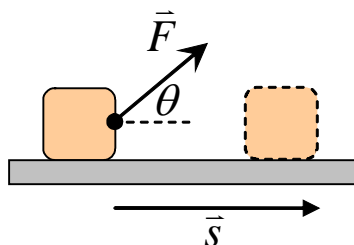


Chapitre 2.1 – L'énergie potentielle électrique d'un système de particules chargées

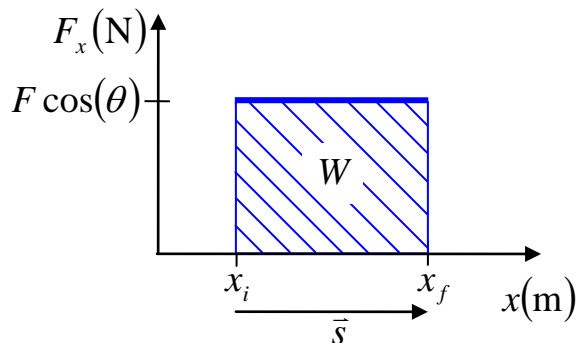
Travail et aire sous la courbe

Le travail est l'action d'appliquer une force \vec{F} sur un déplacement \vec{s} . Lorsque la force est constante sur l'ensemble du déplacement, nous pouvons utiliser l'expression suivante :

Situation :



Graphique :



Équation du travail :

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = F s \cos(\theta)$$

où W : Le travail effectué par la force \vec{F} (J)

\vec{F} : Force qui effectue le travail (N)

$$(F_x = F \cos(\theta))$$

\vec{s} : Déplacement sur laquelle la force est appliquée (m)

$$(s = x_f - x_i)$$

θ : Angle entre l'orientation de la force et le déplacement

Lorsque la force n'est pas constante sur déplacement, l'équation précédente n'est plus valide et le calcul de l'aire sous la courbe devient nécessaire. Il suffit de couper la surface W en plusieurs petits rectangles dW et additionner le tout à l'aide de l'intégrale :

Travail force non constante : (selon l'axe x , $ds = dx$)

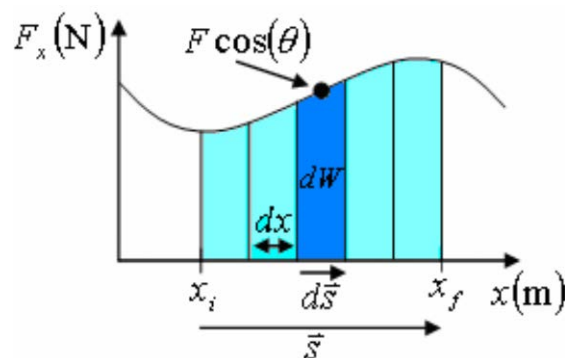
$$W = \int dW = \int \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_{x=x_i}^{x_f} F \cos(\theta) dx$$

et un petit élément de travail dW est un petit rectangle :

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$dW = F \cos(\theta) ds$$

$$dW = F_x dx$$



Énergie potentielle électrique d'un système de deux charges ponctuelles

L'énergie potentielle électrique U_e d'un système de deux charges ponctuelles q_1 et q_2 s'exerçant des forces électriques varie selon l'inverse de la distance r qui sépare les deux charges :

$$U_e = k \frac{q_1 q_2}{r}$$

où U_e : Énergie potentielle électrique du système (J)

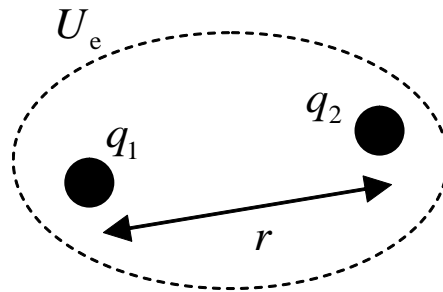
q_1 : Charge de la particule #1 du système (C)

q_2 : Charge de la particule #2 du système (C)

r : Distance entre la charge q_1 et q_2 (m)

k : Constante de la loi de Coulomb,

$$k = 9,00 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$$



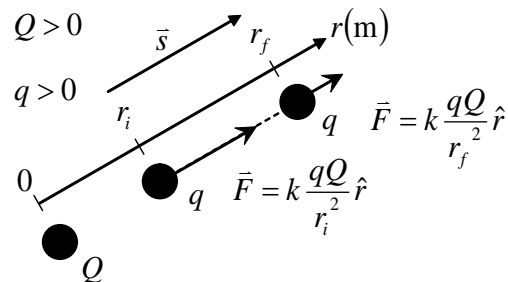
Convention : Lorsque $r = \infty$, $U_\infty = 0$

L'énergie potentielle électrique peut être **positive** ou **négative** :

Charge q_1 et q_2	Charge $q_2 > 0$ (+)	Charge $q_2 < 0$ (-)
Charge $q_1 > 0$ (+)	$U_e > 0$ (répulsion)	$U_e < 0$ (attraction)
Charge $q_1 < 0$ (-)	$U_e < 0$ (attraction)	$U_e > 0$ (répulsion)

Preuve :

Déposons une particule immobile de charge Q à l'origine d'un système d'axe radial r . Déposons une seconde charge q à une distance r_i de la charge Q et éloignons celle-ci de la charge Q le long de l'axe r sur une distance $s = r_f - r_i$. Évaluons le travail de la force électrique associé au déplacement de la charge q à vitesse constante :



$$W = \int \vec{F}_e \cdot d\vec{s} \quad \Rightarrow \quad W = \int k \frac{qQ}{r^2} \hat{r} \cdot dr \hat{r}$$

(Remplacer $\vec{F}_e = k \frac{qQ}{r^2} \hat{r}$ et $d\vec{s} = dr \hat{r}$)

$$\Rightarrow \quad W = \int k \frac{qQ}{r^2} dr$$

(Produit scalaire : $\hat{r} \cdot \hat{r} = 1$)

$$\Rightarrow \quad W = kqQ \int \frac{1}{r^2} dr$$

(Factoriser les constantes de l'intégrale)

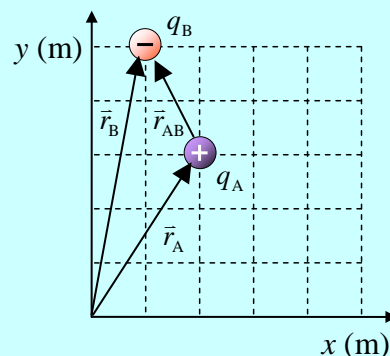
$$\Rightarrow \quad W = kqQ \int_{r=r_i}^{r_f} \frac{1}{r^2} dr$$

(Poser les bornes de l'intégrale)

Évaluons notre intégrale afin de déterminer le terme d'énergie potentielle électrique :

$$\begin{aligned}
 W &= kqQ \int_{r_i}^{r_f} \frac{1}{r^2} dr &\Rightarrow & W = kqQ \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_i}^{r_f} && \text{(Résoudre l'intégrale)} \\
 & &\Rightarrow & W = kqQ \left(-\frac{1}{r_f} + \frac{1}{r_i} \right) && \text{(Évaluer l'intégrale)} \\
 & &\Rightarrow & W = \frac{kqQ}{r_i} - \frac{kqQ}{r_f} && \text{(Manipulation)} \\
 & &\Rightarrow & W = U_{e_i} - U_{e_f} && \text{(Remplacer } U_e = \frac{kqQ}{r} \text{)} \\
 & &\Rightarrow & U_e = \frac{kqQ}{r} \quad \blacksquare && \text{(} U_e \text{ de deux charges ponctuelles } q \text{ et } Q \text{)}
 \end{aligned}$$

Situation A : L'énergie potentielle électrique de deux charges. Dans un plan cartésien xy est situé une charge **A** de $2\mu\text{C}$ à la coordonnée $(x = 2 \text{ m}, y = 3 \text{ m})$ et une charge **B** de $-5\mu\text{C}$ à la coordonnée $(x = 1 \text{ m}, y = 5 \text{ m})$. On désire évaluer l'énergie potentielle électrique du système.



Évaluons la distance entre les charges **A** et **B** à l'aide du vecteur déplacement \vec{r}_{AB} de la charge **A** à la charge **B** :

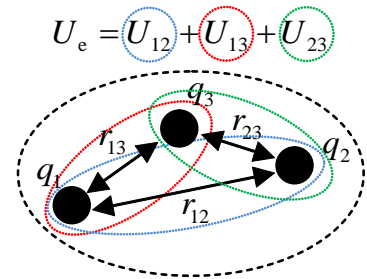
$$\begin{aligned}
 \vec{r}_{AB} &= \vec{r}_B - \vec{r}_A &\Rightarrow & \vec{r}_{AB} = (\vec{i} + 5\vec{j}) - (2\vec{i} + 3\vec{j}) && \text{(Évaluer les vecteurs positions)} \\
 & &\Rightarrow & \vec{r}_{AB} = -\vec{i} + 2\vec{j} && \text{(Évaluer vecteur déplacement)} \\
 & &\Rightarrow & r_{AB} = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} && \text{(Module du déplacement)} \\
 & &\Rightarrow & \boxed{r_{AB} = \sqrt{5}} && \text{(Calcul)}
 \end{aligned}$$

Évaluons l'énergie potentielle électrique du système constitué de la charge **A** et **B** :

$$\begin{aligned}
 U_{AB} &= k \frac{q_A q_B}{r_{AB}} &\Rightarrow & U_{AB} = (9 \times 10^9) \frac{(2 \times 10^{-6})(-5 \times 10^{-6})}{(\sqrt{5})} && \text{(Remplacer valeurs num.)} \\
 & &\Rightarrow & \boxed{U_{AB} = -4,025 \times 10^{-2} \text{ J}} && \text{(Calcul)}
 \end{aligned}$$

L'énergie potentielle électrique d'un système de N particules

L'énergie potentielle électrique totale d'un système de N particules chargées correspond à l'énergie d'assemblage du système. Cette construction considère que chaque particule provient de l'infini et qu'elle n'a aucune interaction avec le milieu d'où elle est retirée. L'interaction de chaque nouvelle particule ajoutée au système avec celle déjà assemblée occasionne l'addition de termes d'énergies potentielles :



$$U_e = \sum_{i < j} U_{eij} = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N U_{eij} \quad \text{avec} \quad U_{eij} = k \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

où U_{eij} : Énergie potentielle électrique dans le sous-système de particules i et j (J)

q_i : Charge de la particule i (C)

q_j : Charge de la particule j (C)

r_{ij} : Distance entre la particule i et la particule j (m)

k : Constante de la loi de Coulomb, $k = 9,00 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$

N : Nombre de particules chargée, $N \geq 2$

Preuve : (à trois charges)

Évaluer l'énergie potentielle électrique contenue dans le système des charges q_1 , q_2 et q_3 à l'aide de l'énergie potentielle électrique associée à deux charges ponctuelles :

$$U_e = k \frac{q_1 q_2}{r}$$

Étape 1 :

Apporter de l'infini la charge q_1 .

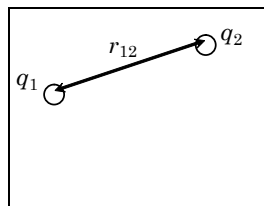
- Aucun travail électrique nécessaire.



Étape 2 :

Apporter de l'infini la charge q_2 .

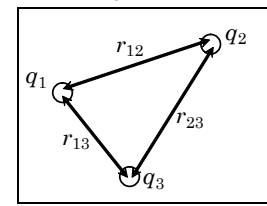
- Travail de la force \vec{F}_{12}
- $U_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$



Étape 3 :

Apporter de l'infini la charge q_3 .

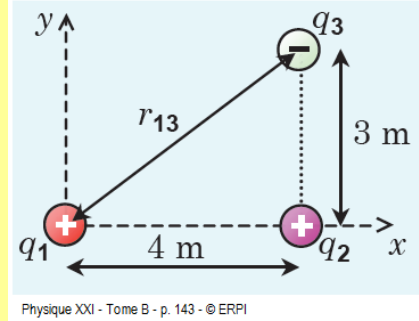
- Travail de \vec{F}_{13} et \vec{F}_{23}
- $U_{13} = k \frac{q_1 q_3}{r_{13}}$
- $U_{23} = k \frac{q_2 q_3}{r_{23}}$



Étape 4 :

Additionner toutes les énergies $\Rightarrow U_{\text{tot}} = U_{12} + U_{13} + U_{23} = \sum_{i < j}^N U_{eij}$

Situation 1 : L'énergie potentielle électrique d'un système de trois particules. Dans le plan xy , on fixe une particule 1 de charge $1 \mu\text{C}$ à l'origine, une particule 2 de charge $2 \mu\text{C}$ en ($x = 4 \text{ m}$, $y = 0$) et une particule 3 de charge $-3 \mu\text{C}$ en ($x = 4 \text{ m}$, $y = 3 \text{ m}$). On désire déterminer l'énergie potentielle électrique du système des trois particules.



Évaluons les termes d'énergie associés à chaque paire de charges :

$$\bullet \quad U_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}} \quad \Rightarrow \quad U_{12} = (9 \times 10^9) \frac{(1 \times 10^{-6})(2 \times 10^{-6})}{(4)} \quad (r_{12} = 4 \text{ m})$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{U_{12} = 0,0045 \text{ J}}$$

$$\bullet \quad U_{13} = k \frac{q_1 q_3}{r_{13}} \quad \Rightarrow \quad U_{13} = (9 \times 10^9) \frac{(1 \times 10^{-6})(-3 \times 10^{-6})}{(\sqrt{4^2 + 3^2})} \quad (r_{13} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ m})$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{U_{13} = -0,0054 \text{ J}}$$

$$\bullet \quad U_{23} = k \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \quad \Rightarrow \quad U_{23} = (9 \times 10^9) \frac{(2 \times 10^{-6})(-3 \times 10^{-6})}{(3)} \quad (r_{23} = 3 \text{ m})$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{U_{23} = -0,018 \text{ J}}$$

Évaluons l'énergie électrique totale du système :

$$U_e = \sum_{i < j} U_{ij} \quad \Rightarrow \quad U_e = U_{12} + U_{13} + U_{23}$$

$$\Rightarrow \quad U_e = (0,0045) + (-0,0054) + (-0,018)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{U_e = -0,0189 \text{ J}}$$

Remarque :

Cette **énergie négative** signifie que nous avons un **système lié** (système en attraction) et qu'il faudrait fournir de l'énergie au système pour « séparer » les charges pour les amener chacune à l'infini.

L'anthracite

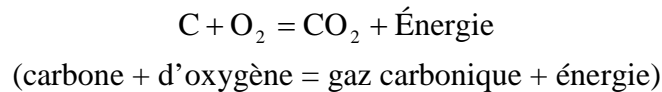
L'anthracite est une variété de charbon très riche en carbone :

- 92% à 95% de carbone.
- Faible masse volumique (grand volume et petite masse). La distance entre les carbones est très élevée, car les liaisons électroniques sont faibles.
- Combustion possible en présence de chaleur et d'oxygène.
- Utilisé comme combustible dans des poêles aux charbons.



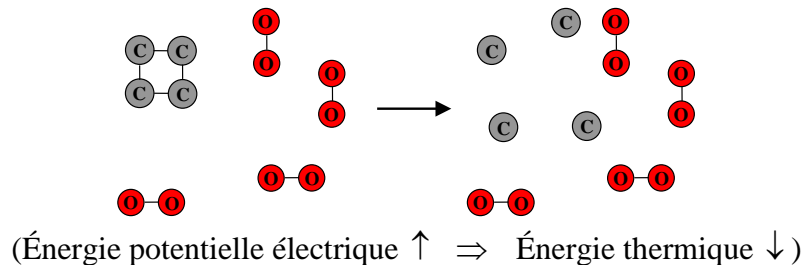
Morceau d'anthracite

Voici la réaction chimique simplifiée de la combustion de l'anthracite :



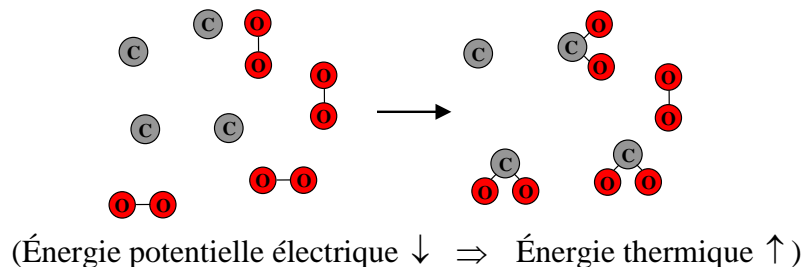
1) Éloigner à l'infini un atome de carbone des autres carbones.

Puisque les carbones s'attirent et que l'on provoque un éloignement, l'énergie potentielle des carbones doit augmenter. L'environnement doit ainsi fournir de l'énergie thermique aux carbones pour augmenter l'énergie potentielle électrique du système.



2) Approcher un atome de carbone près de deux atomes d'oxygène.

Puisque le sous-système CO_2 s'attire et que l'on provoque un rapprochement, l'énergie potentielle électrique du sous-système CO_2 doit diminuer. Cette perte provoque chez l'environnement une hausse de son énergie thermique.



On réalise que l'augmentation en énergie potentielle électrique produite par l'éloignement du C de l'anthracite est inférieure à la perte d'énergie potentielle électrique produite par le rapprochement du C avec le O_2 . Il y a donc **réaction exothermique** et dégagement de chaleur. Cependant, pour évaluer complètement les énergies en jeu, il faut également ajouter des termes d'énergie associés à la thermodynamique comme l'entropie, la température, la pression et les volumes des gaz.

