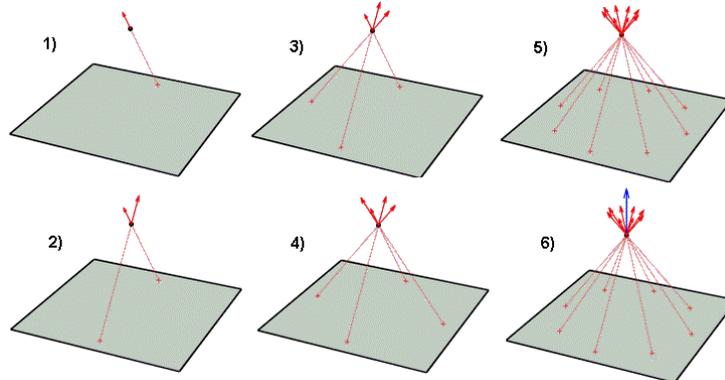


# Chapitre 1.9 – Le champ électrique généré par une PPIUC

## Dépôt uniforme de charges sur une plaque

Considérons une plaque carrée de très grande taille où il y a un très grand nombre de particules de charge élémentaire  $e$  déposées sur la surface de la plaque. Puisque toutes ces particules sont ponctuelles, elles génèrent un champ électrique radial qui diminue en  $1/r^2$ .

Analysons le champ électrique généré par la distribution d'un anneau de charge au centre de la plaque.



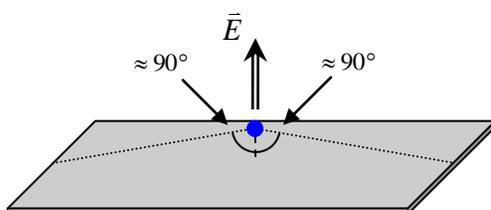
On réalise que la somme du champ électrique généré par un anneau de rayon quelconque est perpendiculaire à la plaque et que le module dépend du rayon de l'anneau et de la distance entre l'endroit où le champ électrique est évalué et le centre de la plaque. Ainsi, si l'on additionne la contribution de tous les anneaux de charges de la plaque, le champ électrique résultant demeure perpendiculaire à la plaque.

## La PPIUC

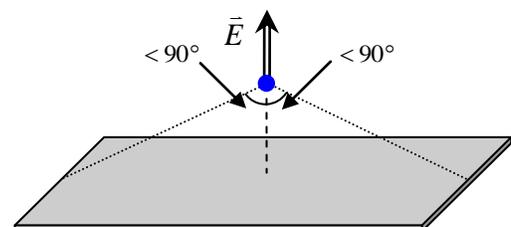
La **PPIUC** est une plaque plane infinie uniformément chargée qui génère un champ électrique **perpendiculaire** à la plaque. Bien que la construction soit impossible à réaliser, la PPIUC est une **approximation** à toutes situations où il y a un **très grand nombre** de **particules chargées distribuées uniformément** sur une **plaque très grande**.

Une plaque est considérée très grande lorsqu'il faut des angles près de  $90^\circ$  pour localiser les extrémités de la plaque. Cela se produit lorsque le point **P** où l'on veut évaluer le champ électrique est très près de la plaque.

Bonne approximation



Mauvaise approximation

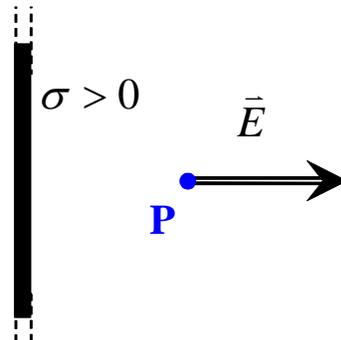


## Le module du champ électrique généré par une PPIUC

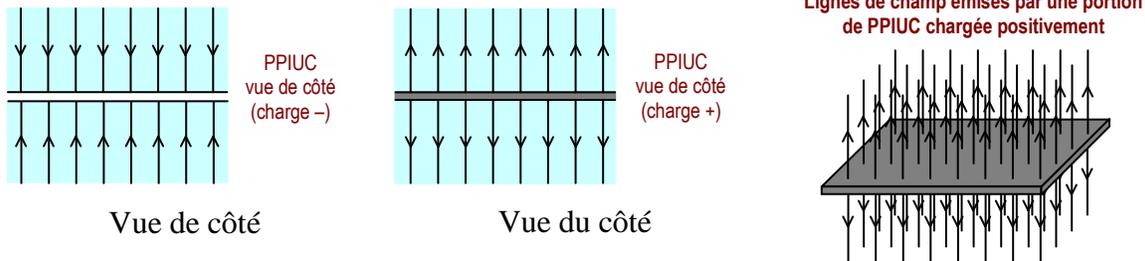
Le module du champ électrique  $E$  généré par une PPIUC en un point  $P$  est proportionnel à la densité surfacique de charges  $\sigma$  sur la plaque et ne dépend pas de la distance entre la plaque et le point  $P$  où le champ électrique est évalué :

$$E = \frac{|\sigma|}{2\epsilon_0}$$

- où
- $E$  : Champ électrique produit par une PPIUC (N/C)
  - $\sigma$  : Densité surfacique de charge ( $C/m^2$ ) ( $\sigma = Q/A$ )
  - $\epsilon_0$  : Constante électrique,  $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} C^2 / Nm^2$



Représentation du champ électrique généré par une PPIUC en lignes de champ :



### Preuve :

La démonstration de l'expression du module du champ électrique de la PPIUC sera effectuée dans la section 1.10.

**Situation 2 : Le principe de superposition appliqué aux PPIUC.** Deux grandes plaques planes sont fixées parallèlement au plan  $xz$ . La plaque  $P$  (positive) est située en  $y = 15$  cm et possède une densité surfacique de charge égale à  $2,5 \times 10^{-9} C/m^2$ ; la plaque  $N$  (négative) est située en  $y = 25$  cm et possède une densité surfacique de charge égale à  $-2,5 \times 10^{-9} C/m^2$ . On désire déterminer le champ électrique en un point situé vis-à-vis le centre des plaques dont la coordonnée  $y$  vaut (a) 0; (b) 10 cm; (c) 20 cm; (d) 30 cm et (e) 40 cm.

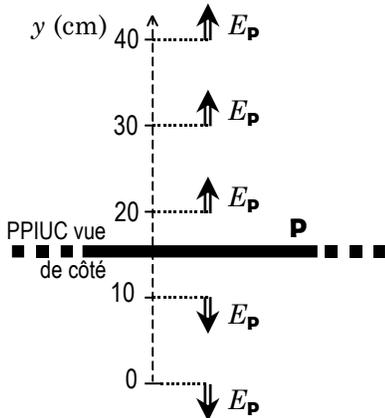
Avec la formule du champ électrique produit par une PPIUC, on peut évaluer le champ produit par chacune des plaques  $P$  et  $N$  :

$$E = \frac{|\sigma|}{2\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{(\pm 2,5 \times 10^{-9})}{2(8,85 \times 10^{-12})}$$

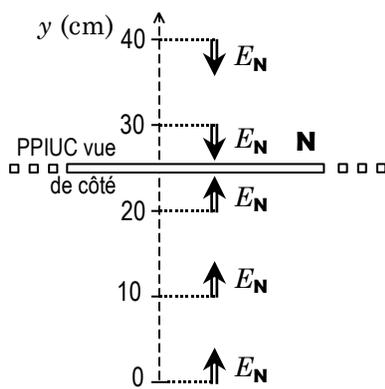
$$\Rightarrow E = 141 \text{ N/C}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E} = \pm 141 \vec{j} \text{ N/C}}$$

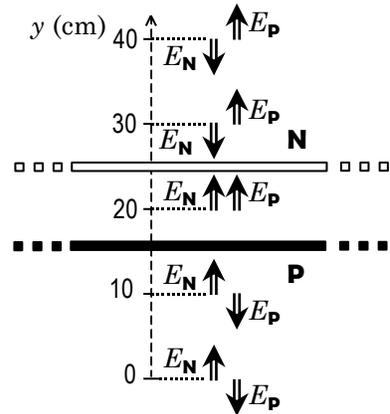
Voici le champ électrique produit par la plaque **P** :



Voici le champ électrique produit par la plaque **N** :



Voici le champ électrique total (plaque **P** + plaque **N**) :



❖ Le module du champ électrique généré par une plaque :

$$E = 141 \text{ N/C}$$

❖ Le champ électrique entre les deux plaques est : réponse à (c)

$$\vec{E}_{\text{tot}} = \vec{E}_P + \vec{E}_N = 282 \vec{j} \text{ N/C}$$

❖ Le champ électrique à l'extérieur des deux plaques est : réponse à (a), (b), (d) et (e)

$$\vec{E}_{\text{tot}} = \vec{E}_P + \vec{E}_N = 0 \vec{j} \text{ N/C}$$

## Champ électrique de deux plaques parallèles

Le champ électrique généré par deux plaques parallèles de signe contraire est beaucoup plus complexe à analyser si l'on n'utilise pas l'approximation de la PPIUC (voir schéma ci-contre).

On réalise que :

- Le champ entre les deux plaques au centre est très intense et constant.
- Le champ entre les deux plaques près des extrémités des plaques est faible et déformé (effet de bord).
- Le champ à l'extérieur des plaques est très faible et prend la forme d'un dipôle électrique.
- 

Cependant, on peut approximer et négliger les effets de bord si la **distance entre les deux plaques** est **beaucoup plus petite** que les **dimensions** de chaque plaque (voir schéma ci-contre).

Le champ électrique d'un système de deux plaques portant des densités surfaciques de charges égales en grandeur mais de signes opposés

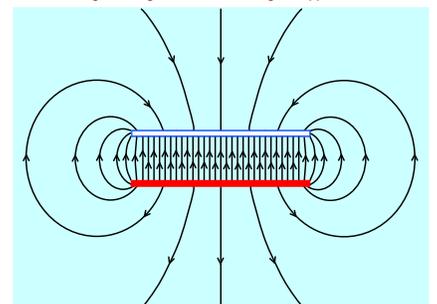
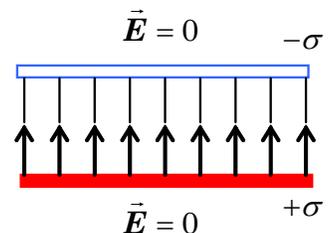


Schéma idéalisé qui ne tient pas compte des effets de bord



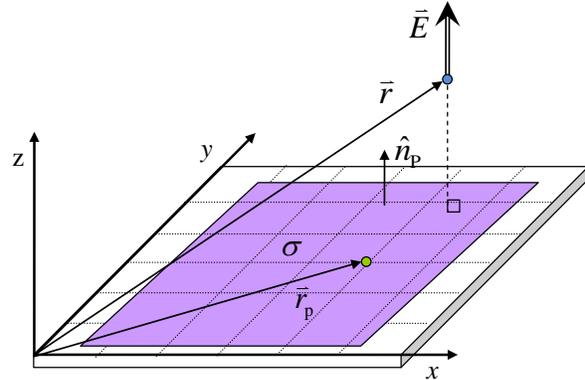
## Le champ électrique d'une PPIUC à l'aide des vecteurs positions (complément informatique)

À partir d'un point  $\vec{r}_p$  appartenant à une plaque infinie uniformément chargée et de sa normale à la surface  $\hat{n}_p$ , nous pouvons évaluer le champ électrique à une position  $\vec{r}$  grâce à l'équation suivante :

$$\vec{E} = s \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{n}_p$$

où

$$s = \begin{cases} 1 & \text{si } \hat{n}_p \cdot (\vec{r} - \vec{r}_p) > 0 \\ -1 & \text{si } \hat{n}_p \cdot (\vec{r} - \vec{r}_p) < 0 \\ 0 & \text{si } \hat{n}_p \cdot (\vec{r} - \vec{r}_p) = 0 \end{cases}$$



- où
- $\vec{E}$  : Le champ électrique généré par la plaque (N/C).
  - $\sigma$  : La densité surfacique de charges (C/m<sup>2</sup>).
  - $\vec{r}$  : Le vecteur position où le champ électrique est évalué (m).
  - $\vec{r}_p$  : Le vecteur position d'un des points appartenant à la plaque (m).
  - $\hat{n}_p$  : L'orientation de la normale à la surface de la plaque (m).
  - $s$  : Signe qui dépend de la position  $\vec{r}$  par rapport au plan (au-dessus ou en dessous).
  - $\epsilon_0$  : La constante électrique du vide,  $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$ .

Preuve :

En construction ...

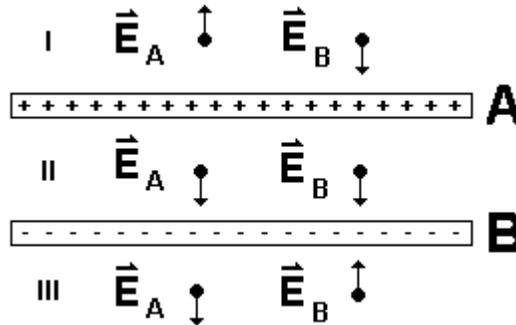
## Exercice

**1.9.2** *Le champ généré par deux PPIUC de charges différentes.* Reprenez l'exercice 1.9.1 avec  $\sigma_A = +6 \text{ nC/m}^2$  et  $\sigma_B = -3 \text{ nC/m}^2$ .

## Solution

### 1.9.2 Le champ généré par deux PPIUC de charges différentes.

Voici la direction des champs électriques produit par chaque plaque dans les trois régions :



Nous avons la solution du champ électrique produit par une plaque infinie :

$$\vec{E}_{\text{plaque}} = \pm \frac{|\sigma|}{2\epsilon_0} \vec{j} \quad \text{et} \quad \vec{E}_A = \pm \frac{|(6 \times 10^{-9})|}{2(8,85 \times 10^{-12})} \vec{j} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{E}_A = \pm 339 \vec{j} \text{ N/C}}$$

$$\vec{E}_B = \pm \frac{|(-3 \times 10^{-9})|}{2(8,85 \times 10^{-12})} \vec{j} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{E}_B = \pm 169 \vec{j} \text{ N/C}}$$

Ainsi, on obtient :

$$\vec{E}_I = \vec{E}_A - \vec{E}_B = (339 \vec{j}) - (169 \vec{j}) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{E}_I = 170 \vec{j} \text{ N/C}}$$

$$\vec{E}_{II} = -\vec{E}_A - \vec{E}_B = (-339 \vec{j}) - (169 \vec{j}) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{E}_{II} = -508 \vec{j} \text{ N/C}}$$

$$\vec{E}_{III} = -\vec{E}_A + \vec{E}_B = (-339 \vec{j}) + (169 \vec{j}) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{E}_{III} = -170 \vec{j} \text{ N/C}}$$





