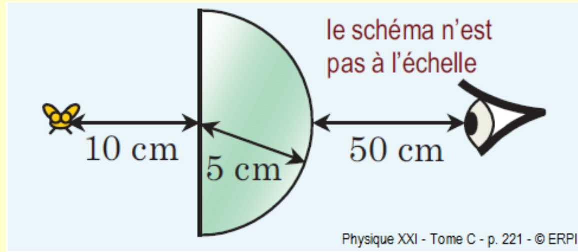
$$p_{(2)} = d_{(1\to2)} - q_{(1)} \ .$$

3- Effectuer une 2e déviation du faisceau sur le dioptre #2 afin d'évaluer la position de l'image finale $q_{(2)}$ et sa hauteur $y_{i(2)}$ à l'aide des équations

$$\frac{n_2}{p_{(2)}} + \frac{n_3}{q_{(2)}} = \frac{n_3 - n_2}{R_{(2)}} \quad \text{et} \quad \frac{y_{i(2)}}{y_{o(2)}} = -\frac{n_2}{n_3}\frac{q_{(2)}}{p_{(2)}} \ .$$

4- Évaluer la distance $d_{(2\to oeil)}$ entre l'image finale $q_{(2)}$ et l'œil.

Situation 2 : ***Un hémisphère de verre.*** Béatrice observe une mouche à travers un hémisphère de verre flint (n = 1,66) de 5 cm de rayon. La mouche est sur l'axe optique, à 10 cm de la face plane de l'hémisphère ; l'œil de Béatrice est également sur l'axe optique, à 50 cm de la face bombée de l'hémisphère. On désire déterminer **(a)** la distance entre l'image de la mouche et l'œil de Béatrice et **(b)** le grandissement linéaire total.

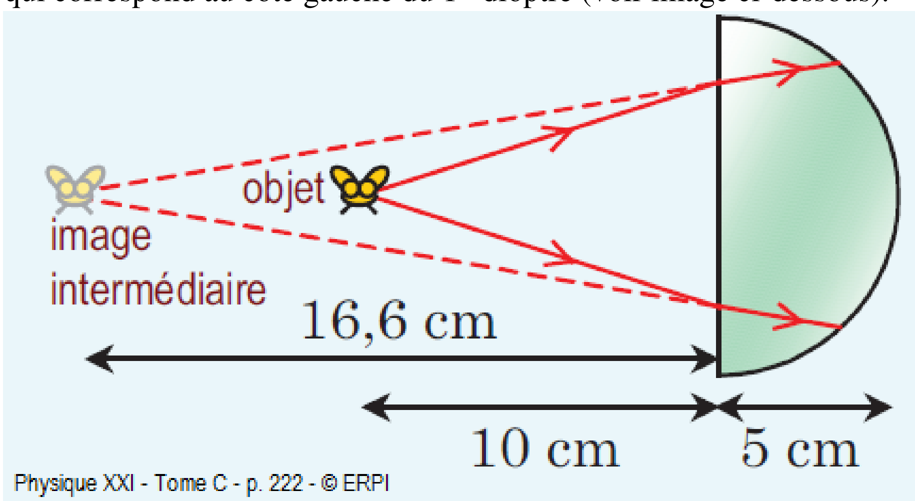


Évaluons la position de l'image intermédiaire :

$$\frac{n_1}{p_{(1)}} + \frac{n_2}{q_{(1)}} = \frac{n_2 - n_1}{R_{(1)}} \quad \Rightarrow \quad \frac{(1)}{(10\,\text{cm})} + \frac{(1{,}66)}{q_{(1)}} = \frac{(1{,}66) - (1)}{(\infty)} \qquad (\, p_{(1)} = 10\,\text{cm}\,,\, R_{(1)} = \infty \,)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{q_{(1)} = -16{,}6\,\text{cm}}$$

Puisque $q_{(1)} = -16{,}6\,\text{cm} < 0$, nous avons une image #1 virtuelle, donc du « mauvais côté » de la transmission ce qui correspond au côté gauche du 1$^{\text{er}}$ dioptre (voir image ci-dessous).



Évaluons le grandissement linéaire de cette déviation #1 :

$$g_{(1)} = -\frac{n_1}{n_2}\frac{q_{(1)}}{p_{(1)}} \quad \Rightarrow \quad g_{(1)} = -\frac{(1)}{(1{,}66)}\frac{(-16{,}6\,\text{cm})}{(10\,\text{cm})}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{g_{(1)} = 1}$$

À partir de notre image intermédiaire $q_{(1)} = -16{,}6\,\text{cm}$, évaluons la position de notre objet $p_{(2)}$ sachant qu'il y a une distance $d_{(1\to 2)} = 5\,\text{cm}$ entre le dioptre plan et le dioptre sphérique concave :

$$p_{(2)} = d_{(1\to 2)} - q_{(1)} \quad \Rightarrow \quad p_{(2)} = (5\,\text{cm}) - (-16{,}6\,\text{cm})$$

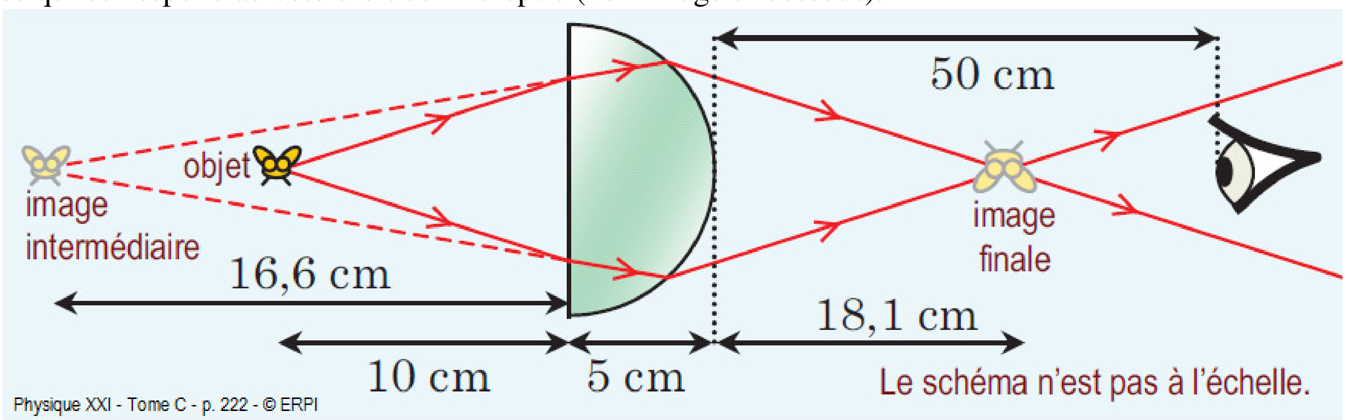
$$\Rightarrow \quad \boxed{p_{(2)} = 21{,}6\ \text{cm}} \text{ (objet réel pour le 2}^{\text{e}}\text{ dioptre)}$$

Évaluons la position de notre image finale correspondant à l'image du 2e dioptre :

$$\frac{n_1}{p_{(2)}}+\frac{n_2}{q_{(2)}}=\frac{n_2-n_1}{R_{(2)}} \quad\Rightarrow\quad \frac{(1{,}66)}{(21{,}6\,\text{cm})}+\frac{(1)}{q_{(2)}}=\frac{(1)-(1{,}66)}{(-5\,\text{cm})} \qquad (\,p_{(2)}=21{,}6\,\text{cm}\,,R_{(2)}=-5\ \text{cm}\,)$$

$$\Rightarrow\quad \boxed{q_{(2)}=18{,}13\ \text{cm}}$$

Puisque $q_{(2)}=18{,}13\,\text{cm}>0$, nous avons une image #2 réelle, donc du « bon côté » de la transmission ce qui correspond au côté droit du 2e dioptre (voir image ci-dessous).



À partir de notre image intermédiaire $q_{(2)}=18{,}13\,\text{cm}$, évaluons la position de notre objet $p_{(3)}$ sachant qu'il y a une distance $d_{(2\to 3)}=50\,\text{cm}$ entre le dioptre sphérique concave et l'œil :

$$p_{(3)}=d_{(2\to 3)}-q_{(2)} \quad\Rightarrow\quad p_{(3)}=(50\,\text{cm})-(18{,}13\,\text{cm})$$

$$\Rightarrow\quad \boxed{p_{(3)}=31{,}87\ \text{cm}} \qquad \textbf{(a)}$$

Évaluons le grandissement linéaire de cette déviation #2 :

$$g_{(2)}=-\frac{n_1}{n_2}\frac{q_{(2)}}{p_{(2)}} \quad\Rightarrow\quad g_{(2)}=-\frac{(1{,}66)}{(1)}\frac{(18{,}13\,\text{cm})}{(21{,}6\,\text{cm})}$$

$$\Rightarrow\quad \boxed{g_{(2)}=-1{,}393}$$

Évaluons le grandissement linéaire total des deux déviations combinées :

$$g=g_{(1)}g_{(2)} \quad\Rightarrow\quad g=(1)(-1{,}393)$$

$$\Rightarrow\quad \boxed{g=-1{,}393} \qquad \textbf{(b)}$$

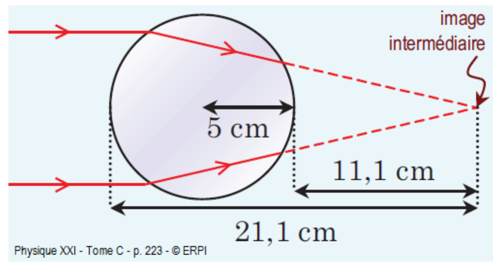
Situation 3 : *Une sphère de glace.* Lors d'une expédition dans le Grand Nord du Québec, Albert désire utiliser une sphère de glace (n = 1,31) de 5 cm de rayon pour allumer un feu à l'aide des rayons du Soleil. On désire déterminer quelle doit être la distance optimale entre le matériau combustible et la surface de la sphère.

Évaluons la position de l'image intermédiaire :

$$\frac{n_1}{p_{(1)}} + \frac{n_2}{q_{(1)}} = \frac{n_2 - n_1}{R_{(1)}} \quad \Rightarrow \quad \frac{(1)}{(\infty)} + \frac{(1{,}31)}{q_{(1)}} = \frac{(1{,}31)-(1)}{(5\,\text{cm})} \qquad (\,p_{(1)} = \infty\,, R_{(1)} = 5\,\text{cm}\,)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{q_{(1)} = 21{,}13\ \text{cm}}$$

Puisque $q_{(1)} = 21{,}13\,\text{cm} > 0$, nous avons une <u>image #1 réelle</u>, donc du « bon côté » de la transmission ce qui correspond au côté droit du 1er dioptre (voir image ci-contre).



À partir de notre image intermédiaire $q_{(1)} = 21{,}13\,\text{cm}$, évaluons la position de notre objet $p_{(2)}$ sachant qu'il y a une distance $d_{(1\to 2)} = 10\,\text{cm}$ entre le dioptre sphérique convexe et le dioptre sphérique concave :

$$p_{(2)} = d_{(1\to 2)} - q_{(1)} \quad \Rightarrow \quad p_{(2)} = (10\,\text{cm}) - (21{,}13\,\text{cm})$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{p_{(2)} = -11{,}13\ \text{cm}}$$ (objet virtuel pour le 2e dioptre)

Évaluons la position de notre image finale correspondant à l'image du 2e dioptre :

$$\frac{n_1}{p_{(2)}} + \frac{n_2}{q_{(2)}} = \frac{n_2 - n_1}{R_{(2)}} \quad \Rightarrow \quad \frac{(1{,}31)}{(-11{,}13\,\text{cm})} + \frac{(1)}{q_{(2)}} = \frac{(1)-(1{,}31)}{(-5\,\text{cm})} \qquad (\,p_{(2)} = -11{,}13\,\text{cm}\,, R_{(2)} = -5\ \text{cm}\,)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{q_{(2)} = 5{,}465\ \text{cm}}$$

Puisque $q_{(2)} = 5{,}465\,\text{cm} > 0$, nous avons une image #2 réelle, donc du « bon côté » de la transmission ce qui correspond au côté droit du 2e dioptre (voir image ci-dessous).