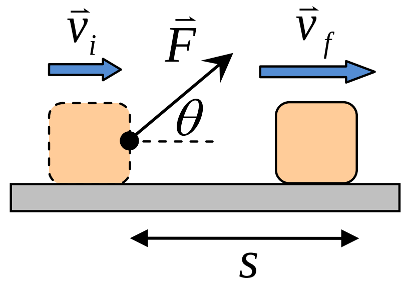
Chapitre 2.1SP – L'énergie et le potentiel électrique

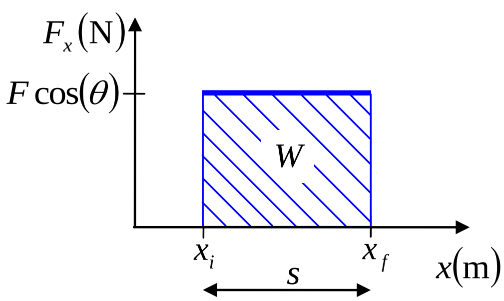
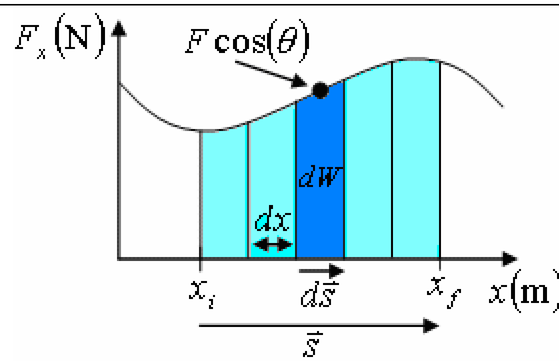
Le travail et l'énergie cinétique

Dans le cours de mécanique[1], il a été défini que le travail correspond à l'action d'appliquer une force $\vec{F}$ sur un certain déplacement $\vec{s}$.



Physiquement, le travail représente un processus permettant la <u>transformation de l'énergie</u>. Ce transfert d'énergie permet à un corps de changer de position et de vitesse. L'énergie cinétique K correspond au terme énergétique lié au module de la vitesse de la particule ayant subi le travail. C'est le <u>théorème de l'énergie cinétique</u> qui permet de relier le travail à la variation de l'énergie cinétique :

$$W = \Delta K \quad \text{où} \quad K = \frac{1}{2}mv^2$$

Travail avec une force constante sur un déplacement rectiligne	Travail avec force non-constante
$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = F\, s \cos(\theta)$	$W = \int \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \int_{x=x_i}^{x_f} F \cos(\theta) \mathrm{d}x$
	

où
- W : Travail effectué par la force F (J).
- $\vec{F}$: Force qui effectue le travail (N).
- $\vec{s}$: Déplacement sur laquelle la force est appliquée (m).
- θ : Angle entre le vecteur force et le vecteur déplacement.
- K : L'énergie cinétique (J).
- m : Masse de la particule (kg).
- v : Vitesse de la particule (m/s).

[1] Rappel de mécanique : Physique XXI Volume A, chapitre 3.1

Les forces conservatives

Une **force** est dite **conservative** lorsque le **travail** effectué par cette force est **indépendant** du **chemin** emprunté par le déplacement. Ceci à pour conséquence d'établir un lien en le travail effectué par la force et une variation d'énergie potentielle :

$$W_c = -\Delta U \qquad \text{ou} \qquad W_c = U_i - U_f$$

où W_c : Travail de la force conservative $\vec{F}_c$ (J)

ΔU : Variation de l'énergie potentielle associée à la force conservative $\vec{F}_c$ (J)

U_i : Énergie potentielle associée à la configuration initiale du système (J)

U_f : Énergie potentielle associée à la configuration finale du système (J)

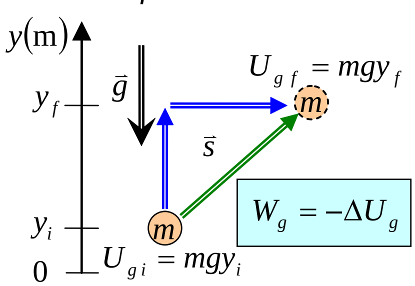
Force conservative

Force gravitationnelle:

$$\vec{F}_g = m\vec{g} \quad \text{et} \quad \vec{F}_g = -G\frac{mM}{r^2}\hat{r}$$

Énergie potentielle gravitationnelle :

- $U_g = mgy$ (Champ constant)
- $U_g = -\dfrac{GmM}{r}$ (Champ en $1/r^2$)

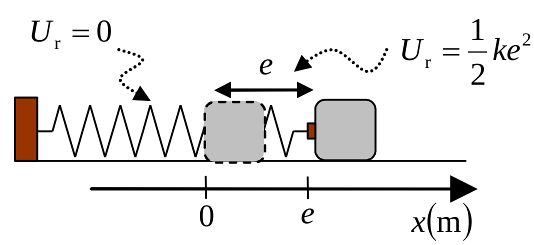


Force élastique du ressort :

$$\vec{F}_r = -k\vec{e}$$

Énergie potentielle du ressort :

$$U_r = \frac{1}{2}ke^2$$

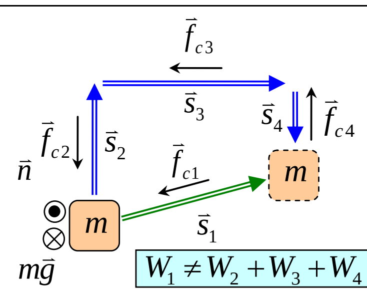


Force non conservative

Force de frottement : $\vec{F}_c = -\mu n \hat{v}$

(force sens contraire de la vitesse)

** Pas de terme d'énergie potentielle **

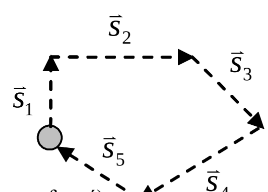


Une force conservative qui effectue un travail sur un parcours fermé (qui revient à son point de départ) est toujours nul :

$$W_c = \oint \vec{F}_c \cdot \mathrm{d}\vec{s} = 0$$

(travail nul pour une force conservative sur un parcours fermé)

$$\sum_{i=1}^{5} \vec{s}_i = 0$$



(exemple d'un parcours fermé)

Le travail de la force électrique et la variation d'énergie potentielle

En raison de la composante coulombienne[2] du champ électrique, la force électrique respecte la définition[3] d'une force conservative. Ainsi, nous pouvons évaluer le travail de la force électrique et la variation de l'énergie potentielle électrique grâce aux équations suivantes :

Relation travail-énergie	Travail de la force électrique	Variation de l'énergie potentielle électrique
$W_e = -\Delta U_e$	$W_e = q\int \vec{E}\cdot d\vec{s}$	$\Delta U_e = -q\int \vec{E}\cdot d\vec{s}$

Preuve :

À l'aide de l'expression de la force électrique $\vec{F}_e = q\vec{E}$, appliquons la définition du travail W associée au travail d'une force conservative :

$W = \int \vec{F}\cdot d\vec{s}$ $\Rightarrow$ $W_e = \int q\vec{E}\cdot d\vec{s}$ (Définition force électrique : $\vec{F} = q\vec{E}$)

$\Rightarrow$ $-\Delta U_e = \int q\vec{E}\cdot d\vec{s}$ (Travail conservatif : $W_c = -\Delta U$)

$\Rightarrow$ $\Delta U_e = -q\int \vec{E}\cdot d\vec{s}$ ■ (Sortir la constante q de l'intégrale)

La différence de potentiel électrique

Afin d'isoler l'effet de l'environnement responsable du champ électrique $\vec{E}$ sur une comptabilité de variation d'énergie potentielle électrique ΔU_e, nous pouvons introduire une nouvelle définition : la variation du potentiel électrique ΔV. Cette grandeur physique correspond à une variation de l'énergie potentielle électrique ΔU_e par unité de charge q :

$$\Delta V = \frac{\Delta U_e}{q} \quad \text{tel que} \quad \Delta U_e = q\Delta V \quad \text{d'où la relation} \quad U_e = qV \quad .$$

Si le champ électrique $\vec{E}$ est l'effet de l'environnement dans le but d'appliquer une force $\vec{F}_e = q\vec{E}$ sur une charge q plongé dans le champ électrique $\vec{E}$, alors la différence de potentiel électrique ΔV sera l'effet de l'environnement dans le but d'établir une variation d'énergie potentielle électrique $\Delta U_e = q\Delta V$ sur une charge q subissant une différence de potentiel électrique ΔV :

Relation : Force-Champ		Relation : Énergie-Potentiel		
Force électrique	Champ électrique	Énergie potentielle électrique	Variation de l'énergie potentielle électrique	Variation du potentiel électrique
$\vec{F}_e = q\vec{E}$	$\vec{E} = \int k\frac{dQ}{r^2}\hat{r}$	$U_e = qV$	$\Delta U_e = q\Delta V$	$\Delta V = -\int \vec{E}\cdot d\vec{s}$ tel que $\Delta V = V_f - V_i$

[2] Pour être plus précis, puisque le champ électrique est constitué d'une composante coulombienne et induite, seule la composante coulombienne permet d'appliquer une force conservative.

Preuve :

À partir de la variation de l'énergie potentielle électrique, introduisons la définition de la variation du potentiel électrique correspondant à de l'énergie par unité de charge :

$$\Delta U_e = -q\int \vec{E}\cdot d\vec{s} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta U_e}{q} = \frac{1}{q} - q\int \vec{E}\cdot d\vec{s}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta V = -\int \vec{E}\cdot d\vec{s} \quad \blacksquare$$

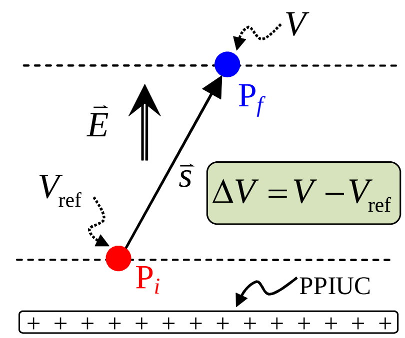
L'électronvolt

L'électronvolt correspond à l'énergie potentielle électrique d'un électron lorsqu'il est situé dans un potentiel électrique de « un volt ». Cette unité est régulièrement utilisée dans le domaine de la physique des particules.

Unité (électronvolt) : $[E] = \text{eV}$ Correspondance : $1\ \text{eV} = 1{,}6\times10^{-19}\ \text{J}$

Le potentiel électrique dans un champ constant (pour PPIUC)

Dans un champ électrique constant (généré par une PPIUC), le potentiel électrique en un point P_f dépendra du potentiel électrique de référence V_{ref} choisi arbitrairement en un point P_i et du déplacement $\vec{s}$ passant du point P_i à P_f dans le champ électrique constant $\vec{E}$:



$$V = V_{\text{ref}} + \Delta V$$

tel que

$$\Delta V = -\vec{E}\cdot\vec{s} = -Es\cos(\theta)$$

où ΔV : Différence de potentiel électrique associé au champ $\vec{E}$ (V).

$\vec{E}$: Champ électrique (N/C ou V/m).

$\vec{s}$: Déplacement dans le champ $\vec{E}$ en $\mathbf{P}_i$ et $\mathbf{P}_f$ (m).

$d\vec{s}$: Petit élément de déplacement dans le champ $\vec{E}$ (m).

θ : Angle entre le champ électrique $\vec{E}$ et le déplacement $\vec{s}$.

V : Valeur du potentiel au point $\mathbf{P}_f$ (V).

V_{ref} : Valeur du potentiel de référence au point $\mathbf{P}_i$ (V).

Preuve :

À partir de la relation entre le champ électrique et la différence de potentiel électrique, réalisons le calcul avec un champ électrique constant :

$$\Delta V = -\int \vec{E}\cdot d\vec{s} \quad \Rightarrow \quad \Delta V = -\vec{E}\cdot\int d\vec{s} \qquad (\vec{E}\ \text{est constant})$$

$$\Rightarrow \quad \Delta V = -\vec{E}\cdot\vec{s} \quad \blacksquare$$

Situation A : *Déplacement près de deux PPIUC, partie 1.* Un bloc se déplace de la coordonnée (x = 1 m, y = 3 m) à la coordonnée (x = 4 m, y = 5 m) près de deux PPIUC avec une trajectoire est inconnue. La première PPIUC, parallèle à l'axe y, est située en x = 6 m et possède une densité de charge surfacique $\sigma_1 = 2\ \mu\text{C/m}^2$. La seconde PPIUC, parallèle à l'axe x, est située en y = 1 m et possède une densité de charge surfacique $\sigma_2 = 5\ \mu\text{C/m}^2$. On désire évaluer la variation du potentiel électrique associée au déplacement du bloc.

Voici la représentation de la situation :

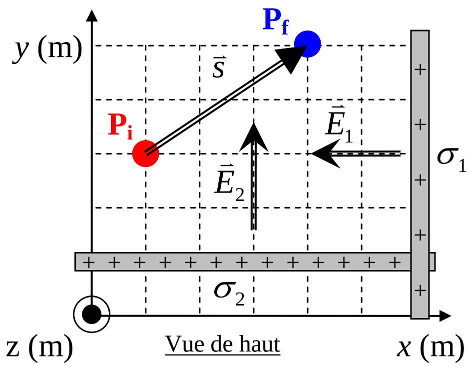
Position initiale : $\vec{r}_i = \left(\vec{i} + 3\,\vec{j}\right)\text{m}$

Position finale : $\vec{r}_f = \left(4\vec{i} + 5\,\vec{j}\right)\text{m}$

Déplacement : $\vec{s} = \vec{r}_f - \vec{r}_i = \left(3\vec{i} + 2\,\vec{j}\right)\text{m}$

Orientation des champs électriques :

$$\vec{E}_1 = -E_1\vec{i} \qquad \text{et} \qquad \vec{E}_2 = E_2\,\vec{j}$$



(La véritable trajectoire du bloc est inconnue.)

Évaluons le module des champs électriques à partir de l'expression du module du champ électrique produit par une PPIUC :

$$E = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E_1 = \frac{|\sigma_1|}{2\varepsilon_0} = \frac{\left|\left(2\times10^{-6}\right)\right|}{2\left(8{,}85\times10^{-12}\right)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{E_1 = 1{,}130\times10^{5}\ \text{N/C}}$$

$$E_2 = \frac{|\sigma_2|}{2\varepsilon_0} = \frac{\left|\left(5\times10^{-6}\right)\right|}{2\left(8{,}85\times10^{-12}\right)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{E_2 = 2{,}825\times10^{5}\ \text{N/C}}$$

Évaluons le champ électrique total :

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = \left(-E_1\,\vec{i}\right) + \left(E_2\,\vec{j}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{E} = \left(-1{,}130\,\vec{i} + 2{,}825\,\vec{j}\right)\times10^{5}\ \text{N/C}}$$

Évaluons la variation du potentiel électrique causée par un déplacement $\vec{s}$ dans un champ électrique constant $\vec{E}$:

$$\Delta V = -\vec{E}\cdot\vec{s} \quad \Rightarrow \quad \Delta V = -\left(\left(-1{,}130\,\vec{i} + 2{,}825\,\vec{j}\right)\times10^{5}\right)\cdot\left(3\vec{i} + 2\,\vec{j}\right) \qquad \text{(Remplacer num.)}$$

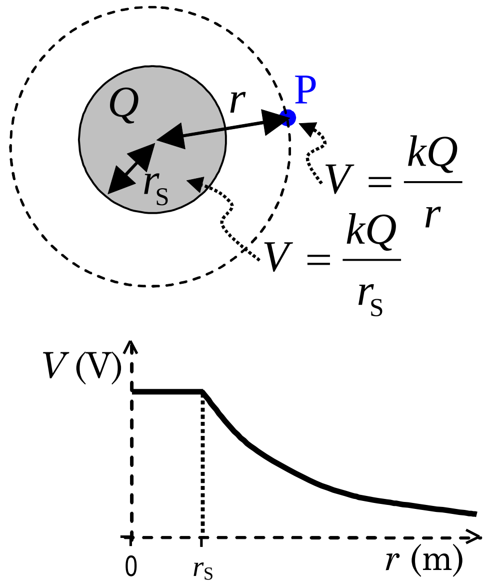
$$\Rightarrow \quad \Delta V = -1\times10^{5}\left(-1{,}130\,\vec{i} + 2{,}825\,\vec{j}\right)\cdot\left(3\vec{i} + 2\,\vec{j}\right) \qquad \text{(Factoriser constante)}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta V = -1\times10^{5}\left(-1{,}130 * 3 + 2{,}825 * 2\right) \qquad (\vec{E}\cdot\vec{s} = E_x s_x + E_y s_y)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\Delta V = -2{,}26\times10^{5}\ \text{V}}$$

Le potentiel électrique dans le champ d'une sphère conductrice uniformément chargée

Dans le champ électrique d'une sphère conductrice uniformément chargée Q où règne un champ électrique en $1/r^2$ à l'extérieur de celle-ci, un point de l'espace se fera attribuer une valeur de potentiel électrique V correspondant à la contribution de la sphère au potentiel électrique total. À l'intérieur ce celle-ci, puisque le champ électrique est nulle puisque la sphère est conductrice, le potentiel électrique sera égal à la valeur en surface de la sphère :



Potentiel électrique à l'extérieur et à l'intérieur d'une sphère uniformément chargée

<u>Extérieur :</u> ($r > r_S$)

$$V = k\frac{Q}{r}$$

<u>Intérieur :</u> ($r < r_S$)

$$V = k\frac{Q}{r_S}$$

tel que

$$V_{r=\infty} = 0 \quad \text{et} \quad \Delta V = V_f - V_i$$

où ΔV : Différence de potentiel électrique associé au champ $\vec{E}$ de la charge Q (V).

V : Potentiel électrique généré par la charge Q en un endroit de l'espace (V).

Q : Charge qui génère le potentiel électrique (C).

r : Distance entre la charge Q et l'endroit où le potentiel électrique est évalué (m)

r_S : Rayon de la sphère conductrice (m)

k : Constante de la loi de Coulomb, $k = 9{,}00 \times 10^9 \,\mathrm{N \cdot m^2/C^2}$

<u>Preuve :</u>

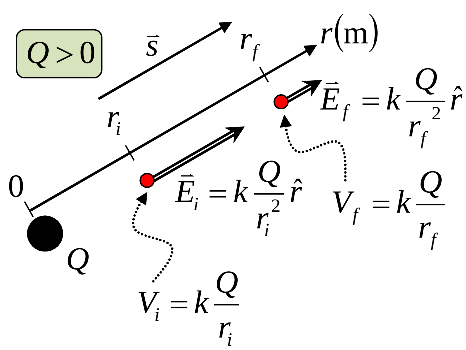
À partir du champ électrique généré par une particule chargée, effectuons un déplacement radial

$$\vec{s} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$$

dans un champ électrique non constant

$$\vec{E} = k\frac{Q}{r^2}\hat{r}$$

et calculons la variation du potentiel électrique afin d'y définir une expression du potentiel électrique :



$$\Delta V = -\int \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s} \quad \Rightarrow \quad \Delta V = -\int \left(k\frac{Q}{r^2}\hat{r} \right) \cdot \mathrm{d}\vec{s} \qquad \text{(Remplacer } \vec{E} = k\frac{Q}{r^2}\hat{r}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta V = -kQ\int \frac{\hat{r}}{r^2} \cdot \mathrm{d}\vec{s} \qquad \text{(Factoriser constante de l'intégrale)}$$

$$\Delta V = -kQ\int \frac{\hat{r}}{r^2}\cdot \mathrm{d}\vec{s} \quad \Rightarrow \quad \Delta V = -kQ\int \frac{\hat{r}}{r^2}\cdot \mathrm{d}r\,\hat{r} \qquad \text{(Remplacer } \mathrm{d}\vec{s} = \mathrm{d}r\ \hat{r}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta V = -kQ\int \frac{1}{r^2}\mathrm{d}r \qquad \text{(Produit scalaire : } \hat{r}\cdot\hat{r} = 1\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta V = -kQ\int_{r=r_i}^{r_f} \frac{1}{r^2}\mathrm{d}r \qquad \text{(Poser les bornes de l'intégrale)}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta V = -kQ\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_i}^{r_f} \qquad \text{(Résoudre : } \int x^n \mathrm{d}x = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta V = -kQ\left[\left(-\frac{1}{r_f}\right) - \left(-\frac{1}{r_i}\right)\right] \qquad \text{(Borne : } \int_A^B f(x)\mathrm{d}x = F(B) - F(A)\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta V = \frac{kQ}{r_f} - \frac{kQ}{r_i} \qquad \text{(Distribution)}$$

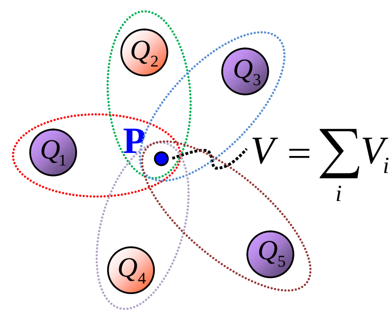
$$\Rightarrow \quad \Delta V = V_f - V_i \quad \text{où} \quad V = \frac{kQ}{r} \quad \blacksquare \qquad \text{(Définir le potentiel électrique)}$$

Le principe de superposition avec le potentiel électrique de charges ponctuelles

En appliquant le principe de superposition au concept de <u>potentiel électrique</u> *V*, nous obtenons l'expression

$$V = \sum_{i=1}^{N} V_i = \sum_{i=1}^{N} k\frac{Q_i}{r_i}$$

dans le but d'évaluer le potentiel électrique total *V* généré par une distribution de charges ponctuelles Q_i en un point **P** de l'espace:



Si l'on veut évaluer <u>l'énergie potentielle électrique</u> U_e qu'une charge q partage avec son environnement par l'entremise du potentiel électrique local *V*, il suffit d'évaluer l'expression

$$U_\mathrm{e} = qV .$$

<u>Définitions :</u>

V : Potentiel électrique total généré par les *N* charges Q_i en volt (V)

U_e : L'énergie potentielle électrique que partage q avec le potentiel *V* en joule (J)

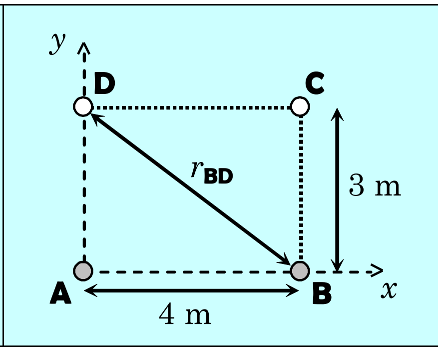
Q_i : Charge d'indice *i* qui produit le potentiel électrique V_i au point **P** en coulomb (C)

q : Charge qui établit un lien énergétique avec le potentiel *V* en coulomb (C)

r_i : Distance entre la charge Q_i et le point **P** en mètre (m)

k : Constante de la loi de Coulomb, $k = 9{,}00\times 10^9\ \mathrm{N\cdot m^2/C^2}$

Situation B : ***L'énergie potentielle électrique par superposition des potentiels.*** Dans un plan *xy*, on fixe une particule **A** de charge +1 μC à l'origine, une particule **B** de charge +2 μC en (x = 4 m, y = 0 m), une particule **C** de charge -3 μC en (x = 4 m, y = 3 m) et une particule **D** de charge -4 μC en (x = 0 m, y = 3 m). On désire déterminer **(a)** le potentiel électrique à l'endroit où se trouve la particule **D** et **(b)** l'énergie potentielle électrique que partage la particule **D** avec les autres charges **A**, **B** et **C**.



Dans cette situation, nous avons les informations suivantes :

Charges Q_i	Distances $r_{i\mathrm{D}}$
$Q_\mathrm{A} = 1\times10^{-6}\,\mathrm{C}$	$r_\mathrm{AD} = 3\ \mathrm{m}$
$Q_\mathrm{B} = 2\times10^{-6}\,\mathrm{C}$	$r_\mathrm{BD} = \sqrt{(4)^2 + (3)^3} = 5\ \mathrm{m}$
$Q_\mathrm{C} = -3\times10^{-6}\,\mathrm{C}$	$r_\mathrm{CD} = 4\ \mathrm{m}$

Avec la définition du potentiel d'une charge ponctuelle, évaluons le potentiel au point **D** :

- $V_\mathrm{A} = k\dfrac{Q_\mathrm{A}}{r_\mathrm{AD}} = \left(9\times10^9\right)\dfrac{\left(1\times10^{-6}\right)}{3} \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_\mathrm{A} = 3000\ \mathrm{V}}$
- $V_\mathrm{B} = k\dfrac{Q_\mathrm{B}}{r_\mathrm{BD}} = \left(9\times10^9\right)\dfrac{\left(2\times10^{-6}\right)}{5} \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_\mathrm{B} = 3600\ \mathrm{V}}$
- $V_\mathrm{C} = k\dfrac{Q_\mathrm{C}}{r_\mathrm{CD}} = \left(9\times10^9\right)\dfrac{\left(-3\times10^{-6}\right)}{4} \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_\mathrm{C} = -6750\ \mathrm{V}}$

À partir du principe de superposition, évaluons le potentiel total au point **D** :

$$V = \sum_i V_i \quad \Rightarrow \quad V = V_\mathrm{A} + V_\mathrm{B} + V_\mathrm{C}$$

$$\Rightarrow \quad V = (3000) + (3600) + (-6750)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{V = -150\ \mathrm{V}}$$ **(a)** (que l'on peut également définir comme V_ABC)

Évaluons l'énergie potentielle électrique que la particule **D** établie avec son environnement :

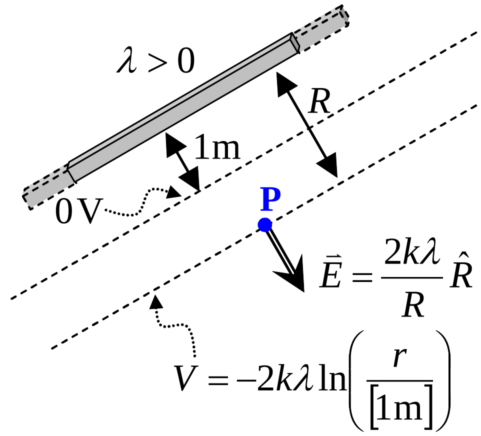
$$U_\mathrm{e} = qV \quad \Rightarrow \quad U_\mathrm{e} = q_\mathrm{D} V_\mathrm{ABC}$$

$$\Rightarrow \quad U_\mathrm{e} = \left(-4\times10^{-6}\,\mathrm{C}\right)\left(-150\,\mathrm{V}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{U_\mathrm{e} = 600\ \mu\mathrm{J}}$$

Le potentiel électrique dans le champ d'une TRIUC

Dans le champ électrique d'une tige rectiligne infinie uniformément chargé par une densité linéique λ où règne un champ en $1/r$, un point de l'espace se fera attribuer une valeur de potentiel électrique V correspondant à la contribution de la tige au potentiel électrique total :



$$V = -2k\lambda \ln\left(\frac{r}{[1\,\mathrm{m}]}\right)$$

tel que

$$V_{r=1} = 0 \quad \text{et} \quad \Delta V = V_f - V_i$$

où ΔV : Différence de potentiel électrique associé au champ $\vec{E}$ de la charge Q (V).

V : Potentiel électrique généré par la charge Q en un endroit de l'espace (V).

Q : Charge qui génère le potentiel électrique (C).

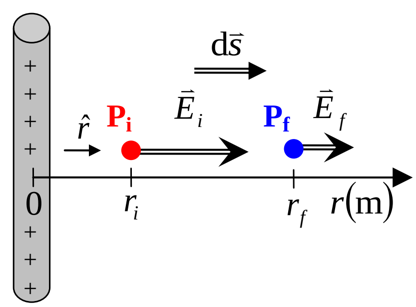
r : Distance entre la charge Q et l'endroit où le potentiel électrique est évalué (m)

k : Constante de la loi de Coulomb, $k = 9{,}00 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$

<u>Preuve :</u>

À partir de la relation entre le champ électrique et la différence de potentiel électrique, réalisons le calcul avec un champ électrique généré par une TRIUC. Pour réaliser le calcul, effectuons un déplacement infinitésimal dans le champ électrique non uniforme uniquement dans le sens du champ électrique tel que

$$\mathrm{d}\vec{s} = \mathrm{d}r\,\hat{r}\ .$$



Évaluons la variation du potentiel électrique associée à un déplacement radial de r_i à r_f :

$$\Delta V = -\int \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$$ (Définition de la variation du potentiel électrique)

$$\Rightarrow \quad \Delta V = -\int_{r=r_i}^{r_f} \left(\frac{2k\lambda}{r}\hat{r}\right) \cdot (\mathrm{d}r\,\hat{r})$$ (Remplacer $\vec{E} = \frac{2k\lambda}{r}\hat{r}$ et $\mathrm{d}\vec{s} = \mathrm{d}r\,\hat{r}$)

$$\Rightarrow \quad \Delta V = -2k\lambda \int \frac{\mathrm{d}r}{r}\hat{r} \cdot \hat{r}$$ (Factoriser les constantes)

$$\Rightarrow \quad \Delta V = -2k\lambda \int \frac{\mathrm{d}r}{r}$$ (Produit scalaire : $\hat{r} \cdot \hat{r} = 1$)

$$\Rightarrow \quad \Delta V = -2k\lambda \int_{r=r_i}^{r_f} \frac{\mathrm{d}r}{r}$$ (Borne d'intégration : $r = r_i \to r_f$)

$$\Delta V = -2k\lambda \int_{r=r_i}^{r_f} \frac{\mathrm{d}r}{r}$$ (Équation précédente)

$\Rightarrow$ $$\Delta V = -2k\lambda\left[\ln(r)\right]_{r_i}^{r_f}$$ (Résoudre l'intégrale : $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x = \ln(x) + C$)

$\Rightarrow$ $$\Delta V = -2k\lambda\left(\ln(r_f) - \ln(r_i)\right)$$ (Évaluer les bornes de l'intégrale)

$\Rightarrow$ $$\Delta V = -2k\lambda \ln\left(\frac{r_f}{r_i}\right)$$ ($\ln(A) - \ln(B) = \ln\left(\frac{A}{B}\right)$)

Pour obtenir un terme de potentiel électrique V, nous devrons imposer une convention, car la sommation d'un champ électrique en $1/r$ ne converge pas d'où le fait que $V_\infty \neq 0$. Ainsi, ajoutons un terme unitaire avec unité dans le logarithme afin de régler la situation :

$$\Delta V = -2k\lambda \ln\left(\frac{r_f}{r_i}\right) \quad \Rightarrow \quad \Delta V = -2k\lambda \ln\left(\frac{r_f / r_i}{[1\,\mathrm{m}]/[1\,\mathrm{m}]}\right)$$

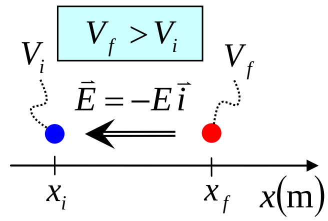
$$\Rightarrow \quad \Delta V = -2k\lambda \ln\left(\frac{r_f / [1\,\mathrm{m}]}{r_i / [1\,\mathrm{m}]}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \Delta V = \left(-2k\lambda \ln\left(\frac{r_f}{[1\,\mathrm{m}]}\right)\right) - \left(-2k\lambda \ln\left(\frac{r_i}{[1\,\mathrm{m}]}\right)\right)$$

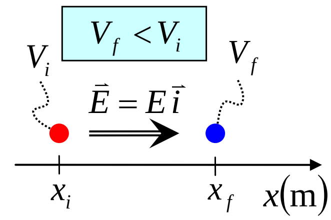
$$\Rightarrow \quad \Delta V = V_f - V_i \quad \text{où} \quad V = -2k\lambda \ln\left(\frac{r}{[1\,\mathrm{m}]}\right) \qquad \blacksquare$$

Le champ électrique à partir du potentiel

Puisque la variation du potentiel électrique est obtenue à partir d'un déplacement dans un champ électrique, nous pouvons obtenir le champ électrique à partir d'une variation de potentiel électrique en effectuant l'opération mathématique inverse. Ainsi, le champ électrique correspond au taux de variation du potentiel électrique dans l'espace.



Le champ électrique pointe vers l'axe *x* négatif, car le potentiel électrique chute vers le sens négatif de l'axe *x*.



Le champ électrique pointe vers l'axe *x* positif, car le potentiel électrique chute vers le sens positif de l'axe *x*.

Selon l'axe *x*, le champ électrique E_x correspond à la variation du potentiel électrique $\mathrm{d}V$ entre deux positions de l'axe *x* divisé par la distance $\mathrm{d}x$ entre ces deux positions.

Selon l'axe *x*	En trois dimensions[4]
$E_x = -\dfrac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x}$	$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$ avec $\vec{\nabla} = \dfrac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \dfrac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \dfrac{\partial}{\partial z}\vec{k}$

où E_x : Champ électrique selon l'axe *x* (N/C ou V/m)

$\mathrm{d}V$: Variation du potentiel électrique entre deux positions de l'axe *x* (V)

$\mathrm{d}x$: Variation de position entre les deux positions de l'axe *x* (m)

Preuve :

À partir de l'expression de la variation du potentiel électrique, isolons le champ électrique. Supposons que le déplacement $\vec{s}$ dans le champ électrique est uniquement selon l'axe *x*. Ainsi, un petit déplacement $\mathrm{d}\vec{s}$ sera égal à $\mathrm{d}x\,\vec{i}$:

$$\Delta V = -\int \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{s} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{d}V = -\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{s} \qquad \text{(Retirer l'intégrale : } \Delta V \to \mathrm{d}V\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \mathrm{d}V = -\left(E_x\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k}\right)\cdot\left(\mathrm{d}x\,\vec{i}\right) \qquad \text{(Remplacer } \vec{E} \text{ et } \mathrm{d}\vec{s} = \mathrm{d}x\,\vec{i}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \mathrm{d}V = -E_x\mathrm{d}x \qquad \text{(Produit scalaire : } \vec{i}\cdot\vec{i} = 1,\ \vec{i}\cdot\vec{j} = 0\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad E_x = -\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x} \quad \blacksquare \qquad \text{(Isoler } E_x\text{)}$$

[4] Le gradient $\vec{\nabla}$ est un opérateur qui permet de transformer un champ scalaire en champ vectoriel.

Les surfaces équipotentielles électriques

Une surface équipotentielle électrique est une région où la valeur du potentiel électrique est la même en tout point. Les équipotentielles électriques possèdent les caractéristiques suivantes :

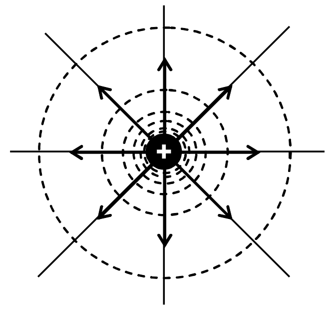
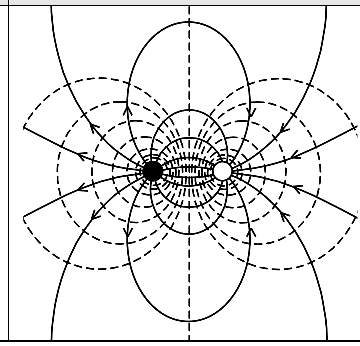
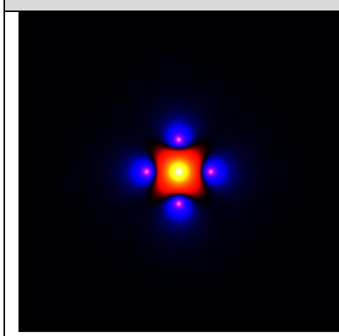
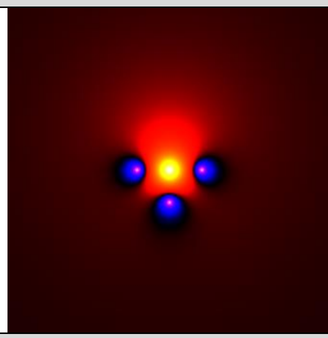
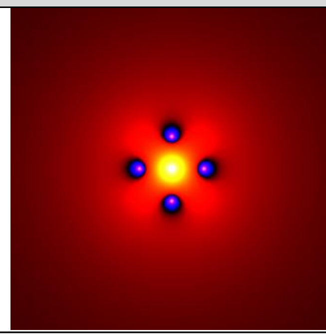
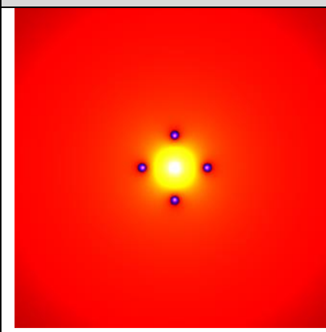
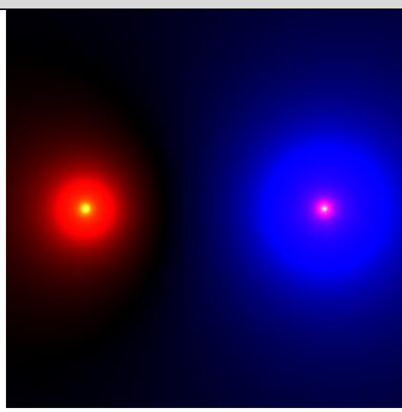
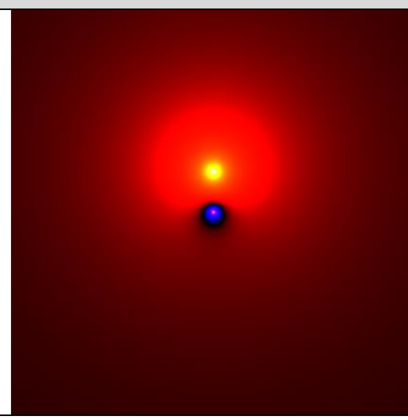
Caractéristiques des équipotentielles électriques	Charge ponctuelle $\vec{E} = k\dfrac{Q}{r^2}\hat{r}$ et $V = k\dfrac{Q}{r}$	Dipôle électrique
• Le potentiel électrique est égal en tout point de la surface. • Le champ électrique est perpendiculaire à la surface équipotentielle. • Le sens du champ électrique défini le sens où il y a une chute de potentiel. • Plus les équipotentielles sont rapprochées, plus le champ électrique est de module élevé.		

Illustration différents systèmes de particules s'apparentant à des atomes classique[5] :

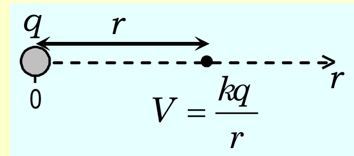
Béryllium $_4$Be neutre.	Béryllium $_4$Be ionisé une fois.	Gros atome fortement ionisé.	Gros atome pratiquement totalement ionisé.
			
5 nC et -10 nC espacées par 3 m		2 nC et -0,5 nC espacées par 0,1 m	
			

Gradient de couleur : 0 V → ±100 V → ±1000 V → ±5000 V **Bleu** : V < 0 **Noir** : V = 0 **Rouge** : V > 0

[5] En raison de la nature probabiliste du nuage électronique d'un atome, la description exacte du potentiel électrique autour d'un atome est fort complexe et nécessite un théorique quantique.

Situation 2 (Chapitre 2.5): ***Le champ d'une particule à partir du potentiel.*** On désire obtenir l'équation qui exprime le champ électrique généré par une particule chargée à partir de l'équation qui exprime le potentiel électrique

$$V(r) = k\frac{Q}{r}.$$



Évaluons le champ électrique le long de l'axe radial r de ce potentiel électrique à partir de la relation champ-potentiel :

$$E_x = -\frac{\mathrm{d}V(x)}{\mathrm{d}x} \quad \Rightarrow \quad E_r = -\frac{\mathrm{d}V(r)}{\mathrm{d}r} \quad \text{(Expression selon l'axe radial } r\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad E_r = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(k\frac{Q}{r}\right) \quad \text{(Remplacer } V(r) = k\frac{Q}{r}\text{)}$$

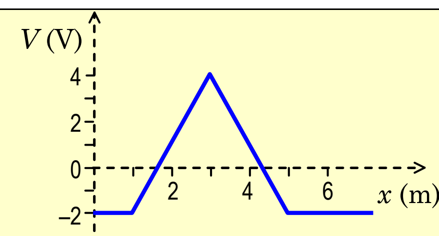
$$\Rightarrow \quad E_r = -kQ\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(\frac{1}{r}\right) \quad \text{(Factoriser les constantes)}$$

$$\Rightarrow \quad E_r = -kQ\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r^{-1}\right) \quad \text{(Réécriture)}$$

$$\Rightarrow \quad E_r = -kQ\left(-r^{-2}\right) \quad \text{(Dérivée d'un polynôme : } \frac{d\,x^n}{dx} = nx^{n-1}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{E_r = k\frac{Q}{r^2}} \quad \text{(Réécriture)}$$

Situation 3 (Chapitre 2.5) : ***Du potentiel au champ électrique.*** Le long d'un axe x, le potentiel électrique est donné par le graphique $V(x)$ représenté sur le schéma ci-contre. On désire tracer le graphique de la composante selon x du champ électrique en fonction de x, c'est-à-dire le graphique $E_x(x)$.



Développons une expression pour évaluer le champ électrique à partir de la pente du graphique $V(x)$ et de la relation potentiel-champ sachant que les pentes sont constantes :

$$E_x = -\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x} \quad \Rightarrow \quad E_x = -\frac{\Delta V}{\Delta x} \quad \text{(Pente constante, } \mathrm{d} \to \Delta\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{E_x = -\frac{V_f - V_i}{x_f - x_i}} \quad \text{(Remplacer } \Delta V \text{ et } \Delta x\text{)}$$

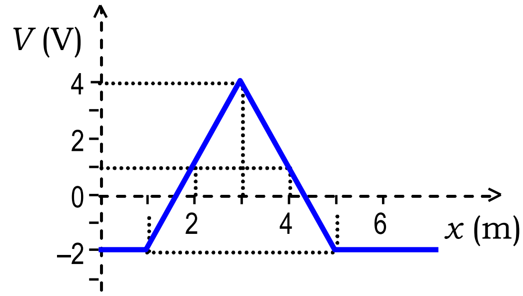
Évaluons le champ électrique pour différentes régions de l'axe x :

Pour $0 < x < 1$: $\quad E_x = -\dfrac{(-2)-(-2)}{(1)-(0)} = 0$

Pour $1 < x < 3$: $\quad E_x = -\dfrac{(4)-(-2)}{(3)-(1)} = -3 \text{ V/m}$

Pour $3 < x < 5$: $\quad E_x = -\dfrac{(-2)-(4)}{(5)-(3)} = 3 \text{ V/m}$

Pour $5 < x < 6$: $\quad E_x = -\dfrac{(-2)-(-2)}{(6)-(5)} = 0$

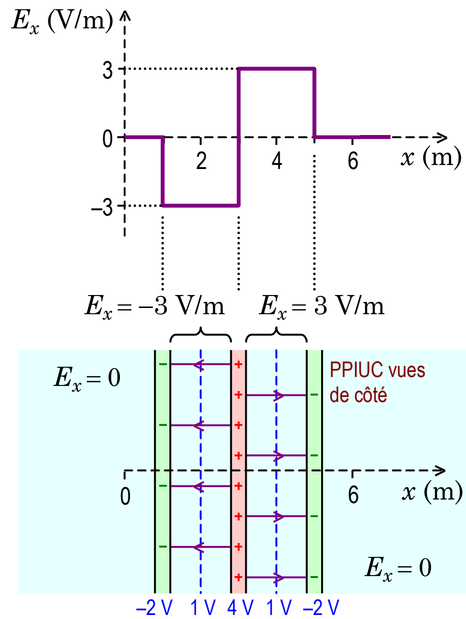


Voici la représentation du champ électrique selon l'équation $E_x(x)$: ($[x] = \text{m}$)

$$E_x(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < 1 \\ -3 \text{ V/m} & 1 < x < 3 \\ 3 \text{ V/m} & 3 < x < 5 \\ 0 & 5 < x < 6 \end{cases}$$

Un tel champ peut être généré par un système de plaques parallèles tel qu'illustré ci-contre :

Deux plaques négatives de densité surfacique $-\sigma$ et une plaque positive de densité surfacique $+2\sigma$



L'effet piézoélectrique

Certains matériaux sous l'action d'une pression mécanique subissent une polarisation électrique (séparation de charges) ce qui provoque l'établissement d'une différence de potentiel électrique. En reliant ces matériaux à un circuit, ils peuvent établir un courant électrique. Un **allume-gaz** est un bon exemple de piézoélectrique sous compression.


(Allume-gaz)

L'effet inverse permet de déformer ces matériaux sous la présence d'un champ électrique externe. Un **quartz** dans une **horloge** est un bon exemple de piézoélectrique en vibration.

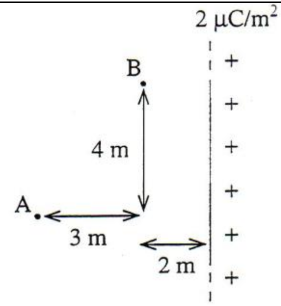

(Horloge)

Exercices

Référence : Note Science Santé – Chapitre 2 – Question 10

a) Quelle est la différence de potentiel $V_B - V_A$ entre les points A et B ?

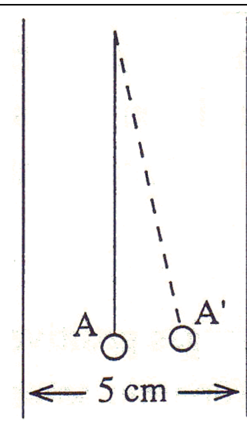
b) Quelle sera la variation d'énergie potentielle d'un électron passant de A en B ?



Référence : Note Science Santé – Chapitre 2 – Question 13

Une petite boule de 5 g, chargée positivement, est suspendue à un fil et placée entre deux plaques conductrices espacées de 5 cm. On charge les deux plaques à une différence de potentiel de 600 V, la boule se déplace en A', le fil de suspension faisant un angle de 10^o avec la position initiale.

a) Laquelle des deux plaques est portée au potentiel le plus élevé ?
b) Quelle est la grandeur de la force électrique subie par la boule ?
c) Quelle est la charge portée par la boule ?



Solutions

Référence : Note Science Santé – Chapitre 2 – Question 10

Évaluons le champ électrique généré par la plaque chargée du côté gauche de celle-ci :

$$E = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = -\frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}\vec{i} \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = -\frac{(2\times10^{-6})}{2(8{,}85\times10^{-12})}\vec{i}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{E} = -1{,}13\times10^{5}\vec{i}\ \text{V/m}}$$

Évaluons la différence de potentiel électrique entre le point A et B où $\Delta V_{AB} = V_B - V_A$:

$$\Delta V = -\vec{E}\cdot\vec{s} \quad \Rightarrow \quad \Delta V_{AB} = -\vec{E}\cdot\vec{s}_{AB}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta V_{AB} = -\left(-1{,}13\times10^{5}\vec{i}\right)\cdot\left(3\vec{i}+4\vec{j}\right) \qquad (\vec{s}_{AB} = \vec{r}_B - \vec{r}_A)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{V_{AB} = 3{,}39\times10^{5}\,\text{V}} \quad \textbf{(a)}$$

Avec $\Delta U = q\ \Delta V$, nous pouvons évaluer la différence d'énergie potentielle pour un électron :

$$\Delta U = q\Delta V \quad \Rightarrow \quad \Delta U = \left(-1{,}6\times10^{-19}\right)\left(3{,}39\times10^{5}\right) = -5{,}4\times10^{-14}\,\text{J}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\Delta U = -5{,}4\times10^{-14}\,\text{J}}$$

Référence : Note Science Santé – Chapitre 2 – Question 13

a) La charge (+) se déplace vers la plaque négative.
La plaque négative étant par définition au potentiel le plus bas
Donc, la **plaque de gauche** est portée au potentiel le plus élevée ($600\text{ V} \leftrightarrow 0\text{ V}$).

b) Nous allons utiliser la 2[e] loi de Newton pour évaluer la force électrique.

Avec $\sum \vec{F} = 0$, nous avons $m\vec{g} + \vec{F}_e + \vec{T} = 0$

En y : $\sum F_y = -mg + T\cos(\theta) = 0 \quad \Rightarrow \quad mg = T\cos(\theta)$

$$\Rightarrow \quad T = \frac{mg}{\cos(\theta)} = \frac{(5\times 10^{-3})(9{,}8)}{\cos(10°)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{T = 0{,}04976 \text{ N}}$$

En x : $\sum F_x = F_e - T\sin(\theta) = 0 \quad \Rightarrow \quad F_e = T\sin(\theta) = (0{,}04976)\sin(10°)$

$$\Rightarrow \quad \boxed{F_e = 0{,}00864 \text{ N}}$$

c) Pour évaluer la charge, nous allons utiliser la relation entre le potentiel et le champ électrique:

En x : $E_x = -\frac{\Delta V}{\Delta x} \quad \Rightarrow \quad E_x = -\frac{(0-600)}{(5\times 10^{-2} - 0)}$

$$\Rightarrow \quad \boxed{E_x = 12000 \text{ V/m}}$$ (champs vers la droite)

Avec $\vec{F} = q\vec{E}$:

$F = |q|E \quad \Rightarrow \quad |q| = \frac{F}{E} = \frac{(8{,}64\times 10^{-3})}{(12000)}$

$$\Rightarrow \quad \boxed{q = 0{,}72\times 10^{-6}\text{ C}}$$ (selon énoncé, la charge est positive)