

Chapitre 5.3 – Le générateur linéaire

Force électrique et force magnétique

Les forces reliées à la propriété de la charge électrique sont les suivantes :

- Force électrique : $\vec{F}_e = q\vec{E}$ (Force appliquée par le champ électrique \vec{E})
- Force magnétique : $\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B}$ (Force appliquée par le champ magnétique \vec{B})

Séparation des charges dans un champ magnétique

Déplaçons un **conducteur neutre** à **vitesse** \vec{v} dans un **champ magnétique** \vec{B} **constant**. Puisque le conducteur est rempli de charges libres appelées « **électrons de conduction** », déplacer le conducteur à vitesse \vec{v} implique un déplacement de ces charges libres à vitesse \vec{v} .

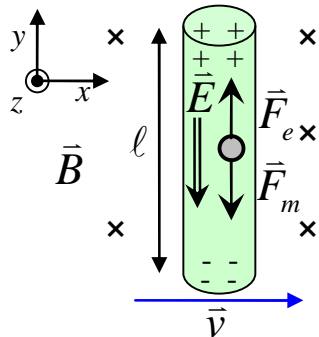
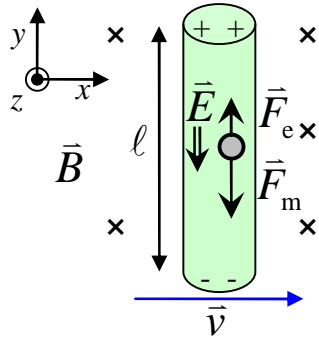
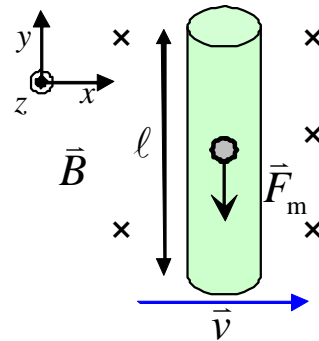
Le champ magnétique \vec{B} applique alors une force magnétique \vec{F}_m sur les électrons de conduction se déplaçant à vitesse \vec{v} :

$$\begin{aligned} \vec{F}_m &= q\vec{v} \times \vec{B} & \Rightarrow & \quad \vec{F}_m = (-e)(v\vec{i}) \times (-B\vec{k}) \\ & & \Rightarrow & \quad \vec{F}_m = evB(\vec{i} \times \vec{k}) \\ & & \Rightarrow & \quad \boxed{\vec{F}_m = -evB \vec{j}} \end{aligned}$$

Puisqu'il y a un déplacement net des électrons de conduction vers le bas du conducteur en raison de la force magnétique \vec{F}_m (charges négatives en bas et charges positives en haut), il y aura formation d'un champ électrique \vec{E} à l'intérieur du conducteur. Ce champ électrique \vec{E} va donc appliquer une force électrique \vec{F}_e qui va s'opposer à la force magnétique \vec{F}_m qui génère la séparation des charges.

L'équilibre dans le **conducteur** sera atteint lorsque la force électrique \vec{F}_e sera égale à la force magnétique \vec{F}_m :

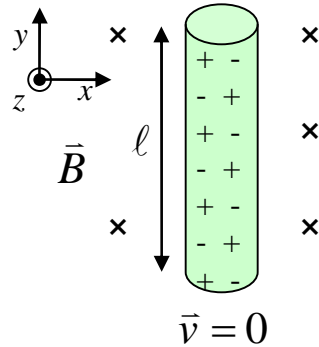
$$\begin{aligned} \sum \vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = 0 & \Rightarrow F_e = F_m \\ & \Rightarrow qE = qvB \sin(\theta) \\ & \Rightarrow \boxed{E = vB \sin(\theta)} \end{aligned}$$



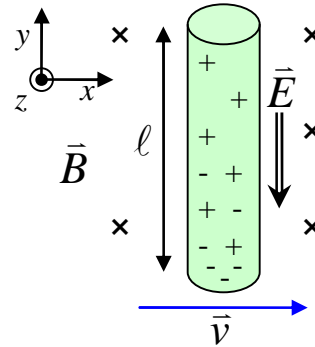
Remarque :

- Les autres particules dans le conducteur (atomes et autres électrons liés aux atomes) ne bougent pas, car la force électrique qui les relie (force électrique de structure) est très forte.
- La séparation des charges se fait presque instantanément.

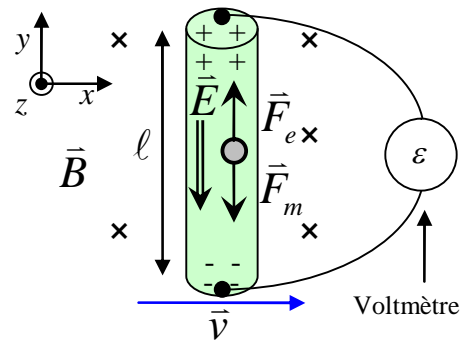
Tige immobile :



Tige en mouvement :



La séparation des charges produisant le champ électrique \vec{E} induit une différence de potentiel ε comparable à un système de plaque parallèle. Le conducteur se comporte alors comme une pile d'électromotance ε . On peut donc brancher ce conducteur dans un circuit et il y aura établissement d'un courant électrique.



Nous pouvons établir la relation suivante entre l'électromotance induite ε et le champ électrique \vec{E} :

$$\begin{aligned} \Delta V &= -\int \vec{E} \cdot d\vec{s} &\Rightarrow & \Delta V = -\vec{E} \cdot \vec{s} && \text{(Champ électrique constant dans le conducteur)} \\ & &\Rightarrow & \Delta V = -(-E \vec{j}) \cdot (\ell \vec{j}) && \text{(Calculer } \Delta V \text{ du bas vers le haut, } \Delta V > 0 \text{)} \\ & &\Rightarrow & \Delta V = E \ell && \text{(Effectuer le produit scalaire)} \\ & &\Rightarrow & \boxed{\varepsilon = E \ell} && \text{(Remplacer } \Delta V = \varepsilon \text{)} \end{aligned}$$

Avec la relation à l'équilibre ($F_e = F_m$), nous pouvons établir l'équation suivante :

$$\begin{aligned} E = vB \sin(\theta) & \Rightarrow \left(\frac{\varepsilon}{\ell} \right) = vB \sin(\theta) && \text{(Utiliser } \varepsilon = E \ell \text{ provenant de } F_E = F_B \text{)} \\ & \Rightarrow \boxed{\varepsilon = vB \ell \sin(\theta)} && \text{(Isoler } \varepsilon \text{)} \end{aligned}$$

Électromotance induite

Lorsqu'un conducteur neutre de longueur ℓ se déplace à vitesse \vec{v} dans un champ magnétique \vec{B} , il y a induction d'une électromotance ε_{ind} dans le conducteur :

$$\varepsilon_{\text{ind}} = v B \ell \sin(\theta)$$

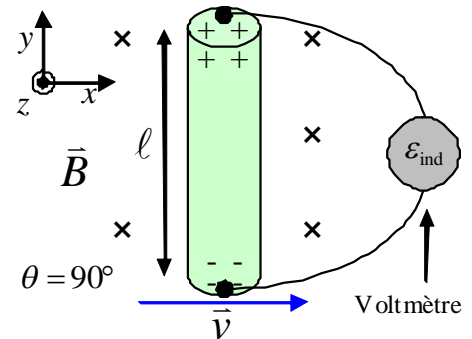
où ε_{ind} : Électromotance induite (V)

v : Vitesse de déplacement du conducteur (m/s)

B : Module du champ magnétique (T)

ℓ : Longueur du conducteur perpendiculaire à \vec{v} (m)

θ : Angle entre \vec{v} et \vec{B}

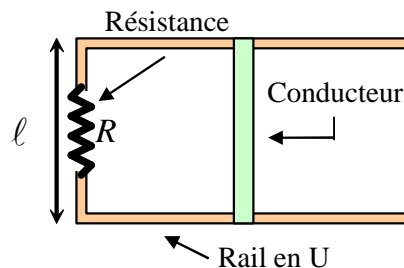


Courant induit et force magnétique sur le conducteur

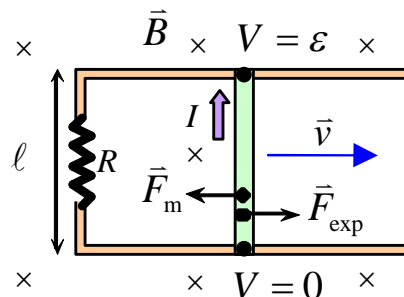
Construisons le montage portant le nom de **générateur linéaire** :

Description :

Un générateur linéaire est un rail en forme de U munie d'une résistance R où l'on dépose une tige conductrice de longueur ℓ afin de fermer le circuit. La tige peut glisser sans frottement sur le rail.



Imposons une vitesse \vec{v} constante vers la droite à notre tige lorsqu'il y a présence d'un champ magnétique \vec{B} . L'électromotance induite ε_{ind} dans le conducteur va générer un courant I induit dans le sens anti-horaire, car le conducteur se comporte alors comme une pile d'électromotance ε où le potentiel élevé est dans la partie haut du conducteur.



La production du courant I a pour conséquence de produire une force magnétique induite \vec{F}_m sur le conducteur de longueur ℓ :

$$\vec{F}_m = I \vec{\ell} \times \vec{B} \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_m = I(\ell \vec{j}) \times (-B \vec{k}) \quad (\text{Remplacer les vecteurs } \vec{\ell} \text{ et } \vec{B})$$

$$\Rightarrow \quad \vec{F}_m = -I \ell B (\vec{j} \times \vec{k}) \quad (\text{Factoriser les constantes})$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{F}_m = -I \ell B \vec{i}} \quad (\text{Évaluer la force magnétique})$$

Pour garder la **tige conductrice** à **vitesse constante** \vec{v} , nous devons appliquer une **force extérieure** \vec{F}_{exp} dans le **sens contraire** de la **force magnétique induite** \vec{F}_m .

La puissance en mécanique et en circuit électrique

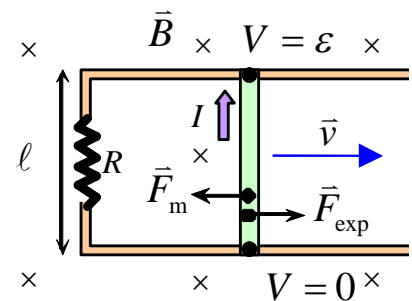
La puissance P est une mesure permettant d'évaluer le rythme auquel l'énergie E est transformée en fonction du temps t . Selon le contexte de l'usage, la puissance s'exprime de différentes façons :

Définition fondamentale	Définition avec la force et la vitesse	Définition en circuit électrique
$P = \frac{dE}{dt}$	$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$	$P = \Delta V I$

- où
- P : Puissance du processus de transformation de l'énergie (W)
 - E : Énergie qui sera transformée (J)
 - t : Temps de transformation (s)
 - \vec{F} : Force qui produit le transfert d'énergie (N)
 - \vec{v} : Vitesse à laquelle la force est appliquée (m/s)
 - ΔV : Différence de potentiel aux bornes de l'élément électrique (V)
 - I : Courant circulant dans l'élément électrique (A)

Force magnétique et processus de transformation de l'énergie

Un générateur linéaire transforme le travail d'une force externe \vec{F}_{exp} en énergie électrique via un mécanisme occasionné par la nature même de la force magnétique. La conséquence de la force magnétique est d'établir une électromotance induite ε qui elle génère le courant à la puissance électrique. Par le fait même, le courant induit dans la tige impose l'apparition d'une force magnétique appliquée sur la tige qui travaille dans le sens contraire de la vitesse. Cette règle respecte le fait que le **travail net** d'une **force magnétique** est toujours **nul** :



- Puissance électrique induite par la force magnétique : $P_{\text{induite}} = \Delta V I$ (puissance positive)
- Puissance de la force magnétique : $P_{\text{magnétique}} = \vec{F}_m \cdot \vec{v}$ (puissance négative)

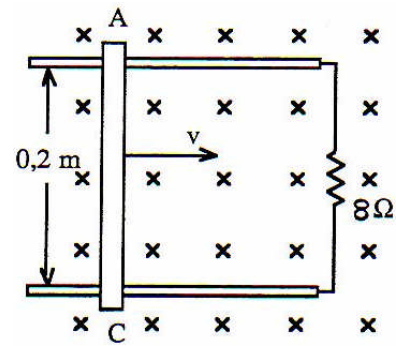
Puisque le travail net de la force magnétique est toujours nul, la puissance nette associée à cette force est également nul : (prenons $\vec{F}_m \parallel \vec{v}$)

$$\begin{aligned}
 P_{\text{induite}} + P_{\text{magnétique}} = 0 &\Rightarrow (\Delta V I) + (\vec{F}_m \cdot \vec{v}) = 0 && \text{(Remplacer } P_{\text{induite}} = \Delta V I \text{ et } P_{\text{magnétique}} = \vec{F}_m \cdot \vec{v} \text{)} \\
 &\Rightarrow \Delta V I + (-I \ell B \sin(\theta) v) = 0 && (\vec{F}_m \cdot \vec{v} = -\vec{F}_m v \text{ car } \theta = 180^\circ, F_m = I \ell B \sin(\theta)) \\
 &\Rightarrow \Delta V I - I(\varepsilon) = 0 && \text{(Électromotance induite, } \varepsilon = v B \ell \sin \theta \text{)} \\
 &\Rightarrow \Delta V I - I(\Delta V) = 0 && \text{(Seule source du circuit, } \Delta V = \varepsilon \text{)} \\
 &\Rightarrow 0 = 0 && \blacksquare \text{ (Simplifier)}
 \end{aligned}$$

Exercices

Exercice A : Un générateur linéaire. On pousse un barreau à la vitesse de 4 m/s dans un champ magnétique de 0,5 T, tel que montré. Ce montage porte également le nom de générateur linéaire. On désire évaluer :

- La différence de potentiel produite.
- Le courant obtenu.
- Le courant obtenu si la résistance du barreau vaut elle-même 2 Ω . Que vaut alors la différence de potentiel V_{AC} ?



Solutions

Exercice A : Un générateur linéaire.

Évaluons l'électromotance induite à partir de l'expression du générateur linéaire :

$$\begin{aligned} \varepsilon &= (vB) L & \Rightarrow & \varepsilon = (4)(0,5)(0,2) \\ & & \Rightarrow & \boxed{\varepsilon = 0,4 \text{ V}} \quad \text{(a)} \end{aligned}$$

Évaluons le courant circulant dans le circuit à partir de la loi d'Ohm :

$$\begin{aligned} \Delta V &= R I & \Rightarrow & (\varepsilon) = R I \\ & & \Rightarrow & (0,4) = (8)I \\ & & \Rightarrow & \boxed{I = 0,05 \text{ A}} \quad \text{(b)} \end{aligned}$$

Évaluons la résistance totale du circuit sachant que le barreau possède une résistance interne :

$$R_{eq} = R_1 + R_2 \quad \Rightarrow \quad R_{eq} = (8) + (2) \quad \Rightarrow \quad \boxed{R_{eq} = 10 \Omega}$$

Évaluons le courant qui circule dans le barreau sachant la résistance totale du circuit :

$$\Delta V = R I \quad \Rightarrow \quad (0,4) = (10)I \quad \Rightarrow \quad \boxed{I = 0,04 \text{ A}}$$

Évaluons la différence de potentiel aux bornes du barreau sachant que celle-ci possède une résistance interne et qu'un courant circule dans le barreau :

$$\begin{aligned} \Delta V &= \varepsilon - RI & \Rightarrow & \Delta V = (0,4) - (2)(0,04) = 0,32 \text{ V} \\ & & \Rightarrow & \boxed{\Delta V = 0,32 \text{ V}} \quad \text{(c)} \end{aligned}$$