

Niveau 1 : La vitesse minimale pour un chargement

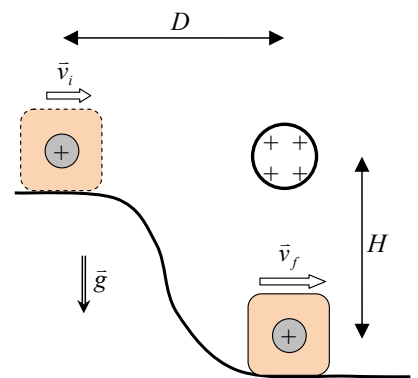
Pour charger positivement une sphère de rayon R , on lance des protons (masse m_p , charge e) en direction du centre de la sphère depuis une très grande distance. Lorsque la sphère est uniformément chargée avec une charge totale Ne , il faut lancer le proton à une vitesse minimale v_0 afin qu'il atteigne la sphère. Établissez une équation qui permet d'évaluer la vitesse v_0 en fonction de R , N et les constantes e , m_p et k .

Niveau 2 : Le bloc chargé qui dévale une pente

Un bloc de masse m ayant une charge électrique positive q à l'intérieur se déplace à une vitesse \bar{v}_i sur une surface horizontale sans frottement lorsqu'elle est située à une distance D d'une sphère dont la charge électrique positive est Q tel qu'illustré sur le schéma ci-contre. Le bloc descend une colline d'une hauteur H pour se retrouver sous la sphère avec une vitesse \bar{v}_f . Établissez une équation de la forme

$$AH^2 + BH + C = 0$$

qui permet d'évaluer la hauteur H de la chute du bloc en fonction de m , q , Q , D , v_i , v_f et les constantes g et k . Considérez le bas de la trajectoire comme étant à la position $y = 0$.

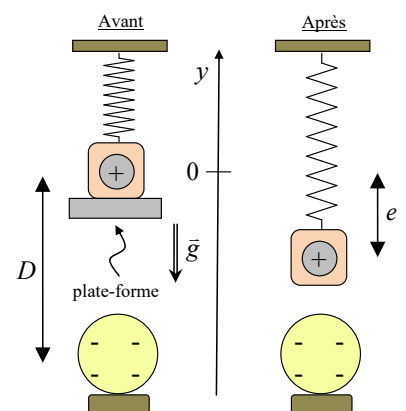


Niveau 3 : Le bloc chargé reliée à un ressort

Un bloc de masse m ayant une charge électrique positive q à l'intérieur est fixé verticalement à un ressort idéal non déformé de constante k_r . Le bloc est situé à une distance D au-dessus d'une sphère dont la charge négative est Q tel qu'illustré sur le schéma ci-contre. Initialement, le bloc est maintenu par une plate-forme et il tombe lorsque l'on retire la plate-forme. Établissez une équation de la forme

$$Ae^2 + Be + C = 0$$

qui permet d'évaluer l'étirement maximal e du ressort en fonction de m , q , Q , D et des constantes g et k_r . Considérez la hauteur initiale du bloc comme étant à la position $y = 0$.



Niveau 1 : La vitesse minimale pour un chargement

Pour charger positivement une sphère de rayon R , on lance des protons (masse m_p , charge e) en direction du centre de la sphère depuis une très grande distance. Lorsque la sphère est uniformément chargée avec une charge totale Ne , il faut lancer le proton à une vitesse minimale v_0 afin qu'il atteigne la sphère. Établissez une équation qui permet d'évaluer la vitesse v_0 en fonction de R , N et les constante e , m_p et k .

Solution :

$$E_f = E_i$$

$$\Rightarrow K_f + U_{gf} + U_{rf} + U_{ef} = K_i + U_{gi} + U_{ri} + U_{ei}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_f^2 + k\frac{qQ}{r_f} = \frac{1}{2}mv_i^2 + k\frac{qQ}{r_i}$$

$$\Rightarrow k\frac{qQ}{r_f} = \frac{1}{2}mv_i^2 \quad (v_f = 0, r_i = \infty)$$

$$\Rightarrow v_i^2 = \frac{2kqQ}{mr_f}$$

$$\Rightarrow v_i = \sqrt{\frac{2kqQ}{mr_f}}$$

$$\Rightarrow (v_0) = \sqrt{\frac{2k(e)(Ne)}{(m_p)(R)}}$$

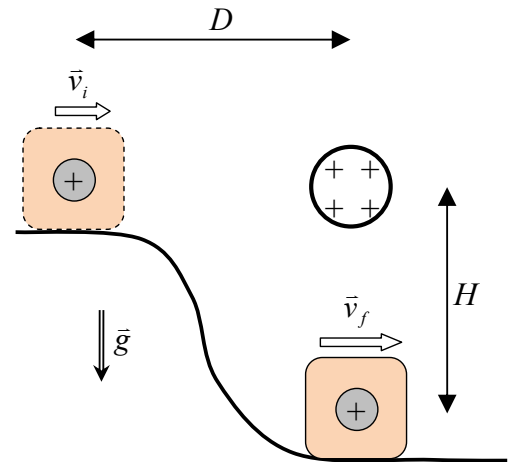
$$\Rightarrow \boxed{v_0 = \sqrt{\frac{2kNe^2}{m_p R}}}$$

Niveau 2 : Le bloc chargé qui dévale une pente

Un bloc de masse m ayant une charge électrique positive q à l'intérieur se déplace à une vitesse \vec{v}_i sur une surface horizontale sans frottement lorsqu'elle est située à une distance D d'une sphère dont la charge électrique positive est Q tel qu'illustré sur le schéma ci-contre. Le bloc descend une colline d'une hauteur H pour se retrouver sous la sphère avec une vitesse \vec{v}_f . Établissez une équation de la forme

$$AH^2 + BH + C = 0$$

qui permet d'évaluer la hauteur H de la chute du bloc en fonction de m, q, Q, D, v_i, v_f et les constantes g et k . Considérez le bas de la trajectoire comme étant à la position $y = 0$.



Solution :

$$\begin{aligned}
 E_f &= E_i &\Rightarrow & K_f + U_{g_f} + U_{e_f} = K_i + U_{g_i} + U_{e_i} \\
 &&\Rightarrow & \frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f + k\frac{qQ}{r_f} = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i + k\frac{qQ}{r_i} \\
 &&\Rightarrow & \frac{1}{2}mv_f^2 + k\frac{qQ}{r_f} = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i + k\frac{qQ}{r_i} && (y_f = 0) \\
 &&\Rightarrow & \frac{1}{2}mv_f^2 + k\frac{qQ}{(H)} = \frac{1}{2}mv_i^2 + mg(H) + k\frac{qQ}{(D)} && (r_i = D, r_f = H) \\
 &&\Rightarrow & \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 - k\frac{qQ}{D} + k\frac{qQ}{H} - mgH = 0 \\
 &&\Rightarrow & \left(\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 - k\frac{qQ}{D}\right)H + kqQ - mgH^2 = 0 && (\text{Multiplier par } H) \\
 &&\Rightarrow & -mgH^2 + \left(\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 - k\frac{qQ}{D}\right)H + kqQ = 0 \\
 &&\Rightarrow & AH^2 + BH + C = 0 \\
 &&\text{tel que} & A = -mg \\
 &&& B = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 - k\frac{qQ}{D} \\
 &&& C = kqQ
 \end{aligned}$$

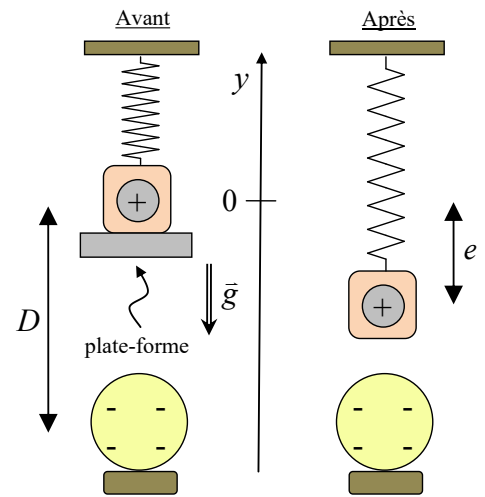
Niveau 3 : Le bloc chargé reliée à un ressort

Un bloc de masse m ayant une charge électrique positive q à l'intérieur est fixé verticalement à un ressort idéal non déformé de constante k_r . Le bloc est situé à une distance D au-dessus d'une sphère dont la charge négative est Q tel qu'illustré sur le schéma ci-contre. Initialement, le bloc est maintenu par une plate-forme et il tombe lorsque l'on retire la plate-forme.

Établissez une équation de la forme

$$Ae^2 + Be + C = 0$$

qui permet d'évaluer l'étirement maximal e du ressort en fonction de m , q , Q , D et des constantes g et k_r . Considérez la hauteur initiale du bloc comme étant à la position $y = 0$.



Solution :

$$E_f = E_i$$

$$\Rightarrow K_f + U_{gf} + U_{rf} + U_{ef} = K_i + U_{gi} + U_{ri} + U_{ei}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f + \frac{1}{2}ke_f^2 + k\frac{qQ}{r_f} = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i + \frac{1}{2}ke_i^2 + k\frac{qQ}{r_i}$$

$$\Rightarrow mgy_f + \frac{1}{2}ke_f^2 + k\frac{qQ}{r_f} = k\frac{qQ}{r_i} \quad (v_i = v_f = e_i = y_i = 0)$$

$$\Rightarrow mg(-e) + \frac{1}{2}k(e)^2 + k\frac{qQ}{(D-e)} = k\frac{qQ}{D}$$

$$\Rightarrow -mge + \frac{1}{2}ke^2 + k\frac{qQ}{(D-e)} - k\frac{qQ}{D} = 0$$

$$\Rightarrow -mge(D-e) + \frac{1}{2}ke^2(D-e) + kqQ - k\frac{qQ}{D}(D-e) = 0 \quad (\text{Multiplier par } D-e)$$

$$\Rightarrow -mgDe + mge^2 + \frac{1}{2}kDe^2 - \frac{1}{2}ke^3 + kqQ - kqQ + k\frac{qQ}{D}e = 0$$

$$\Rightarrow -mgDe + mge^2 + \frac{1}{2}kDe^2 - \frac{1}{2}ke^3 + k\frac{qQ}{D}e = 0 \quad (\text{Simplifier } kqQ)$$

$$\Rightarrow -mgD + mge + \frac{1}{2}kDe - \frac{1}{2}ke^2 + k\frac{qQ}{D} = 0 \quad (\text{Diviser par } e)$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}ke^2 + \left(mg + \frac{1}{2}kD\right)e - mgD + k\frac{qQ}{D} = 0$$

$$\Rightarrow Ae^2 + Be + C = 0 \quad \text{tel que} \quad A = -\frac{1}{2}k, \quad B = mg + \frac{1}{2}kD \quad \text{et} \quad C = -mgD + k\frac{qQ}{D}$$