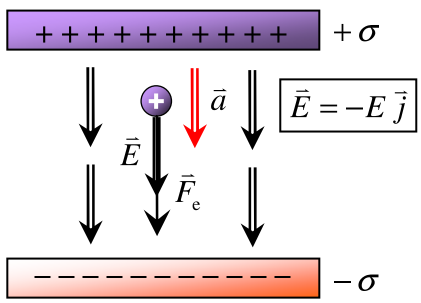
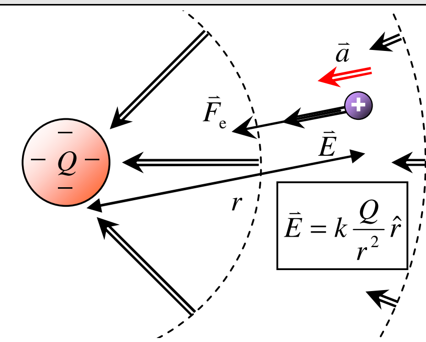
Chapitre 2.3SP – La cinématique et l’énergie électrique

Le mouvement dans un champ électrique

Voici deux situations où il y a une particule chargée en mouvement[1] dans un champ électrique $\vec{E}$:

Champ $\vec{E}$ constant	Champ $\vec{E}$ non constant (ex : radial en $1/r^2$)
	
<u>Cinématique :</u> (par les équations du MUA) $\vec{a}_0 = \dfrac{q\vec{E}}{m}$ avec $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \dfrac{1}{2}\vec{a}_0 t^2$ et $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}_0 t$	**<u>Cinématique :</u>** (par conservation de l’énergie) $K_f + U_{ef} = K_i + U_{ei}$ avec $U_e = qV$, $V = k\dfrac{Q}{r}$ et $K = \dfrac{1}{2}mv^2$

Conservation de l’énergie

En mécanique, la notion de conservation de l’énergie a été introduite et fut généralisée de la façon suivante :

$$E_f = E_i + W_{\text{ext}} \quad \text{tel que} \quad E = K + U$$

où E_f : Énergie finale du système (J)

E_i : Énergie initiale du système (J)

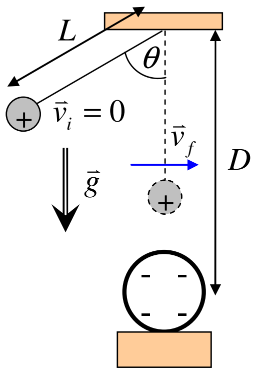
W_{ext} : Travail extérieur (non conservatif) (J) $\quad (W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}\,)$

Énergie cinétique	Énergie potentielle gravitationnelle	Énergie potentielle du ressort idéal	Énergie potentielle électrique
$K = \dfrac{1}{2}mv^2$	$U_g = mgy$ (champ constant) $U_g = -G\dfrac{mM}{r}$ (champ en $1/r^2$)	$U_r = \dfrac{1}{2}ke^2$	$U_e = qV$ avec • $V = k\dfrac{Q}{r}$ (sphère) • $V = V_{\text{ref}} - \vec{E}\cdot\vec{s}$ (PPIUC) • $V = -2k\lambda \ln\left(R/[1\,\text{m}]\right)$ (TRIUC)

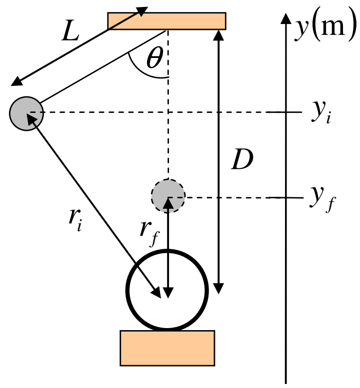
[1] L’électrodynamique précise qu’une <u>particule chargée accélérée</u> émet un <u>rayonnement électromagnétique</u> (réaction à faire varier l’énergie associée au mouvement du champ électrique). Puisque cette énergie est plus complexe à évaluer et quelle est beaucoup plus faible de l’énergie cinétique de la particule transportant la charge électrique, nous allons négliger cette énergie.

Situation A : ***Un pendule influencé par g et E.*** Un pendule de masse $m = 50\ \text{g}$ et de longueur $L = 3\ \text{m}$ possédant une charge électrique $q = 3\ \mu\text{C}$ est fixé à un plafond (la corde est de masse négligeable). Sous le point de fixation du pendule est située à une distance $D = 5\ \text{m}$ une sphère uniformément chargée de charge $Q = -7\ \mu\text{C}$. On désire évaluer la vitesse du pendule lorsque la corde est alignée verticalement sachant que le pendule était immobile lorsque la corde effectuait un angle $\theta = 60°$ par rapport à la verticale.

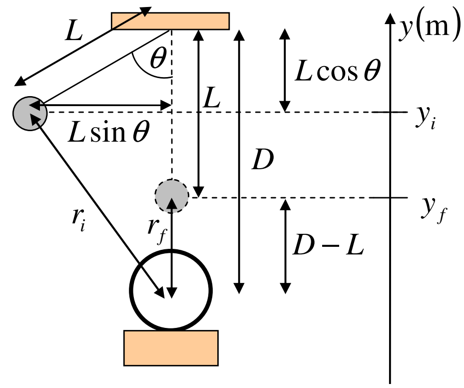
Voici la représentation de la situation :



Mesure effectuée sur le schéma pour évaluer les énergies potentielles :



Détails des mesures :



Voici les expressions mathématiques des différentes mesures :

y_f : Choix arbitraire $\boxed{y_f = 0}$

y_i : $y_i = L(1-\cos\theta) \quad \Rightarrow \quad y_i = (3)(1-\cos(60°)) \quad \Rightarrow \quad \boxed{y_i = 1{,}5\ \text{m}}$

r_f : $r_f = D - L \quad \Rightarrow \quad r_f = (5)-(3) \quad \Rightarrow \quad \boxed{r_f = 2\ \text{m}}$

r_i : $r_i = \sqrt{(L\sin\theta)^2 + (D - L\cos\theta)^2} \quad \Rightarrow \quad r_i = \sqrt{L^2\sin^2\theta + D^2 - 2DL\cos\theta + L^2\cos^2\theta}$

<u>Rappel :</u> $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1 \quad \Rightarrow \quad r_i = \sqrt{L^2 + D^2 - 2DL\cos\theta}$ (loi des cosinus)

$\Rightarrow \quad r_i = \sqrt{(3)^2 + (5)^2 - 2(3)(5)\cos(60°)}$

$\Rightarrow \quad \boxed{r_i = 4{,}359\ \text{m}}$

Évaluons nos termes d'énergie potentielle gravitationnelle : ($U_g = mgy$)

- $U_{gi} = mgy_i \quad \Rightarrow \quad U_{gi} = (0{,}05)(9{,}8)(1{,}5) \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_{gi} = 0{,}735\ \text{J}}$
- $U_{gf} = mgy_f \quad \Rightarrow \quad U_{gi} = (0{,}05)(9{,}8)(0) \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_{gf} = 0}$

Évaluons nos termes d'énergie potentielle électrique entre le pendule et la sphère : ($U_e = qV = k\dfrac{qQ}{r}$)

- $U_{ei} = k\dfrac{qQ}{r_i}$ $\Rightarrow$ $U_{ei} = \left(9\times10^9\right)\dfrac{\left(3\times10^{-6}\right)\left(-7\times10^{-6}\right)}{(4{,}359)}$ $\Rightarrow$ $\boxed{U_{ei} = -0{,}0434\ \text{J}}$
- $U_{ef} = k\dfrac{qQ}{r_f}$ $\Rightarrow$ $U_{ef} = \left(9\times10^9\right)\dfrac{\left(3\times10^{-6}\right)\left(-7\times10^{-6}\right)}{(2)}$ $\Rightarrow$ $\boxed{U_{ef} = -0{,}0945\ \text{J}}$

Évaluons l'énergie cinétique du pendule à l'aide de la conservation de l'énergie au point le plus bas :

$$E_f = E_i + W_{nc}$$

$\Rightarrow$ $K_f + U_f = K_i + U_i$ (Remplacer $E = K + U$ et $W_{nc} = 0$)

$\Rightarrow$ $K_f + U_{gf} + U_{ef} = K_i + U_{gi} + U_{ei}$ (Remplacer $U = U_g + U_e$)

$\Rightarrow$ $K_f + (0) + (-0{,}0945) = (0) + (0{,}735) + (-0{,}0434)$ (Remplacer valeurs num.)

$\Rightarrow$ $\boxed{K_f = 0{,}7861\ \text{J}}$

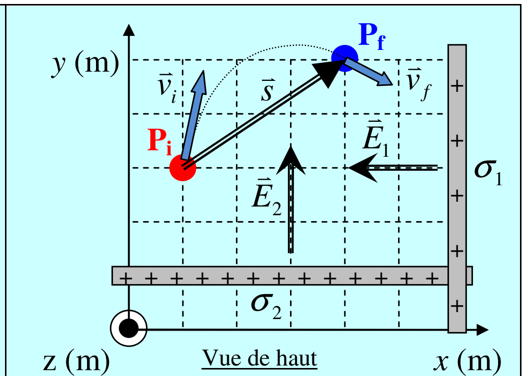
Évaluons la vitesse du pendule au point le plus bas :

$K = \dfrac{1}{2}mv^2$ $\Rightarrow$ $v = \sqrt{\dfrac{2K}{m}}$ (Isoler v)

$\Rightarrow$ $v = \sqrt{\dfrac{2(0{,}7861)}{(0{,}05)}}$ (Remplacer valeurs num.)

$\Rightarrow$ $\boxed{v = 5{,}607\ \text{m/s}}$ (Évaluer v)

Situation B : *Déplacement près de deux PPIUC, partie 2.* Un bloc se déplace de la coordonnée (x = 1 m, y = 3 m) à la coordonnée (x = 4 m, y = 5 m) près de deux PPIUC avec une trajectoire est inconnue. La première PPIUC est parallèle à l'axe y et située en x = 6 m et possède une densité de charge surfacique $\sigma_1 = 2\ \mu\text{C/m}^2$. La seconde PPIUC est parallèle à l'axe x et situé en y = 1 m et possède une densité de charge surfacique $\sigma_2 = 5\ \mu\text{C/m}^2$. Sachant que le bloc déplacé (masse : 0,5 kg , charge : -1 μC) avait une vitesse de 1,2 m/s à la coordonnée (x = 1 m, y = 3 m) avec une orientation appropriée pour atteindre la coordonnée (x = 4 m, y = 5 m), quel est le module de la vitesse du bloc après son déplacement ?



(Trajectoire hypothétique du bloc tel que $|v_{xf}| > |v_{xi}|$ et $|v_{yf}| < |v_{yi}|$, car $v_f < v_i$.)

Voici les résultats obtenus précédemment (voir **chap 2.1SP**) :

Position	Champ électrique	Différence de potentiel
• $\vec{r}_i = \left(\vec{i} + 3\,\vec{j}\right)\text{m}$ • $\vec{r}_f = \left(4\,\vec{i} + 5\,\vec{j}\right)\text{m}$	• $\vec{E} = \left(-1{,}130\,\vec{i} + 2{,}825\,\vec{j}\right)\times10^5$ N/C	• $\vec{s} = \vec{r}_f - \vec{r}_i = \left(3\,\vec{i} + 2\,\vec{j}\right)\text{m}$ • $\Delta V = -2{,}26\times10^5$ V

Évaluons la vitesse finale du bloc par conservation de l'énergie :

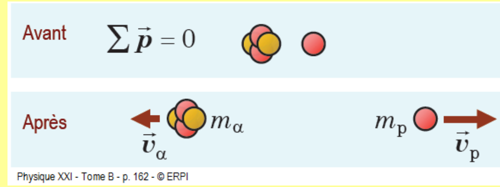
	$E_f = E_i + W_{\text{nc}}$	(Conservation de l'énergie)
$\Rightarrow$	$E_f = E_i$	($W_{\text{nc}} = 0$)
$\Rightarrow$	$(K_f + U_f) = (K_i + U_i)$	($E = K + U$)
$\Rightarrow$	$K_f + (U_{\text{e}f}) = K_i + (U_{\text{e}i})$	($U = U_{\text{e}}$ et $U_{\text{g}} = 0$)
$\Rightarrow$	$K_f + U_{\text{e}f} - U_{\text{e}i} = K_i$	(Regrouper $U_{\text{e}i}$ et $U_{\text{e}f}$)
$\Rightarrow$	$K_f + \Delta U_{\text{e}} = K_i$	($\Delta U_{\text{e}} = U_{\text{e}f} - U_{\text{e}i}$)
$\Rightarrow$	$K_f + q\Delta V = K_i$	($\Delta U_{\text{e}} = q\Delta V$)
$\Rightarrow$	$K_f = K_i - q\Delta V$	(Isoler K_f)
$\Rightarrow$	$\left(\frac{1}{2}m{v_f}^2\right) = \left(\frac{1}{2}m{v_i}^2\right) - q\Delta V$	($K = \frac{1}{2}mv^2$)
$\Rightarrow$	$\frac{1}{2}(0{,}5){v_f}^2 = \frac{1}{2}(0{,}5)(1{,}2)^2 - (-1\times10^{-6})(-2{,}26\times10^5)$	(Remplacer valeurs num.)
$\Rightarrow$	$0{,}25{v_f}^2 = (0{,}36) - (0{,}226)$	(Calcul)
$\Rightarrow$	$\boxed{v_f = 0{,}7321 \text{ m/s}}$	(Évaluer v_f)

Interaction électrique entre deux particules chargées

Lors d'une interaction électrique entre deux particules chargées, le mouvement des particules engendre une variation de l'énergie potentielle électrique U_{e} du système. Cependant, l'énergie du système $E = K + U_{\text{e}}$ est conservée ainsi que la quantité de mouvement du système $\vec{p}$. Cette interaction est comparable à une collision élastique (échange entre les particules de quantité de mouvement et d'énergie cinétique).

Collision élastique entre deux particules chargées		
Conservation de l'énergie	$E_f = E_i \quad (W_{\text{ext}} = 0)$ $K_{1i} + K_{2i} + U_{\text{e}f} = K_{1i} + K_{2i} + U_{\text{e}i}$	• $K = \frac{1}{2}mv^2$ • $U_{\text{e}} = k\frac{q_1q_2}{r}$
Conservation de la quantité de mouvement	$\vec{p}_f = \vec{p}_i \quad (\vec{J}_{\text{ext}} = 0)$ $\vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f} = \vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i}$	• $\vec{p} = m\vec{v}$

Situation 2 : ***Un proton et une particule alpha se repoussent.*** Un proton et une particule alpha ($q_\alpha = 2e, m_\alpha = 4m_p$) sont initialement immobiles à 8 nm l'un de l'autre : en raison de la force électrique qu'ils s'exercent l'une sur l'autre, ils se repoussent.



On désire déterminer le module de la vitesse du proton lorsqu'il se trouve à une très grande distance de la particule alpha.

Évaluons l'énergie potentielle électrique du système au début et à la fin du mouvement :

$$U_e = k\frac{q_1 q_2}{r} \quad \Rightarrow \quad U_e = k\frac{(e)(2e)}{r} \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_e = \frac{2ke^2}{r}}$$

Intiale : ($r = 8\times10^{-9}$ m) $\quad U_{ei} = \dfrac{2(9\times10^9)(1{,}6\times10^{-19})^2}{(8\times10^{-9})} \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_{ei} = 5{,}76\times10^{-20}\ \text{J}}$

Finale : ($r = \infty$) $\quad U_{ef} = \dfrac{2(9\times10^9)(1{,}6\times10^{-19})^2}{(\infty)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_{ef} = 0}$

Appliquons la conservation de l'énergie :

$E_f = E_i \quad \Rightarrow \quad K_{pi} + K_{\alpha i} + U_{ef} = K_{pi} + K_{\alpha i} + U_{ei}$ $\quad (E = K + U)$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m_p v_{pf}^2 + \frac{1}{2}m_\alpha v_{\alpha f}^2 + U_{ef} = \frac{1}{2}m_p v_{pi}^2 + \frac{1}{2}m_\alpha v_{\alpha i}^2 + U_{ei}$ $\quad (K = \frac{1}{2}mv^2)$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m_p v_{pf}^2 + \frac{1}{2}m_\alpha v_{\alpha f}^2 + U_{ef} = U_{ei}$ $\quad (v_{pi} = 0, v_{\alpha i} = 0)$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m_p v_{pf}^2 + \frac{1}{2}(4m_p)v_{\alpha f}^2 = U_{ei}$ $\quad (m_\alpha = 4m_p)$

$\Rightarrow \quad \boxed{\frac{1}{2}m_p v_{pf}^2 + 2m_p v_{\alpha f}^2 = U_{ei}}$ $\quad$ (Simplifier)

Appliquons la conservation de la quantité de mouvement :

$\vec{p}_f = \vec{p}_i \quad \Rightarrow \quad p_{xf} = p_{xi}$ $\quad$ (1D selon l'axe x)

$\Rightarrow \quad p_{xpf} + p_{x\alpha f} = p_{xpi} + p_{x\alpha i}$ $\quad (p_x = p_{xp} + p_{x\alpha})$

$\Rightarrow \quad m_p v_{xpf} + m_\alpha v_{x\alpha f} = m_p v_{xpi} + m_\alpha v_{x\alpha i}$ $\quad (p_x = m v_x)$

$\Rightarrow \quad m_p v_{xpf} + m_\alpha v_{x\alpha f} = 0$ $\quad (v_{xpi} = 0, v_{x\alpha i} = 0)$

$\Rightarrow \quad m_p v_{xpf} + (4m_p)v_{x\alpha f} = 0$ $\quad (m_\alpha = 4m_p)$

$\Rightarrow \quad v_{xpf} + 4v_{x\alpha f} = 0$ $\quad$ (Simplifier m_p)

$\Rightarrow \quad \boxed{v_{x\alpha f} = -\frac{1}{4}v_{xpf}}$ $\quad$ (Isoler $v_{x\alpha f}$)

Remplaçons l'équation précédente dans l'équation de la conservation de l'énergie et évaluons la vitesse finale du proton :

$$\frac{1}{2}m_{\mathrm{p}}v_{\mathrm{p}f}{}^{2}+2m_{\mathrm{p}}v_{\alpha f}{}^{2}=U_{\mathrm{e}i} \qquad \text{(Conservation énergie)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m_{\mathrm{p}}v_{x\mathrm{p}f}{}^{2}+2m_{\mathrm{p}}v_{x\alpha f}{}^{2}=U_{\mathrm{e}i} \qquad \text{(Selon l'axe } x\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m_{\mathrm{p}}v_{x\mathrm{p}f}{}^{2}+2m_{\mathrm{p}}\left(-\frac{1}{4}v_{x\mathrm{p}f}\right)^{2}=U_{\mathrm{e}i} \qquad \text{(Remplacer } v_{x\alpha f}=-\frac{1}{4}v_{x\mathrm{p}f}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m_{\mathrm{p}}v_{x\mathrm{p}f}{}^{2}+2m_{\mathrm{p}}\left(\frac{v_{x\mathrm{p}f}{}^{2}}{16}\right)=U_{\mathrm{e}i} \qquad \text{(Développer carré)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m_{\mathrm{p}}v_{x\mathrm{p}f}{}^{2}+\frac{1}{8}m_{\mathrm{p}}v_{x\mathrm{p}f}{}^{2}=U_{\mathrm{e}i} \qquad \text{(Simplifier)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{5}{8}m_{\mathrm{p}}v_{x\mathrm{p}f}{}^{2}=U_{\mathrm{e}i} \qquad \text{(Additionner termes)}$$

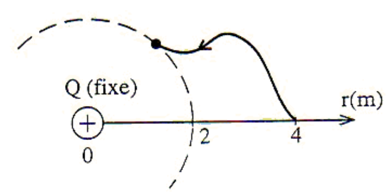
$$\Rightarrow \quad \frac{5}{8}\left(1{,}67\times10^{-27}\right)v_{x\mathrm{p}f}{}^{2}=\left(5{,}76\times10^{-20}\right) \qquad \text{(Remplacer valeurs num.)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{v_{x\mathrm{p}f}=\pm7429\ \mathrm{m/s}} \qquad \text{(Évaluer } v_{x\mathrm{p}f}\text{)}$$

Exercices

2.3.9 ***La désintégration du plutonium.*** Dans l'espace, un noyau de plutonium 238 (94 protons et 144 neutrons) se désintègre : les produits sont un noyau d'uranium 234 (92 protons et 142 neutrons) et une particule alpha (2 protons et deux neutrons). Immédiatement après la désintégration, le noyau d'uranium et la particule alpha ont une vitesse négligeable et ils sont à 10^{-14} m l'un de l'autre : en raison de la répulsion électrique, ils se repoussent l'un l'autre et acquièrent rapidement de la vitesse. **(a)** À l'instant où le noyau d'uranium se déplace à 40 km/s, quel est le module de la vitesse de la particule alpha ? **(b)** Quel est le module de la vitesse du noyau d'uranium lorsqu'il se trouve à 10^{-13} m de la particule alpha ?

Exercice A : ***Une charge se déplace près d'une charge ponctuelle.*** On dépose une charge-test de + 4 C et de 2 kg dans le champ d'une charge de + 10 C fixée à $r = 0$. Un expérimentateur dépose la charge-test à 4 m et la pousse jusqu'à 2 m, sur la trajectoire montrée ci-contre, en effectuant un travail de $100 \times 10^{9}\,\mathrm{J}$. On désire évaluer la vitesse de la charge-test après le travail.



Référence : Note Sciences Santé – Chapitre 2 - Exercice 2

Soit une charge de +10 C fixée à r = 0.

a) Quelle est l'énergie potentielle d'une charge de -2 C à l'infini si l'on respecte notre convention.

b) On permet à la charge de -2 C de se déplacer dans le champ électrique et elle s'approche jusqu'à 1000 m de l'origine. Quelle sera la valeur de l'énergie potentielle à cet endroit ?

c) Si l'on calcul la différence d'énergie potentielle entre la position à l'infini et la nouvelle position. Quel résultat obtenez-vous ?

d) Est-ce logique avec la loi de la conservation de l'énergie ?

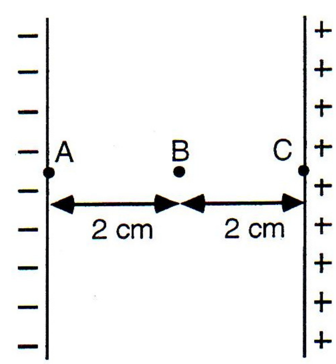
Référence : Note Science Santé – Chapitre 2 – Question 12

Deux plaques parallèles portent des densités de charges de +3 $\mu C/m^2$ et -3 $\mu C/m^2$.

a) Quel est le potentiel de la plaque positive, si on pose à 0 celui de la plaque négative ?

b) Quelle est l'énergie potentielle d'un électron en A, en B, en C ?

c) Si l'électron a une vitesse nulle en A, quelle sera son énergie cinétique en C, sa vitesse en C ?



Solutions

2.3.9 ***La désintégration du plutonium.***

Utilisons les indices suivants :

- Plutonium : P
- Uranium : U ($m_{\mathrm{U}} = 234 m_{\mathrm{p}}$ et $q_{\mathrm{U}} = 92e$)
- Alpha : α ($m_{\alpha} = 4 m_{\mathrm{p}}$ et $q_{\alpha} = 2e$)
- Proton : p ($m_{\mathrm{p}} = 1{,}67\times10^{-27}\,\mathrm{kg}$ et $q_{\mathrm{p}} = 1{,}6\times10^{-19}\,\mathrm{C}$)

Puisqu'il y a conservation de la quantité de mouvement dans une désintégration et que nous avons la vitesse du noyau d'uranium, nous pouvons déduire la vitesse de la particule alpha :

$$p_{xf} = p_{xi} \quad\Rightarrow\quad p_{x\mathrm{U}f} + p_{x\alpha f} = p_{x\mathrm{P}}$$

$$\Rightarrow\quad m_{\mathrm{U}} v_{x\mathrm{U}f} + m_{\alpha} v_{x\alpha f} = m_{\mathrm{P}} v_{x\mathrm{P}i}$$

$$\Rightarrow\quad m_{\mathrm{U}} v_{x\mathrm{U}f} + m_{\alpha} v_{x\alpha f} = 0 \qquad (v_{x\mathrm{P}i} = 0)$$

$$\Rightarrow\quad (234 m_{\mathrm{p}})(40\,\mathrm{km/s}) + (4 m_{\mathrm{p}}) v_{x\alpha f} = 0$$

$$\Rightarrow\quad \boxed{v_{x\alpha f} = -2340\ \mathrm{km/s}} \qquad \textbf{(a)}$$

Évaluons l'énergie potentielle électrique du système au début et à la fin du mouvement :

$$U_{\mathrm{e}} = k\frac{q_{\mathrm{U}} q_{\alpha}}{r} \quad\Rightarrow\quad U_{\mathrm{e}} = k\frac{(92e)(2e)}{r} \quad\Rightarrow\quad \boxed{U_{\mathrm{e}} = \frac{184 k e^2}{r}}$$

<u>Intiale :</u> ($r = 1\times10^{-14}\,\mathrm{m}$) $$U_{\mathrm{e}i} = \frac{184(9\times10^{9})(1{,}6\times10^{-19})^2}{(1\times10^{-14})} \quad\Rightarrow\quad \boxed{U_{\mathrm{e}i} = 4{,}239\times10^{-12}\,\mathrm{J}}$$

<u>Finale :</u> ($r = 1\times10^{-13}\,\mathrm{m}$) $$U_{\mathrm{e}f} = \frac{184(9\times10^{9})(1{,}6\times10^{-19})^2}{(1\times10^{-13})} \quad\Rightarrow\quad \boxed{U_{\mathrm{e}f} = 4{,}239\times10^{-13}\,\mathrm{J}}$$

Appliquons la conservation de la quantité de mouvement afin d'obtenir une relation entre les vitesses finales à partir d'une équation précédente :

$$m_{\mathrm{U}} v_{x\mathrm{U}f} + m_{\alpha} v_{x\alpha f} = 0 \quad\Rightarrow\quad v_{x\alpha f} = -\frac{m_{\mathrm{U}}}{m_{\alpha}} v_{x\mathrm{U}f}$$

$$\Rightarrow\quad v_{x\alpha f} = -\frac{(234 m_{\mathrm{p}})}{(4 m_{\mathrm{p}})} v_{x\mathrm{U}f}$$

$$\Rightarrow\quad \boxed{v_{x\alpha f} = -58{,}5\, v_{x\mathrm{U}f}}$$

Appliquons la conservation de l'énergie à notre situation :

$$E_f = E_i$$

$$\Rightarrow \quad K_{\mathrm{U}i} + K_{\alpha i} + U_{\mathrm{e}f} = K_{\mathrm{U}i} + K_{\alpha i} + U_{\mathrm{e}i} \qquad (E = K + U)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m_{\mathrm{U}}v_{\mathrm{U}f}^{\ 2} + \frac{1}{2}m_{\alpha}v_{\alpha f}^{\ 2} + U_{\mathrm{e}f} = \frac{1}{2}m_{\mathrm{U}}v_{\mathrm{U}i}^{\ 2} + \frac{1}{2}m_{\alpha}v_{\alpha i}^{\ 2} + U_{\mathrm{e}i} \qquad (K = \frac{1}{2}mv^2)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m_{\mathrm{U}}v_{\mathrm{U}f}^{\ 2} + \frac{1}{2}m_{\alpha}v_{\alpha f}^{\ 2} + U_{\mathrm{e}f} = U_{\mathrm{e}i} \qquad (v_{\mathrm{U}i} = 0\,, v_{\alpha i} = 0)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}(234m_{\mathrm{p}})v_{\mathrm{U}f}^{\ 2} + \frac{1}{2}(4m_{\mathrm{p}})(58{,}5\,v_{\mathrm{U}f})^2 + U_{\mathrm{e}f} = U_{\mathrm{e}i}$$

$$\Rightarrow \quad 117\,m_{\mathrm{p}}v_{\mathrm{U}f}^{\ 2} + 6844{,}5\,m_{\mathrm{p}}v_{\mathrm{U}f}^{\ 2} + U_{\mathrm{e}f} = U_{\mathrm{e}i}$$

$$\Rightarrow \quad 6961{,}5\,m_{\mathrm{p}}v_{\mathrm{U}f}^{\ 2} + U_{\mathrm{e}f} = U_{\mathrm{e}i}$$

$$\Rightarrow \quad v_{\mathrm{U}f} = \sqrt{\frac{U_{\mathrm{e}i} - U_{\mathrm{e}f}}{6961{,}5\,m_{\mathrm{p}}}}$$

$$\Rightarrow \quad v_{\mathrm{U}f} = \sqrt{\frac{(4{,}239\times10^{-12}) - (4{,}239\times10^{-13})}{6961{,}5(1{,}67\times10^{-27})}}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{v_{\mathrm{U}f} = 5{,}728\times10^{5}\ \mathrm{m/s}} \qquad \textbf{(b)}$$

Exercice A : ***Une charge se déplace près d'une charge ponctuelle.***

Évaluons l'énergie potentielle électrique existant entre la charge-test et la charge fixe lorsqu'elles sont séparées de 2 m et de 4 m :

$$U = k\frac{q_1 q_2}{r} \quad \Rightarrow \quad U_2 = k\frac{q_1 q_2}{r} = \left(9\times10^9\right)\frac{(4)(10)}{(2)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_2 = 1{,}8\times10^{11}\ \text{J}}$$

$$U_4 = k\frac{q_1 q_2}{r} = \left(9\times10^9\right)\frac{(4)(10)}{(4)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_4 = 9\times10^{10}\ \text{J}}$$

Évaluons la vitesse de la charge-test après un travail de $100\times10^9\ \text{J}$ permettant à la charge-test de passer d'une distance de 4 m à une distance de 2 m de la charge fixée à l'aide de la conservation de l'énergie :

$$E_f = E_i + W_{nc} \Rightarrow \quad U_f + K_f = K_i + U_i + W_{nc} \qquad \text{(Remplacer } E = K + U\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad (U_2) + \left(\frac{1}{2}m{v_f}^2\right) = (0) + (U_4) + W_{nc} \qquad \text{(Remplacer termes)}$$

$$\Rightarrow \quad {v_f}^2 = \frac{2}{m}\left(U_4 - U_2 + W_{nc}\right) \qquad \text{(Isoler } {v_f}^2\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad {v_f}^2 = \frac{2}{(2)}\left(\left(9\times10^{10}\right) - \left(1{,}8\times10^{11}\right) + \left(100\times10^9\right)\right) \qquad \text{(Remplacer valeurs num.)}$$

$$\Rightarrow \quad {v_f}^2 = 1{,}0\times10^{10} \qquad \text{(Calcul)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{v_f = 1{,}0\times10^5\ \text{m/s}} \qquad \text{(Évaluer } v_f\text{)}$$

<u>Référence :</u> Note Sciences Santé – Chapitre 2 - Exercice 2

a) Par définition, l'énergie potentielle à l'infini est zéro. Ainsi : $U_\infty = 0$

b) Avec $U = k\frac{qQ}{r}$: $U_{1000} = \left(9\times10^9\right)\frac{(-2)(10)}{(1000)} \Rightarrow \boxed{U_{1000} = -1{,}8\times10^8\ \text{J}}$

c) Avec $\Delta U = U_f - U_i$:

$$\Delta U = U_{1000} - U_\infty \quad \Rightarrow \quad \Delta U = \left(-1{,}8\times10^8\right) - (0) \Rightarrow \quad \boxed{\Delta U = -1{,}8\times10^8\ \text{J}}$$

d) Avec $W_{nc} = \Delta K + \Delta U$ et $W_{nc} = 0\ \text{J}$

$$0 = \Delta K + \Delta U \quad \Rightarrow \quad \Delta K = -\Delta U \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta K = 1{,}8\times10^8\ \text{J}}$$

Ceci est logique, car la charge-test négative est attirée par la charge positive à l'origine ce qui fait perdre de l'énergie potentielle pour être transformée en énergie cinétique.

Solutions

Référence : Note Science Santé – Chapitre 2 – Question 12

Nous avons deux plaques chargées :

$\sigma = 3\ \mu\mathrm{C/m^2}$ $\qquad \sigma_+ = +3\ \mu\mathrm{C/m^2}$ $\qquad \sigma_- = -3\ \mu\mathrm{C/m^2}$

Le champ électrique entre les deux plaques :

$$\vec{E} = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{i} = -\frac{\left(3\times10^{-6}\right)}{\left(8{,}85\times10^{-12}\right)}\vec{i} = -3{,}39\times10^{5}\,\vec{i}\ \ \frac{N}{C}$$

a) Évaluer le potentiel en C si le potentiel en A est zéro

$$\Delta V = -\int \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\left(\vec{E}\cdot\vec{s}\right) = E\ s = \left(3{,}39\times10^{5}\right)\left(0{,}04\right) = 1{,}356\times10^{4}\ \mathrm{V} \qquad (\vec{E}\,//\,\vec{s}\ \text{ et sens opposé})$$

Ceci nous donne avec $V_A = 0$: $\qquad V_C = V_A + \Delta V = 1{,}356\times10^{4}\ \mathrm{V}$

b) Évaluer l'énergie potentielle à différent point avec $U = q\ V$

$$U_A = q\ V_A = 0$$

$$U_B = q\ V_B = q\ \frac{V_c}{2} = \left(-1{,}6\times10^{-19}\right)\frac{\left(1{,}356\times10^{4}\right)}{2} = -1{,}08\times10^{-15}\ \mathrm{J}$$

$$U_C = q\ V_C = \left(-1{,}6\times10^{-19}\right)\left(1{,}356\times10^{4}\right) = -2{,}17\times10^{-15}\ \mathrm{J}$$

c) Avec la conservation de l'énergie $\Delta U + \Delta K = 0$ et ($K_i = 0$)

$$\Delta U + \Delta K = 0 \ \Rightarrow \quad U_C - U_A + K_f - K_i = 0$$

$$\Rightarrow \quad K_f = U_A - U_C = 0 - \left(-2{,}17\times10^{-15}\right) = 2{,}17\times10^{-15}\ \mathrm{J}$$

Avec $K = \dfrac{mv^2}{2}$:

$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2 * 2{,}17\times10^{-15}}{9{,}1\times10^{-31}}} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{v = 6{,}91\times10^{7}\ \mathrm{m/s}}$$