

# Chapitre 3.5b – La méthode globale de Kirchhoff

## Algorithme de résolution d'un circuit

On peut résoudre tous les circuits à l'aide des deux lois de Kirchhoff, mais cette approche demande le traitement de beaucoup d'équations. Voici une procédure en sept étapes à suivre qui permettra la résolution du circuit :

- 1) **Réduire** le circuit avec les **résistances équivalentes** en série et en parallèle.
- 2) **Réduire** le circuit avec les **piles équivalentes** en série et en parallèle.

Supposons que ce circuit contient maintenant  $m$  **nœuds** et  $n$  **branches** et un certain **nombre de mailles**. Remarque : ( $m < n$ )

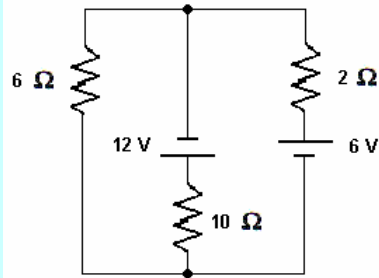
- 3) Attribuer un **courant** avec une **direction** d'écoulement à chacune des  $n$  **branches**.
- 4) Appliquer la **loi des nœuds** à  $m-1$  des  $m$  **nœuds**. Vous avez ici  $m-1$  équations.
- 5) Appliquer la **loi des mailles** pour obtenir  $n$  **équations** au total. Faire attention aux signes des courants quand vous allez évaluer les  $\Delta V$  pour vos piles et de vos résistances.

Vous avez ici  $n$  équations.

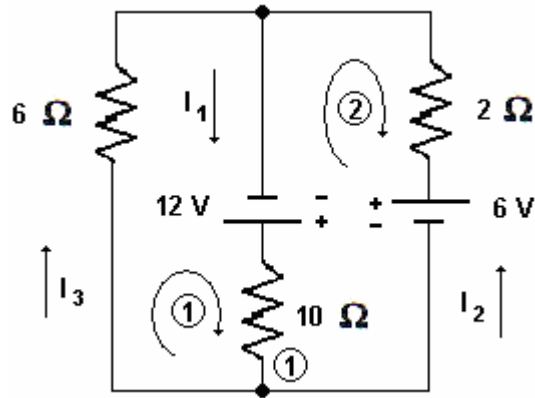
- 6) **Résoudre** le système de  $n$  **équations à  $n$  inconnues**.
- 7) **Interpréter** le signe des **courants  $I$**  :
  - si  $I > 0$ , la **direction** du courant est **bonne**.
  - si  $I < 0$ , la **direction** du courant **doit être inversée** pour être physiquement bonne.

### Situation A : Trois courants inconnus.

Soit le circuit représenté sur le schéma ci-contre, on désire évaluer le courant  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$  dans les trois branches de ce circuit à l'aide des méthode générale de Kirchhoff.



Posons une direction au courant et identifions notre nœud et nos mailles à étudier :



Loi des nœuds : ( $m = 2$ , 1 éq.)

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

Loi des mailles : ( $n = 3$ , 2 éq.)

$$-6I_3 + 12 - 10I_1 = 0$$

$$10I_1 - 12 + 2I_2 - 6 = 0$$

Alors nous avons 3 équations indépendantes :

Forme standard :

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$-6I_3 + 12 - 10I_1 = 0$$

$$10I_1 - 18 + 2I_2 = 0$$

Forme pour être en matrice :

$$I_1 - I_2 - I_3 + 0 = 0$$

$$-10I_1 + 0I_2 - 6I_3 + 12 = 0$$

$$10I_1 + 2I_2 + 0I_3 - 18 = 0$$

Sous forme de matrice, on effectue des opérations entre les lignes : (+ et -)

$I_1$	$I_2$	$I_3$	V
1	-1	-1	0
-10	0	-6	12
10	2	0	-18

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -6 & -6 \\ 0 & -12 & -10 & 18 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -6 & -6 \\ 0 & 0 & -46 & -18 \end{pmatrix}$$

$L_2 + L_3 \rightarrow L_2$                        $6L_2 + L_3 \rightarrow L_3$                       (matrice triangulaire)  
 $10L_1 - L_3 \rightarrow L_3$

À partir de la matrice triangulaire précédente, nous pouvons réécrire nos équations de façon traditionnelle :

$I_1$	$I_2$	$I_3$	V
1	-1	-1	0
0	2	-6	-6
0	0	-46	-18

$$\Rightarrow \begin{aligned} I_1 - I_2 - I_3 &= 0 \\ 2I_2 - 6I_3 - 6 &= 0 \\ -46I_3 - 18 &= 0 \end{aligned}$$

Nous pouvons évaluer maintenant nos courants :

$$-46I_3 - 18 = 0 \quad \Rightarrow \quad I_3 = \frac{18}{-46} \quad \Rightarrow \quad \boxed{I_3 = -0,39 \text{ A}}$$

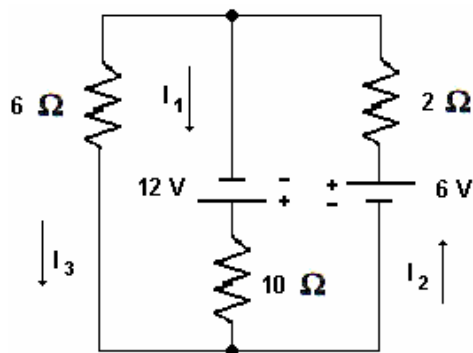
$$2I_2 - 6I_3 - 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad 2I_2 = 6 + 6I_3$$

$$\Rightarrow \quad 2I_2 = 6 + 6(-0,39) \quad \Rightarrow \quad \boxed{I_2 = 1,83 \text{ A}}$$

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad I_1 = I_2 + I_3$$

$$\Rightarrow \quad I_1 = (1,83) + (-0,39) \quad \Rightarrow \quad \boxed{I_1 = 1,44 \text{ A}}$$

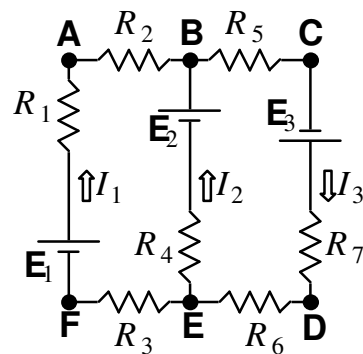
Voici la conclusion sur le sens des courants :



(inversion du sens de  $I_3$  de l'hypothèse)

## Exercice

**3.5.5** *Trop de nœuds, trop de mailles!* Considérez le circuit représenté sur le schéma ci-contre. Les hypothèses d'orientation des courants sont indiquées sur le schéma. **(a)** Identifiez les nœuds du circuit et écrivez l'équation de la loi des nœuds pour chacun. **(b)** Écrivez l'équation de la loi des mailles pour les mailles suivantes (parcourues dans le sens horaire) : **FABEF**, **CDEBC** et **FABCDEF**. **(c)** Parmi les 5 équations que vous avez écrites en (a) et (b), combien sont redondantes?



## Solution

### 3.5.5 Trop de nœuds, trop de mailles!

(a) Nœud B :  $I_1 + I_2 = I_3$

Nœud E :  $I_3 = I_1 + I_2$

(b) Maille FABEF :  $E_1 - R_1 I_1 - R_2 I_1 - E_2 + R_4 I_2 - R_3 I_1 = 0$

$$\Rightarrow E_1 - (R_1 + R_2 + R_3)I_1 - R_4 I_2 - E_2 = 0$$

Maille CDEBC :  $E_3 - R_7 I_3 - R_6 I_3 - R_4 I_2 + E_2 - R_5 I_3 = 0$

$$\Rightarrow E_3 - (R_7 + R_6 + R_5)I_3 - R_4 I_2 + E_2 = 0$$

Maille FABCDEF :  $E_1 - R_1 I_1 - R_2 I_1 - R_5 I_3 + E_3 - R_7 I_3 - R_6 I_3 - R_3 I_1 = 0$

$$\Rightarrow E_1 - (R_1 + R_2 + R_3)I_1 + E_3 - (R_7 + R_6 + R_5)I_3 = 0$$

(c) Il y a 1 équation des nœuds redondante et 1 équation des mailles redondante.