Ondes et physique moderne

Pré requis : Section 1.6

Le temps d'immobilisation

Un bloc de masse *m* égale 8 kg initialement immobile tombe d'une hauteur *h* inconnue sur un long ressort idéal non déformé dont la constante de rappel *k* est égale à 100 N/m.

Évaluez la hauteur *h* requise afin que le temps pour immobiliser le bloc sur le ressort depuis sa chute soit égal à 1 s.

Pour résoudre ce problème, vous avez deux options de disponible afin d'évaluer la hauteur *h* numériquement, car la solution ne peut pas être évaluée analytiquement.

1) Utiliser une feuille de calcul *Excel* afin d'évaluer la hauteur *h* numériquement. Imprimez votre feuille *Excel* et ajoutez une feuille indiquant l'ensemble des formules utilisez lors de vos calculs.

2) Vous pouvez programmer un logiciel en JAVA afin d'évaluer la hauteur *h* numériquement. Imprimez votre code et ajoutez une feuille indiquant l'ensemble des formules utilisez lors de vos calculs.

Solution :

Équation pour évaluer le temps de chute t_1 :

$$y = y_0 + v_{y0} t_1 + \frac{1}{2} a_y t_1^{\,2} \quad \Rightarrow \quad h = \frac{1}{2} g\, t_1^{\,2}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

Équation pour évaluer la compression du ressort à l'équilibre :

$$F_r - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad ke_{eq} - mg = 0 \qquad (F_r = ke)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{e_{eq} = \frac{mg}{k}}$$

Équation pour évaluer l'énergie E du système avec la convention $x = y = 0$ à l'équilibre :

$$E = K + U_g + U_r \quad \Rightarrow \quad E = mg\, y \qquad (K = U_r = 0)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{E = mg\left(h + e_{eq}\right)} \qquad (y = h + e_{eq})$$

Pré requis : Section 1.6

Équation pour évaluer l'amplitude A des oscillations avec la convention $x = y = 0$ à l'équilibre :

$$E = \frac{1}{2}k\left(A^2 + e_{\text{eq}}{}^2\right) \quad \Rightarrow \quad \boxed{A = \sqrt{\frac{2E}{k} - e_{\text{eq}}{}^2}}$$

Équation pour évaluer la fréquence naturelle des oscillations du système bloc-ressort :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Équation pour évaluer la constante de phase de l'oscillation avec $t_2 = 0$ au début du MHS :

$$x = A\sin(\omega t_2 + \phi) \quad \Rightarrow \quad x = A\sin(\phi) \qquad \text{(Début MHS à } t_2 = 0\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\phi = \pi - \sin^{-1}\left(\frac{e_{\text{eq}}}{A}\right)} \qquad \text{(2}^{\text{ième}}\text{ solution, vitesse négative)}$$

Équation pour évaluer le temps de avant l'immobilisation du bloc sur le ressort :

$$x = A\sin(\omega t_2 + \phi) \quad \Rightarrow \quad (-A) = A\sin(\omega t_2 + \phi) \qquad \text{(Position à l'immobilisation)}$$

$$\Rightarrow \quad -1 = \sin(\omega t_2 + \phi)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{3\pi}{2} = \omega t_2 + \phi$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{t_2 = \frac{1}{\omega}\left(\frac{3\pi}{2} - \phi\right)}$$

Équation pour satisfaire la contrainte du problème qui est le temps du mouvement total :

$$t_{\text{tot}} = t_1 + t_2$$

Itération :

Afin de résoudre la contrainte du temps total t_{tot}, il faut itérer sur le paramètre libre h qui sera la réponse au problème.

Vous pouvez obtenir $\boxed{h = 0{,}6772\ \text{m}}$ pour un temps $t_{\text{tot}} = 1{,}000005295\ \text{s}$ ce qui correspond à un pourcentage d'écart avec la valeur désirée de 1 s de $0{,}0005295\ \%$.