

Ondes et physique moderne

Pré requis : Section 2.7

La lentille mince mystère

Un objet ponctuel est situé à 50 cm devant une lentille mince mystère de courbure sphérique. Avec le reflet de la lumière sur le premier côté de la lentille, il se forme une image virtuelle à une distance de 15 cm de la lentille. Si la lentille est située dans l'air, la lumière qui traverse la lentille forme une image réelle à une distance de 80 cm de la lentille. Si la lentille est située dans l'eau ($n_e = 1,33$), la lumière qui traverse la lentille forme une image virtuelle à une distance de 90 cm de la lentille.

Déterminez l'indice de réfraction de la lentille ainsi que la courbure des deux côtés de la lentille en précisant le type de courbure (convexe ou concave) ainsi que le rayon.

Solution :

Considérons que sur l'un des côtés, il y a une image qui se forme par réflexion :

$$\begin{aligned} \frac{1}{p} + \frac{1}{q} &= \frac{2}{R} & \Rightarrow & \frac{1}{p} + \frac{1}{(q_1)} = \frac{2}{R} \\ & & \Rightarrow & R = 2 \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q_1} \right)^{-1} \\ & & \Rightarrow & R = 2 \left(\frac{q_1 + p}{pq_1} \right)^{-1} \\ & \Rightarrow & & \boxed{R = 2 \frac{pq_1}{p + q_1}} \\ & \Rightarrow & & R = 2 \frac{(50 \text{ cm})(-15 \text{ cm})}{(50 \text{ cm}) + (-15 \text{ cm})} \\ & \Rightarrow & & \boxed{R = -42,86 \text{ cm}} \quad (\text{miroir : } \underline{\text{courbure convexe}}) \end{aligned}$$

Puisque la convention des signes est inversée entre la courbure d'un miroir et la courbure d'un dioptre sphérique, nous obtenons pour le côté A de notre lentille la courbure

$$R_A = -R = 42,86 \text{ cm} \quad \text{avec une courbure convexe.}$$

Ondes et physique moderne

Pré requis : Section 2.7

Considérons que dans l'air, il y a une image qui se forme par transmission :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = (n_L - 1) \left(\frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B} \right) \Rightarrow \frac{1}{p} + \frac{1}{q_2} = (n_L - 1) \left(\frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B} \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{(n_L - 1) \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q_2} \right)} = \left(\frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B} \right)}$$

Proposons la variable

$$A_2 = \frac{1}{p} + \frac{1}{q_2} = \frac{1}{(50\text{cm})} + \frac{1}{(80\text{cm})} = 0,0325 \text{ cm}^{-1}$$

afin de réduire notre expression à

$$\frac{1}{(n_L - 1)} A_2 = \left(\frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B} \right) \quad \text{où} \quad A_2 = 0,0325 \text{ cm}^{-1} .$$

Considérons que dans l'eau, il y a une image qui se forme par transmission :

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_L - n_1}{R_A} - \frac{n_L - n_2}{R_B} \Rightarrow \frac{(n_e)}{p} + \frac{(n_e)}{q_3} = \frac{n_L - (n_e)}{R_A} - \frac{n_L - (n_e)}{R_B}$$

$$\Rightarrow n_e \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q_3} \right) = (n_L - n_e) \left(\frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B} \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{n_e}{(n_L - n_e)} \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q_3} \right) = \left(\frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B} \right)}$$

Proposons la variable

$$A_3 = \frac{1}{p} + \frac{1}{q_3} = \frac{1}{(50\text{cm})} + \frac{1}{(-90\text{cm})} = 0,008889 \text{ cm}^{-1}$$

afin de réduire notre expression à

$$\frac{n_e}{(n_L - n_e)} A_3 = \left(\frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B} \right) \quad \text{où} \quad A_3 = 0,008889 \text{ m}^{-1} .$$

Égalisons nos deux équations de transmission précédentes pour obtenir

$$\frac{1}{(n_L - 1)} A_2 = \frac{n_e}{(n_L - n_e)} A_3 .$$

Ondes et physique moderne

Pré requis : Section 2.7

Isolons n_L afin d'obtenir l'indice de réfraction de la lentille mystère :

$$\begin{aligned} \frac{1}{(n_L - 1)} A_2 &= \frac{n_e}{(n_L - n_e)} A_3 &\Rightarrow (n_L - n_e) A_2 &= n_e (n_L - 1) A_3 \\ &&\Rightarrow n_L A_2 - n_e A_2 &= n_e n_L A_3 - n_e A_3 \\ &&\Rightarrow n_L A_2 - n_e n_L A_3 &= n_e A_2 - n_e A_3 \\ &&\Rightarrow n_L (A_2 - n_e A_3) &= n_e (A_2 - A_3) \\ &&\Rightarrow \boxed{n_L = n_e \frac{(A_2 - A_3)}{(A_2 - n_e A_3)}} \\ &&\Rightarrow n_L &= (1,33) \frac{((0,0325 \text{ cm}^{-1}) - (0,008889 \text{ cm}^{-1}))}{((0,0325 \text{ cm}^{-1}) - (1,33)(0,008889 \text{ cm}^{-1}))} \\ &&\Rightarrow \boxed{n_L = 1,519} \end{aligned}$$

Pour obtenir le 2^e rayon de courbure, utilisons l'équation de notre 1^{re} transmission en ajustant adéquatement le signe du rayon de courbure obtenu par réflexion :

$$\begin{aligned} \frac{1}{(n_L - 1)} A_2 &= \left(\frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B} \right) &\Rightarrow \frac{1}{R_B} &= \frac{1}{R_A} - \frac{1}{(n_L - 1)} A_2 \\ &&\Rightarrow R_B &= \left(\frac{1}{R_A} - \frac{1}{(n_L - 1)} A_2 \right)^{-1} \\ &&\Rightarrow R_B &= \left(\frac{1}{(42,86 \text{ cm})} - \frac{1}{((1,519) - 1)} (0,0325 \text{ cm}^{-1}) \right)^{-1} \\ &&\Rightarrow \boxed{R_B = -25,45 \text{ cm}} \end{aligned}$$

En conclusion, nous lentille mince mystère possède des rayons de courbure

$$R_A = 42,86 \text{ cm} \quad \text{et} \quad R_B = -25,45 \text{ cm}$$

(convexe) (concave)

avec un indice de réfraction

$$n_L = 1,519 \quad .$$