Ondes et physique moderne

Pré requis : Section 5.7

Le détecteur de fumée

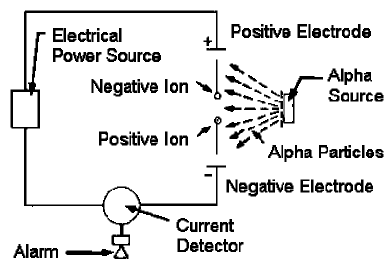
Un détecteur de fumée à ionisation fonctionne grâce à la désintégration[1] d'américium 241 produisant une particule de neptunium 237, une particule alpha (noyau d'hélium) et des photons :

$$^{241}_{95}\mathrm{Am} \rightarrow {}^{237}_{93}\mathrm{Np} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} + \gamma$$

http://www.redmen.com.au/smoke-alarms.php

Le circuit électrique du détecteur fonctionne de la façon suivante :

Une pile de 9V alimente un circuit fermé à l'aide d'une chambre à ionisation. Cette chambre contenant deux électrodes séparées par une couche d'air qui est isolante si l'air peu ionisé et conductrice lorsque l'air est fortement ionisé. Le rôle de l'américium est d'irradier la couche d'air de particules alpha qui ionisera l'air et fera circuler un courant adéquat dans le circuit.



http://nasdonline.org/document/247/d000048/residential-fire-detection.html

En présence de fumée, une fraction des particules alpha est absorbée par la fumée réduisant ainsi l'ionisation de l'air la rendant moins conductrice. Le détecteur déclenche alors l'alarme, car le courant en circulation dans le circuit est plus bas que le seuil acceptable.

Dans un détecteur neuf, le taux de désintégration de l'américium est initialement de 37 kBq et ce taux diminue de 5 Bq dans les 30 jours suivants.

a) Quelle est la demi-vie des atomes d'américium **en années** ?

b) Quelle est la masse initiale de l'échantillon d'américium à l'intérieur du détecteur **en gramme** sachant que la masse atomique[2] de l'atome est de $241{,}06$ u ?

c) Sachant que l'alarme du détecteur est déclenchée lorsqu'il y a une réduction de 4 % du taux initial de radiation en particules alpha dans la chambre d'ionisation (parce qu'il y a de la fumée ou que l'échantillon est moins actif), combien **d'années** un échantillon initial d'américium peut être utilisé dans un détecteur (en supposant que le circuit électrique préserve ses propriétés dans le temps) ?

---

[1] Ceci représente le scénario le plus fréquent. Il est à noter que cette désintégration produit une perte d'énergie dont 1% prend la forme de rayonnement gamma.

[2] $1\ \mathrm{u} = 1{,}660539 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$

Solution :

Évaluons la constante de désintégration des atomes d'américium à partir de la loi de la désintégration radioactive :

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{R}{\lambda}\right) = \left(\frac{R_0}{\lambda}\right) e^{-\lambda t}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{R}{R_0} = e^{-\lambda t}$$

$$\Rightarrow \quad \ln\left(\frac{R}{R_0}\right) = -\lambda t$$

$$\Rightarrow \quad \ln\left(\frac{36\,995}{37\,000}\right) = -\lambda\left(30\text{ jours} \times \frac{24\text{ h}}{1\text{ jour}} \times \frac{60\times 60\text{ s}}{1\text{ h}}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\lambda = 5{,}2139\times 10^{-11}\text{ s}^{-1}}$$

Évaluons le temps de demi-vie[3] :

$$T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\left(5{,}2139\times 10^{-11}\text{ s}^{-1}\right)} \times \left(\frac{1\text{ h}}{60\times 60\text{ s}} \times \frac{1\text{ jour}}{24\text{ h}} \times \frac{1\text{ an}}{365{,}25\text{ jours}}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{T_{1/2} = 421{,}3\ \text{ ans}} \qquad \text{(a)}$$

Évaluons le nombre d'atome d'américium initialement dans le détecteur :

$$R = \lambda N \quad \Rightarrow \quad (37\,000) = \left(5{,}2139\times 10^{-11}\right) N$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{N = 7{,}0964\times 10^{14}\text{ atomes}}$$

Évaluons la masse de l'échantillon initial :

$$m = M\,N \quad \Rightarrow \quad m = \left(\frac{241{,}06\text{ u}}{\text{atome}} \times \frac{1{,}660\,539\times 10^{-27}\text{ kg}}{1\text{ u}}\right)\left(7{,}0964\times 10^{14}\text{ atomes}\right)$$

$$\Rightarrow \quad m = 2{,}8406\times 10^{-10}\text{ kg}$$

$$\Rightarrow \quad m = 2{,}8406\times 10^{-7}\text{ g}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{m = 0{,}28406\ \ \mu\text{g}} \qquad \textbf{(b)}$$

[3] La valeur théorique reconnue est de 432,2 ans.

Ondes et physique moderne

Pré requis : Section 5.7

Évaluons le temps requis pour désintégrer 4% de notre échantillon d'origine ce qui réduirait automatiquement de 4 % le taux de radiation en particules alpha de l'échantillon, car $R = \lambda N$:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad \Rightarrow \quad (0{,}96\, N_0) = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\Rightarrow \quad 0{,}96 = e^{-\lambda t}$$

$$\Rightarrow \quad \ln(0{,}96) = -\lambda t$$

$$\Rightarrow \quad \ln(0{,}96) = -\left(5{,}2139 \times 10^{-11}\right) t$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{t = 7{,}829455 \times 10^{8}\ \mathrm{s}}$$

$$\Rightarrow \quad t = 7{,}829455 \times 10^{8}\ \mathrm{s} \times \frac{1\,\mathrm{h}}{60 \times 60\,\mathrm{s}} \times \frac{1\,\mathrm{jour}}{24\,\mathrm{h}} \times \frac{1\,\mathrm{an}}{365{,}25\ \mathrm{jours}}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{t = 24{,}8\ \ \mathrm{ans}}$$