Chapitre 4.6a – Le champ magnétique généré par un long fil rectiligne

L’Expérience de Oersted


Hans Christian Oersted
(1777-1851)

En 1819, Hans Christian Oersted réalise qu’une boussole est influencée lorsqu’elle est située près d’un fil parcouru par un courant électrique. Il conclue alors qu’un fil transportant courant électrique I génère un champ magnétique $\vec{B}$ autour de celui-ci.

Voici les deux orientations possibles pour la boussole en fonction du sens du courant :

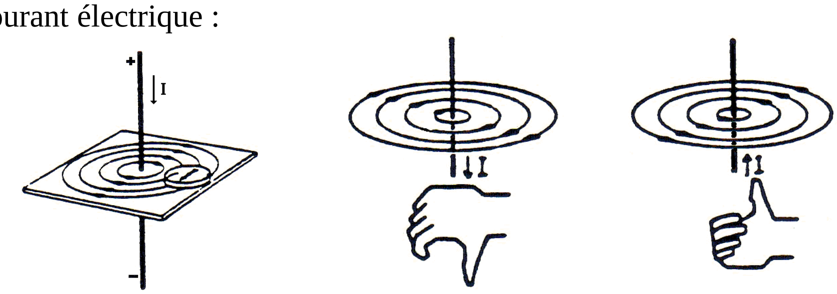
Avec cette expérience, on réalise que :

- ❖ Un courant électrique produit un champ magnétique.
- ❖ La direction du champ magnétique est perpendiculaire à la direction du courant.
- ❖ Le sens du champ magnétique dépend du sens du courant.

Ainsi :

- ❖ Les **charges électriques produisent** un **champ électrique** $\vec{E}$.
- ❖ Les **charges électriques** en **mouvement produisent** un **champ magnétique** $\vec{B}$.

On peut maintenant déterminer expérimentalement la forme du champ magnétique près d’un fil parcouru par un courant électrique :

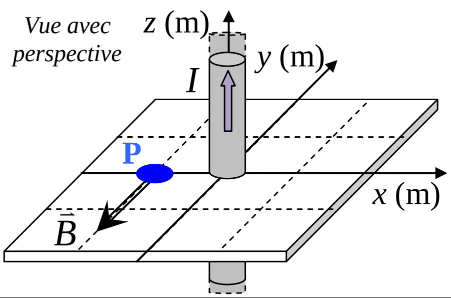
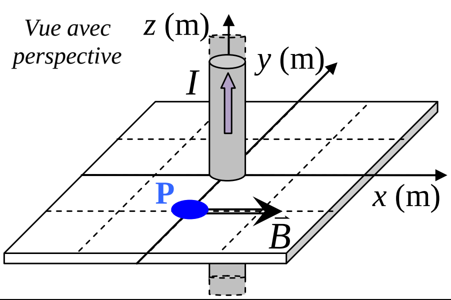
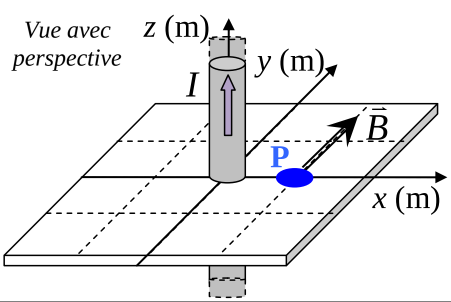
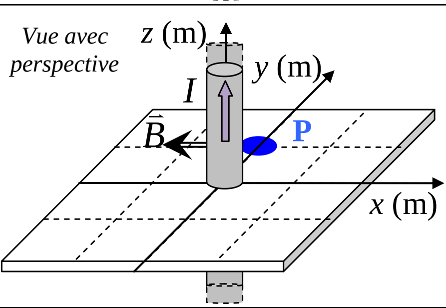


La règle de la main droite – Orientation du champ magnétique

Afin de déterminer l'orientation du champ magnétique généré par un fil parcouru un courant, nous pouvons utiliser la règle de la main droite suivante :

- **Pouce :** Sens du courant conventionnel
- **Jointures :** Endroit où l'on veut évaluer le champ magnétique
- Plier les doigts à 90° avec la paume de la main.
- **Orientation des doigts :** Sens du champ magnétique $\vec{B}$

<u>Example :</u> Soit un fil transportant un courant selon l'axe z positif

Schéma de la situation	Positionnement de la main droite
	
	
	
	

Le module du champ magnétique produit par un fil rectiligne infini parcouru par un courant

Un mois après avoir pris connaissance des expériences d'Œrsted sur le magnétisme, les deux physiciens français Jean-Baptiste Biot et Félix Savart furent en mesure de déterminer une expression mathématique décrivant le module et l'orientation du champ magnétique $\vec{B}$ généré par un long fil rectiligne parcouru par un courant électrique *I*.

Jean-Baptiste Biot
(1774-1862)

Félix Savart
(1791-1841)

Le module du champ magnétique $\vec{B}$ était proportionnel au courant électrique *I* et inversement proportionnel à la distance *R* entre le fil et l'endroit **P** où est évalué le champ magnétique :

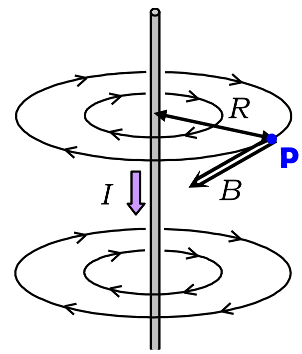
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

où B : Le champ magnétique en tesla (T)

I : Courant électrique en ampère (A)

R : Distance entre le point **P** et le fil en mètre (m)

μ_0 : Constante magnétique[1], $4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{Ns^2/C^2}$



Preuve :

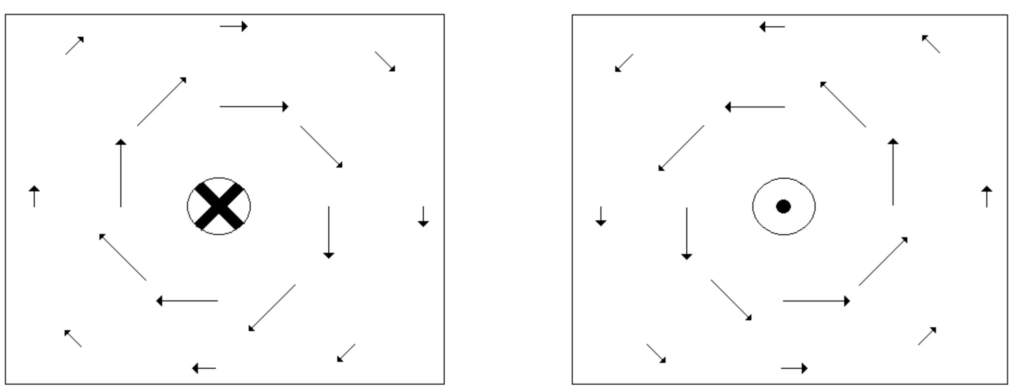
La démonstration de l'expression du module du champ magnétique généré par un long fil rectiligne sera effectuée dans le chapitre 4.7.

La forme générale du champ magnétique

Voici une représentation vectorielle du champ magnétique généré par fil parcouru par un courant électrique :

Courant entre dans le plan

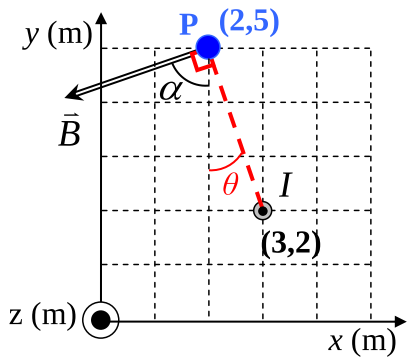
Courant sort du plan



[1] Le nom historique à la constante magnétique est la *perméabilité du vide*.

Situation A : *Le fil infini parallèle à l'axe z.* Un très long fil parallèle à l'axe z situé à la coordonnée (x = 3 m, y = 2 m) d'un plan cartésien est parcouru par un courant de 0,9 A dans le sens positif de l'axe z. On désire évaluer le champ magnétique sous forme vectoriel généré par ce fil à la coordonnée (x = 2 m , y = 5 m) du plan cartésien.

Voici une représentation graphique de la situation dans un plan cartésien xyz :



Nous avons les informations suivantes selon la géométrie du problème :

- Courant circulant dans le fil : $I = 0{,}9 \text{ A}$
- La distance entre le point **P** et le fil : $R = \sqrt{1^2 + 3^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{R = 3{,}162 \text{ m}}$
- Angle θ: $\tan(\theta) = \dfrac{(1)}{(3)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\theta = 18{,}43^\circ}$
- Angle de projection α : $\alpha = 90^\circ - \theta \quad \Rightarrow \quad \boxed{\alpha = 71{,}57^\circ}$

Évaluons le module du champ magnétique généré par le fil au point **P** :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad \Rightarrow \quad B = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(0{,}9)}{2\pi(3{,}162)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{B = 5{,}6925 \times 10^{-8}\,\text{T}}$$

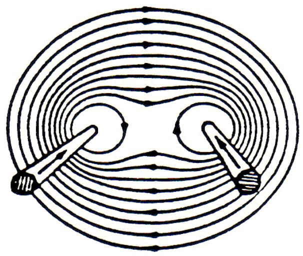
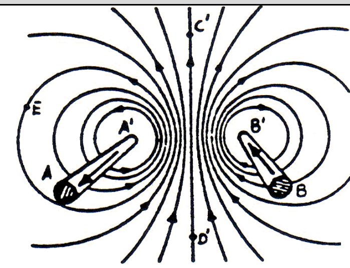
Évaluons le vecteur champ magnétique en décomposant le tout selon l'axe x et y :

$$\vec{B} = B\left(-\sin(\alpha)\vec{i} - \cos(\alpha)\vec{j}\right) \quad \Rightarrow \quad \vec{B} = (5{,}6925 \times 10^{-8})\left(-\sin(71{,}57^\circ)\vec{i} - \cos(71{,}57^\circ)\vec{j}\right)$$

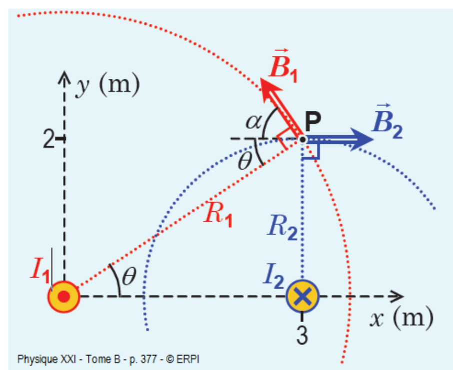
$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{B} = \left(-5{,}400\,\vec{i} - 1{,}800\,\vec{j}\right) \times 10^{-8}\,\text{T}}$$

Champ magnétique de deux courants rectilignes parallèles

Puisque le **champ magnétique** est une **grandeur vectorielle**, on peut faire l'addition vectorielle des deux champs magnétiques générés par les deux courants de même intensité et évaluer le champ magnétique total.

Même direction ($I_A = I_B$)	Direction opposée ($I_A = I_B$)
	

Situation 1 : ***La superposition des champs magnétiques*.** Considérons deux longs fils perpendiculaires au plan xy : le fil **1** passe par l'origine et porte un courant de 4 A orienté dans le sens positif de l'axe z. Le fil **2** passe par le point (x = 3 m ; y = 0) et porte un courant de 8 A orienté dans le sens négatif de l'axe z. On désire déterminer le (**a**) champ magnétique résultant au point **P** de coordonnées (x = 3 m ; y = 2 m) et (**b**) son module.



À partir du schéma, nous pouvons déterminer les paramètres suivants nécessaires aux calculs des champs magnétiques $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$:

- $I_1 = 4 \text{ A}$
- $I_2 = 8 \text{ A}$
- $R_1 = \sqrt{R_{x1}^{\,2} + R_{y1}^{\,2}} \quad \Rightarrow \quad R_1 = \sqrt{(3\text{m})^2 + (2\text{m})^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{R_1 = 3{,}606 \text{ m}}$
- $R_2 = \sqrt{R_{x2}^{\,2} + R_{y2}^{\,2}} \quad \Rightarrow \quad R_2 = \sqrt{(0)^2 + (2\text{m})^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{R_2 = 2 \text{ m}}$

Débutons par évaluer l'angle θ et α associé à la géométrie du champ magnétique $\vec{B}_1$:

- $\theta = \arctan\left(\dfrac{(2\text{m})}{(3\text{m})}\right) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\theta = 33{,}69°}$
- $\alpha + \theta = 90° \quad \Rightarrow \quad \alpha + (33{,}69°) = 90° \quad \Rightarrow \quad \boxed{\alpha = 56{,}31°}$

Évaluons le champ magnétique $\vec{B}_1$ sous forme vectorielle :

$$\vec{B}_1 = B_1\hat{n} \quad \Rightarrow \quad \vec{B}_1 = \left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi\, R_1}\right)\left(-\cos(\alpha)\,\vec{i} + \sin(\alpha)\,\vec{j}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \vec{B}_1 = \frac{\left(4\pi\times 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A}\right)\left(4\,\mathrm{A}\right)}{2\pi\left(3{,}606\,\mathrm{m}\right)}\left(-\cos\left(56{,}31°\right)\vec{i} + \sin\left(56{,}31°\right)\vec{j}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \vec{B}_1 = \left(2{,}218\times 10^{-7}\,\mathrm{T}\right)\left(-0{,}5547\,\vec{i} + 0{,}8321\,\vec{j}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{B}_1 = \left(-1{,}230\,\vec{i} + 1{,}845\,\vec{j}\right)\times 10^{-7}\,\mathrm{T}}$$

Évaluons le champ magnétique $\vec{B}_2$ sous forme vectorielle :

$$\vec{B}_2 = B_2\hat{n} \quad \Rightarrow \quad \vec{B}_2 = \left(\frac{\mu_0 I_2}{2\pi\, R_2}\right)\left(+\vec{i}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \vec{B}_2 = \frac{\left(4\pi\times 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A}\right)\left(8\,\mathrm{A}\right)}{2\pi\left(2\,\mathrm{m}\right)}\vec{i}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{B}_2 = 8\times 10^{-7}\,\vec{i}\ \ \mathrm{T}}$$

Évaluons le champ magnétique total :

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \quad \Rightarrow \quad \vec{B} = \left(\left(-1{,}230\,\vec{i} + 1{,}845\,\vec{j}\right)\times 10^{-7}\,\mathrm{T}\right) + \left(8\times 10^{-7}\,\vec{i}\ \ \mathrm{T}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{B} = \left(6{,}770\,\vec{i} + 1{,}845\,\vec{j}\right)\times 10^{-7}\,\mathrm{T}} \qquad (\mathbf{a})$$

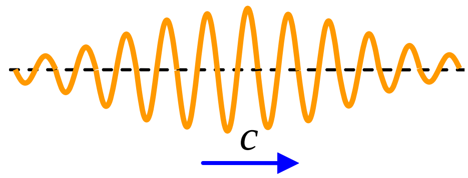
Évaluons le module du champ magnétique :

$$\vec{B} = \sqrt{{B_x}^2 + {B_y}^2} \quad \Rightarrow \quad \vec{B} = \sqrt{\left(6{,}770\right)^2 + \left(1{,}845\right)^2}\times 10^{-7}\,\mathrm{T}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{B} = 7{,}017\times 10^{-7}\,\mathrm{T}} \qquad (\mathbf{b})$$

Relation entre ε_0 et μ_0 et vitesse de la lumière

L'électricité et le magnétisme sont de nos jours deux théories unifiées qui portent le nom d'électromagnétisme. Dans cette théorie, le photon correspond à la particule qui véhicule l'interaction électromagnétique tout en transportant l'énergie du champ électrique et magnétique.



Représentation artistique d'un photon.

Cette particule a la particularité de se déplacer toujours à une vitesse constante c appelée « vitesse de la lumière ». Cette vitesse peut être obtenue à partir de la constante électrique et la constante magnétique du vide :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

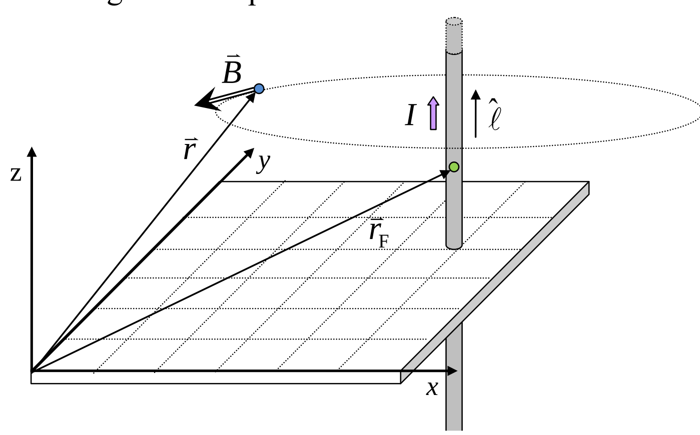
où c : Vitesse de la lumière, $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$
ε_0 : Constante électrique (*permitivité du vite*), $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$
μ_0 : Constante magnétique (*perméabilité du vide*), $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Ns}^2/\text{C}^2$

Le champ magnétique d'un fil infini à l'aide des vecteurs positions (complément informatique)

À partir d'un point $\vec{r}_F$ appartenant à un fil infini où s'écoule un courant I selon l'orientation $\hat{\ell}$, nous pouvons évaluer le champ magnétique à une position $\vec{r}$ grâce à l'équation suivante :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{\vec{R}_F}{\left\|\vec{R}_F\right\|^2}$$

où $$\vec{R}_F = \hat{\ell} \times \left(\vec{r} - \vec{r}_F\right)$$

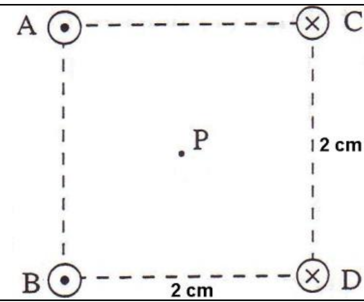


où $\vec{B}$: Le champ magnétique généré par le fil (T).
I : Le courant dans le fil (A).
$\vec{r}$: Le vecteur position où le champ magnétique est évalué (m).
$\vec{r}_F$: Le vecteur position d'un des points appartenant au fil (m).
$\hat{\ell}$: L'orientation de l'axe du fil dans le sens du courant (m).
μ_0 : Constante magnétique (*perméabilité du vide*), $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Ns}^2/\text{C}^2$.

Preuve :

En construction …

Exercice

<u>Référence :</u> Note Science Santé – Chapitre 6 – Question 4 Quatre longs conducteurs parallèles, perpendiculaires au plan de la feuille, sont parcourus par des courants de 4 A. Calculez le champ magnétique au point P, situé au centre.	

Solution

<u>Référence :</u> Note Science Santé – Chapitre 6 – Question 4

Courant :

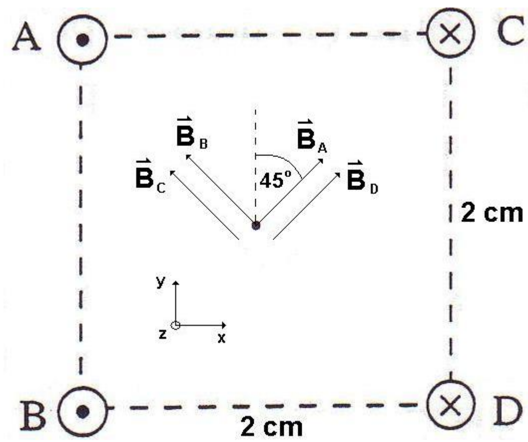
$$I_A = I_B = I_C = I_D = 4 \text{ A}$$

Champ d'un fil infini :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Distance entre P et les fils :

$$R_A = R_B = R_C = R_D$$
$$= \sqrt{(0{,}01)^2 + (0{,}01)^2} = 0{,}0141 \text{ m}$$



À l'aide du principe de superposition du champ magnétique, Par symétrie, il ne reste que la composante en y :

$$\vec{B}_{tot} = 4B\cos(45°)\ \vec{j} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{B}_{tot} = 4\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi R}\right)\cos(45°)\ \vec{j}$$

$$\Rightarrow \qquad \vec{B}_{tot} = 4\frac{(4\pi \times 10^{-7})(4)}{2\pi(0{,}0141)}\cos(45°)\ \vec{j}$$

$$\Rightarrow \qquad \boxed{\vec{B}_{tot} = 1{,}60 \times 10^{-4}\ \vec{j}\ \text{T}}$$