

Chapitre 1.2 – La loi de Coulomb

La loi de Coulomb en électrostatique

Dans les années 1780, le physicien français Charles-Augustin de Coulomb découvre expérimentalement l'expression décrivant le module de la **force électrique** que s'exercent **deux charges électriques immobiles** disposées sur des **sphères**. De nos jours, nous savons que la loi de Coulomb s'applique à toutes les particules pouvant être considérées comme étant ponctuelles. Coulomb réalise que le module de la force électrique dépend des paramètres suivants :



Charles A. Coulomb
(1736-1806)

$F_e \propto q_1 q_2$: La force électrique est proportionnelle au produit des deux charges q_1 et q_2 en attraction ou en répulsion.

$F_e \propto 1/r^2$: La force électrique est inversement proportionnelle au carré de la distance entre les deux charges.

$F_e \propto k$: La force électrique est proportionnelle à une constante afin d'évaluer la force électrique en newton.

Voici l'expression scalaire de la loi de Coulomb en électrostatique¹ :

$$F_e = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

où F_e : Force électrique en newton (N)

q_1 : Charge #1 qui applique la force électrique sur la charge #2 en coulomb (C)

q_2 : Charge #2 qui applique la force électrique sur la charge #1 en coulomb (C)

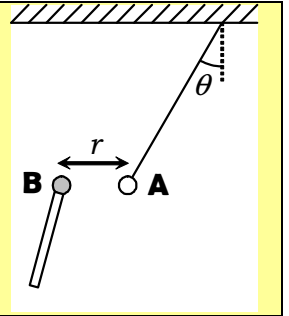
r : Distance entre les deux charges ponctuelles en mètre (m)

k : Constante de la loi de Coulomb, $k = 9,00 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$

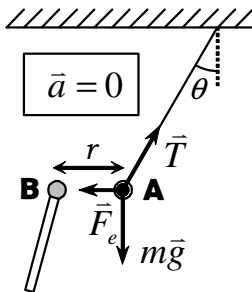
Attraction Charges signes contraires ($q_1 q_2 < 0$)	Répulsion Charges signes semblables ($q_1 q_2 > 0$)

¹ La loi de Coulomb tel que présentée s'applique uniquement à deux regroupements de charges immobiles et porte le nom de loi de Coulomb en électrostatique.

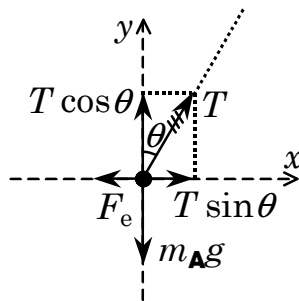
Situation 2 : Une bille chargée en équilibre. Une petite bille chargée **A** est suspendue au plafond par une corde de 25 cm de longueur dont la masse est négligeable. On place une petite bille **B** dont la charge est égale à $+5 \mu\text{C}$ à l'extrémité d'une baguette en bois et on l'approche de la bille **A**. On obtient la situation d'équilibre illustrée sur le schéma ci-dessous : la corde fait un angle de 30° avec la verticale et la bille **B** est à 10 cm à droite de la bille **A**, à la même hauteur. On désire déterminer la charge de la bille **A**, sachant que sa masse est égale à 0,004 kg.



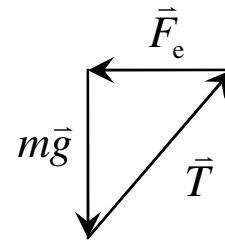
Voici le schéma des forces de la situation :



Décomposition des forces selon l'axe xy :



Résolution de la 2^e loi de Newton graphique :



Appliquons la 2^e loi de Newton selon l'axe y :

$$\begin{aligned} \sum F_y &= T \cos(\theta) - m_A g = 0 & \Rightarrow & T = \frac{m_A g}{\cos(\theta)} & \text{(Isoler } T) \\ & & \Rightarrow & T = \frac{(0,004)(9,8)}{\cos(30^\circ)} & \text{(Remplacer valeurs num.)} \\ & & \Rightarrow & \boxed{T = 0,0453 \text{ N}} & \text{(Évaluer } T) \end{aligned}$$

Appliquons la 2^e loi de Newton selon l'axe x :

$$\begin{aligned} \sum F_x &= -F_e + T \sin(\theta) = 0 & \Rightarrow & F_e = T \sin(\theta) & \text{(Isoler } F_e) \\ & & \Rightarrow & F_e = (0,0453) \sin(30^\circ) & \text{(Remplacer valeurs num.)} \\ & & \Rightarrow & \boxed{F_e = 0,02265 \text{ N}} & \text{(Évaluer } F_e) \end{aligned}$$

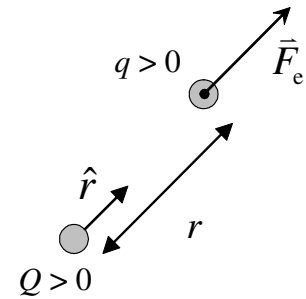
Avec la définition de la force électrique, nous pouvons évaluer la charge de la bille **A** :

$$\begin{aligned} F_e &= k \frac{|q_A q_B|}{r^2} & \Rightarrow & |q_A| = \frac{F_e r^2}{k |q_B|} & \text{(Isoler } |q_A|) \\ & & \Rightarrow & |q_A| = \frac{(0,02265)(0,1)^2}{(9 \times 10^9) 5 \times 10^{-6}} & \text{(Remplacer valeurs num.)} \\ & & \Rightarrow & |q_A| = 5 \times 10^{-9} \text{ C} & \text{(Évaluer } |q_A|) \\ & & \Rightarrow & \boxed{q_A = -5 \times 10^{-9} \text{ C}} & \text{(Attraction et } q_B > 0) \end{aligned}$$

La loi de Coulomb sous forme vectorielle

La définition vectorielle de la **force électrique** nécessite le vecteur unitaire $\hat{r}$ désignant l'orientation radiale de la force électrique. Dans cette définition, il faut préciser quelle **charge Q applique** la force et quelle **charge q subit** la force :

$$\vec{F}_e = k \frac{qQ}{r^2} \hat{r}$$



où $\vec{F}_e$: Force électrique en newton (N)

Q : Charge qui applique la force électrique en coulomb (C)

q : Charge qui subit la force électrique en coulomb (C)

r : Distance entre les deux charges ponctuelles en mètre (m)

k : Constante de la loi de Coulomb, $k = 9,00 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$

$\hat{r}$: Vecteur unitaire orientation de Q (source) à q (cible) ($\|\hat{r}\| = 1$)

Remarque :

- Le terme $k|qQ|/r^2$ représente le module de la force électrique.
- Le terme $\hat{r}$ désigne l'orientation de la force de la source Q vers la cible q .
- Le signe du produit qQ désigne la nature de l'interaction (attraction (-) ou répulsion (+)).

Le vecteur orientation $\hat{r}$

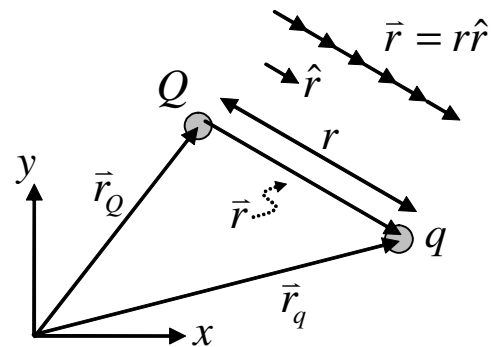
Lorsqu'on utilise le vecteur orientation $\hat{r}$, il est important de ne pas confondre ce vecteur avec la notion de déplacement $\vec{r}$ et de distance r . Cependant, toutes ces notions sont reliées mathématiquement par les équations suivantes :

Vecteur déplacement		La distance	Vecteur orientation
$\vec{r} = \vec{r}_q - \vec{r}_Q$	$\vec{r} = r \hat{r}$	$r = \ \vec{r}\ $	$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$

où $\hat{r}$: Vecteur unitaire orientation.

$\vec{r}$: Vecteur déplacement entre deux points.

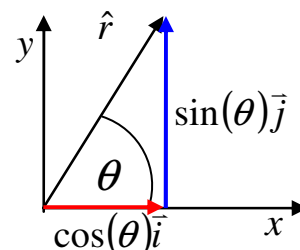
r : Distance entre deux points ($r = \|\vec{r}\|$)



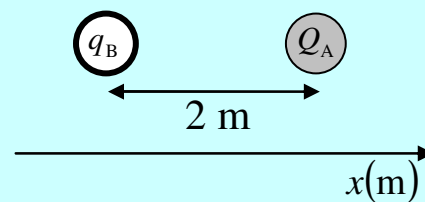
Dans un système d'axe xy , le vecteur unitaire $\hat{r}$ peut être décomposé de la façon suivante :

$$\hat{r} = \cos(\theta) \vec{i} + \sin(\theta) \vec{j}$$

où θ est l'angle entre le vecteur $\hat{r}$ et l'axe x .

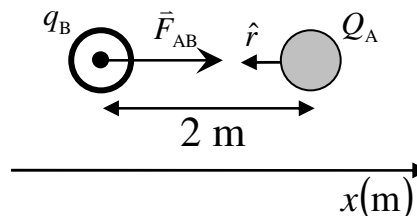


Situation A : Deux charges alignées sur l'axe x . Une sphère **A** chargée de $8 \mu\text{C}$ est située à 2 m à droite d'une sphère **B** chargée de $-3 \mu\text{C}$. Les deux sphères sont alignées sur l'axe x . On désire évaluer **(a)** la force électrique appliquée par la sphère **A** sur la sphère **B** et **(b)** la force électrique appliquée par la sphère **B** sur la sphère **A**.



Voici les informations pertinentes au calcul de la force électrique appliquée par la sphère **A** sur la sphère **B** :

- $Q_A = 8 \mu\text{C}$
- $q_B = -3 \mu\text{C}$
- $r_{AB} = 2 \text{ m}$
- $\hat{r}_{AB} = -i$ (**A** vers **B**)



Évaluons la force électrique que la sphère **A** de charge Q_A applique sur la sphère **B** de charge q_B :

$$\vec{F}_{AB} = k \frac{q_B Q_A}{r_{AB}^2} \hat{r}_{AB} \Rightarrow \vec{F}_{AB} = (9 \times 10^9) \frac{(-3 \times 10^{-6})(8 \times 10^{-6})}{(2)^2} (-\vec{i})$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F}_{AB} = 0,054 \vec{i} \text{ N}} \quad \text{(a)}$$

Appliquons la 3^e loi de Newton afin d'évaluer la force électrique que la sphère **B** applique sur la sphère **A** :

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA} \Rightarrow \vec{F}_{BA} = -(0,054 \vec{i}) \text{ N}$$

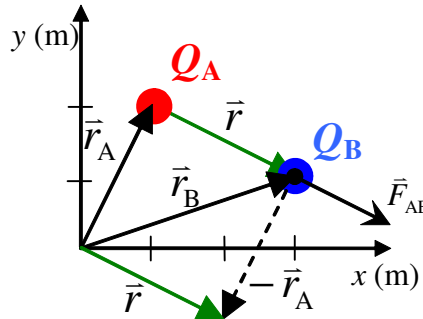
$$\Rightarrow \boxed{\vec{F}_{BA} = -0,054 \vec{i} \text{ N}} \quad \text{(b)}$$

Situation B : Deux charges non alignées sur un axe. On désire évaluer la force électrique qu'applique la **particule A** de $7 \mu\text{C}$ située à la position $\vec{r}_A = \vec{i} + 2\vec{j}$ sur la **particule B** $3 \mu\text{C}$ située à la position $\vec{r}_B = 3\vec{i} + \vec{j}$.

Voici la représentation graphique de la situation dans un système d'axe cartésien xy. Notons la présence des vecteurs positions suivants :

$$\vec{r}_A = \vec{i} + 2\vec{j}$$

$$\vec{r}_B = 3\vec{i} + \vec{j}$$



Évaluons le vecteur déplacement $\vec{r}$ de la particule A vers la particule B à partir des deux vecteurs positions $\vec{r}_A$ et $\vec{r}_B$:

$$\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A \quad \Rightarrow \quad \vec{r} = (3\vec{i} + \vec{j}) - (\vec{i} + 2\vec{j}) \quad (\text{Remplacer valeurs num.})$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{r} = 2\vec{i} - \vec{j}} \quad (\text{Évaluer } \vec{r})$$

Évaluons la distance entre la particule A et la particule B à partir du vecteur déplacement $\vec{r}$:

$$r = |\vec{r}| \quad \Rightarrow \quad r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2} \quad (\text{Distance selon xy})$$

$$\Rightarrow \quad r = \sqrt{(2)^2 + (-1)^2} \quad (\text{Remplacer } r_x \text{ et } r_y)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{r = \sqrt{5}} \quad (\text{Évaluer } r)$$

Évaluons le vecteur unitaire $\hat{r}$ à partir du vecteur déplacement $\vec{r}$ et de la distance r :

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\hat{r} = \frac{1}{\sqrt{5}}(2\vec{i} - \vec{j})} \quad (\text{Remplacer } \vec{r} \text{ et } r)$$

Évaluons la force de Coulomb vectoriellement :

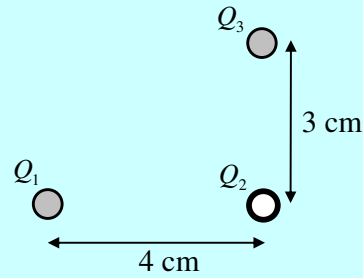
$$\vec{F}_e = k \frac{qQ}{r^2} \hat{r} \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_{AB} = k \frac{q_B Q_A}{r^2} \hat{r} \quad (\text{Remplacer } q = q_B \text{ et } Q = Q_A)$$

$$\Rightarrow \quad \vec{F}_{AB} = (9 \times 10^9) \frac{(7 \times 10^{-6})(3 \times 10^{-6})}{(\sqrt{5})^2} \left(\frac{1}{\sqrt{5}}(2\vec{i} - \vec{j}) \right) \quad (\text{Remplacer valeurs num.})$$

$$\Rightarrow \quad \vec{F}_{AB} = \frac{0,189}{5\sqrt{5}}(2\vec{i} - \vec{j}) \quad (\text{Calcul})$$

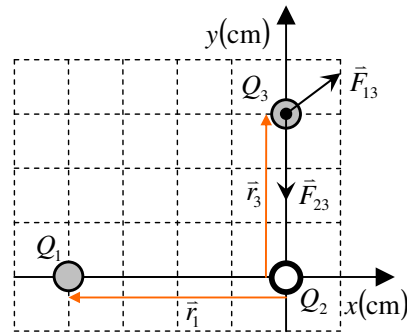
$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{F}_{AB} = (0,034\vec{i} - 0,017\vec{j})\text{N}} \quad (\text{Calcul})$$

Situation C : Force électrique provenant de deux charges. On désire évaluer la force électrique résultante (module et orientation) exercée par Q_1 de $4 \mu\text{C}$ et Q_2 de $-2 \mu\text{C}$ sur Q_3 de $3 \mu\text{C}$ sachant que les charges sont situées aux endroits spécifiés sur le schéma ci-contre.



Voici la représentation graphique de la situation. Identifions nos vecteurs positions pour l'ensemble de nos charges à l'aide d'un système d'axe xy lorsque l'origine est située à la position de la charge Q_2 (choix arbitraire) :

$$\begin{aligned} Q_1 &= 4 \mu\text{C} & \vec{r}_1 &= -0,04 \vec{i} \\ Q_2 &= -2 \mu\text{C} & \vec{r}_2 &= 0 \\ Q_3 &= 3 \mu\text{C} & \vec{r}_3 &= 0,03 \vec{j} \end{aligned}$$



Évaluons nos vecteurs déplacement $\vec{r}$ ainsi que la distance r entre nos charges :

Charge 1 vers 3 : $\vec{r}_{13} = \vec{r}_3 - \vec{r}_1 \Rightarrow \vec{r}_{13} = 0,04 \vec{i} + 0,03 \vec{j}$

$$r_{13} = |\vec{r}_{13}| \Rightarrow r_{13} = \sqrt{(0,04)^2 + (0,03)^2} = 0,05$$

Charge 2 vers 3 : $\vec{r}_{23} = \vec{r}_3 - \vec{r}_2 \Rightarrow \vec{r}_{23} = \vec{r}_3 - \vec{r}_2 = 0,03 \vec{j}$

$$r_{23} = |\vec{r}_{23}| \Rightarrow r_{23} = \sqrt{(0,03)^2} = 0,03$$

Évaluons la force électrique à l'aide de la formule suivante modifiée² :

$$\vec{F}_e = k \frac{qQ}{r^2} \hat{r} \Rightarrow \vec{F}_e = k \frac{qQ}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \quad (\text{Remplacer } \hat{r} = \vec{r} / r)$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F}_e = k \frac{qQ}{r^3} \vec{r}} \quad (\text{Simplification})$$

² L'équation de la force électrique en $1/r^3$ utilise la notion de vecteur déplacement $\vec{r}$ et non le vecteur orientation $\hat{r}$. Utilisez cette expression avec précaution. Rappel : $|\vec{r}| = r$ et $|\hat{r}| = 1$

Appliquons cette équation à nos deux paires de charges :

$$\vec{F}_{13} = k \frac{q_3 Q_1}{r_{13}^3} \vec{r}_{13} \Rightarrow \vec{F}_{13} = (9 \times 10^9) \frac{(3 \times 10^{-6})(4 \times 10^{-6})}{(0,05)^3} (0,04 \vec{i} + 0,03 \vec{j})$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F}_{13} = 34,56 \vec{i} + 25,92 \vec{j} \text{ N}}$$

$$\vec{F}_{23} = k \frac{q_3 Q_2}{r_{23}^3} \vec{r}_{23} \Rightarrow \vec{F}_{23} = (9 \times 10^9) \frac{(3 \times 10^{-6})(-2 \times 10^{-6})}{(0,03)^3} (0,03 \vec{j})$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F}_{23} = -60 \vec{j} \text{ N}}$$

Évaluons la force résultante $\vec{F}_3$ sous forme vectorielle :

$$\vec{F}_3 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} \Rightarrow \vec{F}_3 = (34,56 \vec{i} + 25,92 \vec{j}) + (-60 \vec{j}) \quad (\text{Remplacer force})$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F}_3 = (34,56 \vec{i} - 34,08 \vec{j}) \text{ N}} \quad (\text{Évaluer } \vec{F}_3)$$

Évaluons le module du vecteur force F :

$$F_3 = |\vec{F}_3| = \sqrt{F_{x3}^2 + F_{y3}^2} \Rightarrow F_3 = \sqrt{(34,56)^2 + (-34,08)^2} \quad (\text{Remplacer valeurs num.})$$

$$\Rightarrow \boxed{F_3 = 48,53 \text{ N}} \quad (\text{Évaluer } F_3)$$

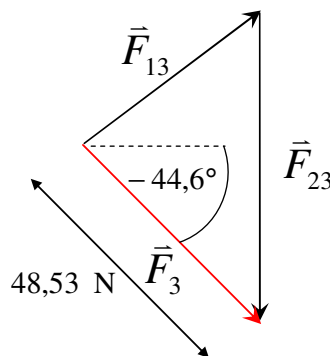
Nous pouvons évaluer l'orientation de la force à l'aide d'un angle par rapport à l'axe x grâce à la relation trigonométrique tangente :

$$\tan(\theta) = \frac{F_{y3}}{F_{x3}} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_{y3}}{F_{x3}}\right) \quad (\text{Isoler } \theta)$$

$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{(-34,08)}{(34,56)}\right) \quad (\text{Remplacer valeurs num.})$$

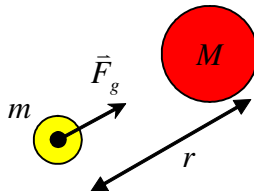
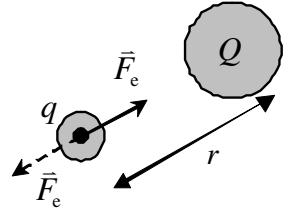
$$\Rightarrow \boxed{\theta = -44,6^\circ} \quad (\text{Évaluer } \theta)$$

Voici la représentation graphique de la solution :



Gravitation vs Électromagnétisme

Voici un tableau comparatif entre la force gravitationnelle et la force de coulomb :

Force gravitationnelle	Force électrique
$F_g = G \frac{Mm}{r^2}$  F_g : Force gravitationnel (N) M : Masse qui applique la force (kg) m : Masse qui subit la force (kg) G : Constante de gravitation $G = 6,672 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$ r : Distance entre les deux masses (m) Type de force : Attraction Portée : Infinie	$F_e = k \frac{ qQ }{r^2}$  F_e : Force électrique (N) Q : Charge qui applique la force (C) q : Charge qui subit la force (C) k : Constante de la loi de Coulomb $k = 9,00 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$ r : Distance entre les deux charges (m) Type de force : Attraction <u>ou</u> répulsion Portée : Infinie

Effectuons une comparaison entre la force gravitationnelle et la force électrique entre deux électrons en effectuant un rapport entre la force électrique et la force gravitationnelle :

Information gravitation	Information électrique
Masse électron : $9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ $M = m = m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$	Charge électron : $-1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ $Q = q = -e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$

Ainsi :

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{k|qQ|/r^2}{GMm/r^2} = \frac{k|e^2|/r^2}{Gm_e^2/r^2} = \frac{ke^2}{Gm_e^2} = \frac{(9 \times 10^9)(1,6 \times 10^{-19})^2}{(6,672 \times 10^{-11})(9,11 \times 10^{-31})^2} = 4,2 \times 10^{42} \approx 10^{42}$$

Conclusion :

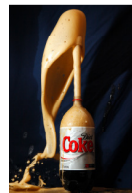
- La force électrique est beaucoup plus grande que la force gravitationnelle.
- Notre Univers est neutre (planète et étoile).
- Les objets gardent leur structure grâce à l'interaction électrique entre les atomes.
- Déséquilibre électrique ➤ rééquilibre violent



étincelle



foudre



Coke diet et mentos



Plastique explosif

La constante électrique

La loi de Coulomb peut être évaluée à partir de la constante électrique dans le vide

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$$

qui correspond à la relation

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} \quad \text{et} \quad k = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} .$$

Historiquement, cette constante portait également le nom de *permittivité du vide*. Cette constante est utilisée pour simplifier d'autres expressions mathématiques en lien avec la force électrique comme le champ électrique généré par une plaque uniformément chargée³.

La force électrique à l'aide des vecteurs positions (complément informatique)

Pour évaluer la force électrique qu'une charge ponctuelle Q applique sur une charge ponctuelle q , il suffit de connaître la position $\vec{r}_Q$ de la charge qui applique la force et la position $\vec{r}_q$ de la particule qui subit la force et d'appliquer la formule suivante :

$$\vec{F}_e = k q Q \frac{(\vec{r}_q - \vec{r}_Q)}{\|\vec{r}_q - \vec{r}_Q\|^3}$$

où $\vec{F}_e$: La force électrique qu'applique la charge Q sur la charge q en newton (N)

q : La charge qui subit la force en coulomb (C)

Q : La charge qui applique la force en coulomb (C)

$\vec{r}_q$: Le vecteur position de la charge q (m)

$\vec{r}_Q$: Le vecteur position de la charge Q (m)

k : Constante de la loi de Coulomb, $k = 9,00 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$

Preuve :

À partir de la loi de Coulomb sous forme vectorielle, introduisons la notion de position des charges $\vec{r}_q$ et $\vec{r}_Q$ dans notre équation :

$$\begin{aligned} \vec{F}_e &= k \frac{qQ}{r^2} \hat{r} \Rightarrow \vec{F}_e = \frac{kqQ}{r^2} \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|} && (\text{Remplacer } \hat{r} = \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|}) \\ \Rightarrow \vec{F}_e &= kqQ \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|^3} && (\text{Remplacer } r = \|\vec{r}\| \text{ et } r^2 = \|\vec{r}\|^2) \\ \Rightarrow \vec{F}_e &= kqQ \frac{\vec{r}_q - \vec{r}_Q}{\|\vec{r}_q - \vec{r}_Q\|^3} \blacksquare && (\text{Remplacer } \vec{r} = \vec{r}_q - \vec{r}_Q) \end{aligned}$$

³ Cette notion sera présentée au chapitre 1.9.

