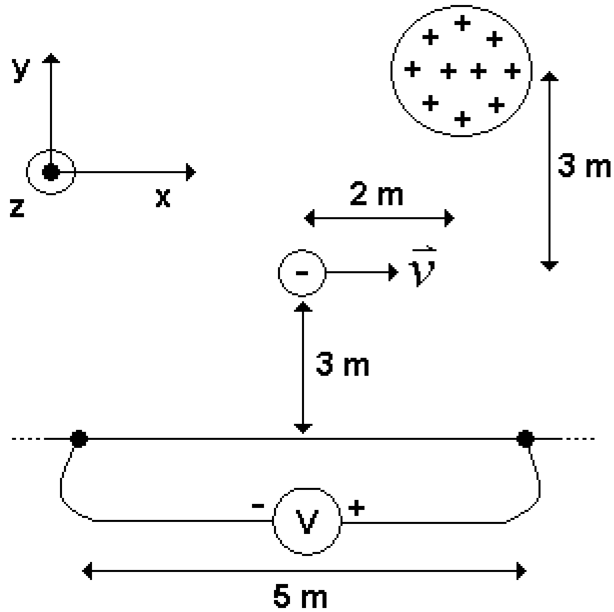
Problème de révision : Électron dans un laboratoire

Un électron se déplace à l'intérieur d'un laboratoire d'électricité avec la vitesse suivante : $\vec{v} = 2{,}4 \times 10^4 \vec{i}$ m/s. Dans cette pièce, on retrouve les instruments suivants :



1) Un sphère isolante d'un rayon de 0,5 m possédant une densité de charge surfacique de $0{,}02$ nC/m^2.
2) Un fil infini de cuivre (résistivité de $1{,}7 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}$) de 1 cm de rayon est soumis à une différence de potentiel de 2 mV sur 5 m mesurée à l'aide d'un voltmètre.

Évaluez le **module de l'accélération de l'électron** lorsqu'il est situé à l'endroit indiqué sur le schéma.

Solution : Électron dans le laboratoire

Étape 1 : Évaluer le courant

Aire du fil :

$$A = \pi R^2 \quad \Rightarrow \quad A = \pi(0{,}01)^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{A = 3{,}142\times 10^{-4}\ \text{m}^2}$$

Résistance du fil :

$$R = \frac{\rho\ \ell}{A} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{(1{,}7\times 10^{-8})(5)}{(3{,}142\times 10^{-4})} \quad \Rightarrow \quad \boxed{R = 2{,}705\times 10^{-4}\ \Omega}$$

Le courant :

$$\Delta V = R\ I \quad \Rightarrow \quad (0{,}002) = I(2{,}705\times 10^{-4}) \quad \Rightarrow \quad \boxed{I = 7{,}39\ \text{A}}$$

Étape 2 : Évaluer le champ magnétique

Formule du champ magnétique produit par un fil infini :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad \Rightarrow \quad B = \frac{(4\pi\times 10^{-7})(7{,}39)}{2\pi(3)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{B = 4{,}92\times 10^{-7}\ \text{T}}$$

Direction du champ magnétique avec la règle de la main droite : (le courant est vers la gauche selon la position des bornes du voltmètre)

$$\boxed{\vec{B} = -B\ \vec{k}}$$

Le champ magnétique total :

$$\boxed{\vec{B} = -4{,}92\times 10^{-7}\vec{k}\ \text{T}}$$

Étape 3 : Évaluer la force magnétique

$$\vec{F} = q\ \vec{v}\times\vec{B} \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = (-1{,}6\times 10^{-19})(2{,}4\times 10^{4}\,\vec{i})\times(-4{,}92\times 10^{-7}\,\vec{k})$$

$$\Rightarrow \quad \vec{F} = 1{,}89\times 10^{-21}(\vec{i}\times\vec{k})$$

$$\Rightarrow \quad \vec{F}_m = 1{,}89\times 10^{-21}(-\vec{j})$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{F}_m = -1{,}89\times 10^{-21}\,\vec{j}\ \text{N}}$$

Étape 4 : Évaluer la charge totale sur la sphère

$$A = 4\pi R^2 = 4\pi(0{,}5)^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{A = 3{,}14\ \text{m}^2}$$

$$Q = \sigma\, A = (0{,}02\times 10^{-9})(3{,}14) \quad \Rightarrow \quad \boxed{Q = 6{,}28\times 10^{-11}\ \text{C}}$$

Étape 5 : Évaluer la force électrique

Distance entre les charges :

$$r=\sqrt{x^2+y^2} \quad \Rightarrow \quad r=\sqrt{2^2+3^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{r=3{,}61\ \text{m}} \quad \text{et} \quad \boxed{r^2=13\ \text{m}^2}$$

Module de la force électrique :

$$F=k\frac{|qQ|}{r^2} \quad \Rightarrow \quad F=\left(9\times10^{9}\right)\frac{\left(-1{,}6\times10^{-19}\right)\left(6{,}28\times10^{-11}\right)}{(13)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{F=6{,}96\times10^{-21}\,\text{N}}$$

Angle de projection :

$$\tan(\theta)=\frac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\theta=56{,}3°}$$

Force électrique sous forme vectorielle :

$$\vec{F}=+F\cos(\theta)\ \vec{i}+F\sin(\theta)\ \vec{j}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{F}=+\left(6{,}96\times10^{-21}\right)\cos(56{,}3°)\ \vec{i}+\left(6{,}96\times10^{-21}\right)\sin(56{,}3°)\ \vec{j}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{F}_e=\left(3{,}86\,\vec{i}+5{,}79\,\vec{j}\right)\times10^{-21}\,\text{N}}$$

Étape 6 : Évaluer la force totale et évaluer l'accélération de l'électron

La force totale :

$$\vec{F}=\vec{F}_e+\vec{F}_m \quad \Rightarrow \quad \vec{F}=\left(\left(3{,}86\,\vec{i}+5{,}79\,\vec{j}\right)\times10^{-21}\right)+\left(-1{,}89\times10^{-21}\,\vec{j}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{F}=\left(3{,}86\,\vec{i}+3{,}90\,\vec{j}\right)\times10^{-21}\,\text{N}}$$

L'accélération :

$$\sum\vec{F}=m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a}=\vec{F}/m$$

$$\Rightarrow \quad \vec{a}=\frac{\left(3{,}86\ \vec{i}+3{,}90\ \vec{j}\right)\times10^{-21}}{\left(9{,}1\times10^{-31}\right)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{a}=\left(4{,}24\ \vec{i}+\ 4{,}29\ \vec{j}\right)\times10^{9}\,\text{m/s}^2}$$

Module de l'accélération :

$$a=|\vec{a}| \quad \Rightarrow \quad a=\sqrt{\left(4{,}24\times10^{9}\right)^2+\left(4{,}29\times10^{9}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{a=6{,}03\times10^{9}\,\text{m/s}^2}$$