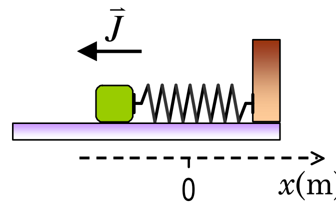
Ondes et physique moderne

Pré requis : Section 1.5

Oscillation du bloc frappé

Un bloc de 1,9 kg est attaché à un ressort dont la constante de rappel est égale à 125 N/m sur une surface horizontale sans frottement. L'autre extrémité du ressort est reliée à un mur. Le bloc est tiré au maximum du côté négatif de l'axe x à l'aide d'une force F de 38 N jusqu'à une position d'équilibre. Par la suite, on retire la force F et l'on appliquer instantanément une impulsion J de 3,2 Ns dans le sens négatif de l'axe x tel qu'illustré sur le schéma ci-contre à $t = 0$.



Écrivez **(a)** l'équation de la position $x(t)$ du bloc en mètres en fonction du temps à l'aide d'une fonction sinus en prenant $x = 0$ comme étant la position d'équilibre du système bloc-ressort et **(b)** la vitesse du bloc à $t = 4$ s **en m/s**.

Solution :

Évaluons la position d'équilibre à l'aide de la force F :

$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad ke - F = 0$$

$$\Rightarrow \quad (125)e - (38) = 0$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{e = 0,304 \text{ m}}$$

Évaluons la fréquence angulaire du système bloc-ressort :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{(125)}{(1,9)}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\omega_0 = 8,111 \text{ rad/s}}$$

Évaluons la quantité de mouvement initiale grâce à l'impulsion initiale :

$$p_{xf} = p_{xi} + J_x \quad \Rightarrow \quad p_{xf} = (0) + (3,2) \quad \Rightarrow \quad \boxed{p_{xf} = 3,2 \text{ Ns}}$$

Cette quantité de mouvement octroie une vitesse initiale de

$$v = \frac{p}{m} = \frac{(3,2\,\text{Ns})}{(1,9\,\text{kg})} = 1,684 \text{ m/s} \quad .$$

Pré requis : Section 1.5

Évaluons l'énergie cinétique initiale grâce à la quantité de mouvement initiale :

$$K = \frac{p^2}{2m} \quad \Rightarrow \quad K = \frac{(3,2)^2}{2(1,9)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{K = 2,695\ \text{J}}$$

Évaluons l'énergie potentielle du ressort initiale :

$$U_r = \frac{1}{2}ke^2 \quad \Rightarrow \quad U_r = \frac{1}{2}(125)(0,304)^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_r = 5,776\ \text{J}}$$

Évaluons l'amplitude des oscillations à l'aide de l'énergie totale initiale :

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \quad \Rightarrow \quad K + U_r = \frac{1}{2}kA^2$$

$$\Rightarrow \quad A = \sqrt{\frac{2(K+U_r)}{k}}$$

$$\Rightarrow \quad A = \sqrt{\frac{2((2,695)+(5,776))}{(125)}}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{A = 0,368\ \text{m}}$$

L'équation $x(t)$ du MHS du bloc sera $x(t) = A\sin(\omega_0 t + \phi)$ et prendra la forme de

$$x(t) = 0,368\sin(8,111t + \phi)$$

Pour évaluer notre constante de phase ϕ, simplifions notre équation de la position avec la condition initiale pour $t = 0$ qui est $x_0 = -e$ et $v_{x0} > 0$ en raison du sens de l'impulsion initiale :

$$x(t) = 0,368\sin(8,111t + \phi) \quad \Rightarrow \quad (-0,304) = 0,368\sin(8,111(0) + \phi) \quad \text{(Remplacer pour } t = 0\text{)}$$

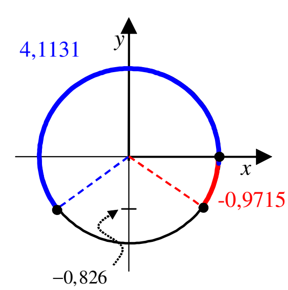
$$\Rightarrow \quad \boxed{\sin(\phi) = -0,826} \quad \text{(Simplification)}$$

Obtenons les constantes de phase admissibles :

$$\sin(\phi) = -0,826 \quad \Rightarrow \quad \phi = \arcsin(-0,826)$$

$$\Rightarrow \quad \phi = \{\ldots,\ -0,9715,\ 4,1131,\ \ldots\}$$

P.S. Calculatrice : $\phi = -0,9715$ rad



Ondes et physique moderne

Pré requis : Section 1.5

Évaluons la vitesse $v_x = A\omega\cos(\omega t + \phi)$ à $t = 0$ avec les deux constantes de phase à solution distincte :

- $v_x = (0{,}368)(8{,}111)\cos((8{,}111)(0) + (-0{,}9715))$ $\Rightarrow$ $\boxed{v_x = 1{,}684 \text{ m/s}}$
- $v_x = (0{,}368)(8{,}111)\cos((8{,}111)(0) + (4{,}1131))$ $\Rightarrow$ $\boxed{v_x = -1{,}684 \text{ m/s}}$

Puisque le bloc est lancé dans le <u>sens négatif de l'axe *x*</u>, nous choisissons la constante de phase suivante :

$$\phi = 4{,}1131 \text{ rad}$$

Ainsi, nous obtenons l'équation du mouvement $x(t)$ suivante :

$$x(t) = 0{,}368 \sin(8{,}111t + 4{,}1131)$$

Évaluons maintenant la vitesse du bloc à $t = 4 \text{ s}$:

$$v_x = A\omega\cos(\omega t + \phi) \quad \Rightarrow \quad v_x = (0{,}368)(8{,}111)\cos((8{,}111)t + (4{,}1131))$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{v_x = 2{,}985\cos(8{,}111t + 4{,}1131)}$$

$$\Rightarrow \quad v_x(t=4) = 2{,}985\cos(8{,}111(4) + 4{,}1131)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{v_x(t=4) = 1{,}241 \text{ m/s}}$$