

Électricité et magnétisme

Pré requis : Section 3.4

Le plancher chauffant

Un électricien désire installer un plancher chauffant dans une salle de bain de $96'' \times 72''$ (2,44 m par 1,83 m) et d'une hauteur de 8' (2,44 m). Il commence par installer une nouvelle ligne électrique depuis le panneau électrique jusqu'au plancher de sa salle de bain avec un fil électrique à chauffage (de résistance négligeable). Cette ligne électrique sera soumise à 240 V. Par la suite, il déroule et installe l'élément chauffant en forme de serpentín (voir image ci-contre) sur le plancher. Il raccorde la ligne électrique à l'élément chauffant et un plombier vient recouvrir le plancher avec du ciment pour fixer l'élément chauffant au sol ainsi que de la céramique.



Fil en serpentín utilisé comme élément chauffant dans l'installation d'un plancher radiant.

<http://www.kijiji.ca/b-achat-et-vente/quebec/fil-plancher-chauffant/k0c1019001>

(a) Sachant que le fil de l'élément chauffant est en cuivre, qu'il a un rayon de $3,4 \times 10^{-5}$ m et une longueur de 30 m, justifiez à l'aide de calculs si ce produit est approprié sachant qu'il doit respecter les normes¹ de construction suivantes :

- Puissance linéique maximale du fil de 18 W/m (pour ne pas endommager la gaine protectrice autour du fil de cuivre).
- Puissance surfacique maximale de 106 W/m^2 (pour ne pas chauffer trop brusquement le recouvrement du plancher).

(b) Si l'on considère que 70% de la puissance électrique est utilisée pour chauffer l'air de la salle de bain, combien de temps **en minutes** sera requis pour faire passer la température de l'air de la salle de bain de 20°C à 23°C . On suppose que la pression de l'air à 20°C est égale à $1,013 \times 10^5$ Pa (pression atmosphérique), qu'il n'y a pas d'échange d'air avec l'extérieur de la salle de bain (porte fermée hermétiquement), que l'air respect la loi des gaz parfaits $PV = nRT$ et que la chaleur se distribue dans la pièce de façon homogène.

Constante :

- $C_{\text{air}} = 1004 \text{ J / kg} \cdot \text{K}$ (capacité calorifique de l'air)
- $M_{\text{air}} = 28,976 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$ (masse molaire de l'air approximative)
- $R = 8,3145 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ (Constante des gaz parfaits)
- $T(\text{K}) = T(^{\circ}\text{C}) + 273,15$ (conversion de la température)

¹ Référence : <http://plancher-chauffant.comprendrechoisir.com/comprendre/calcul-plancher-chauffant>

Électricité et magnétisme

Pré requis : Section 3.4

Solution :

Évaluons la résistance de l'élément chauffant :

$$R = \frac{\rho \ell}{A} \Rightarrow R = \frac{(1,72 \times 10^{-8})(30)}{\pi(3,4 \times 10^{-5})^2} \Rightarrow \boxed{R = 142,08 \ \Omega}$$

Évaluons la puissance électrique de l'élément chauffant :

$$P = \frac{(\Delta V)^2}{R} \Rightarrow P = \frac{(240)^2}{(142,08)} \Rightarrow \boxed{P = 405,4 \ \text{W}}$$

Vérifions que la norme sur l'intensité linéique est respectée :

$$I_{\text{liné}} = \frac{P}{\ell} \Rightarrow I_{\text{liné}} = \frac{(405,4)}{(30)} \Rightarrow \boxed{I_{\text{liné}} = 13,51 \ \text{W/m} < 18 \ \text{W/m}}$$

Évaluons la surface de la salle de bain :

$$A = BL \Rightarrow A = (2,44)(1,83) \Rightarrow \boxed{A = 4,4652 \ \text{m}^2}$$

Vérifions que la norme sur l'intensité surfacique est respectée :

$$I_{\text{surf}} = \frac{P}{A} \Rightarrow I_{\text{surf}} = \frac{(405,4)}{(4,4652)} \Rightarrow \boxed{I_{\text{surf}} = 90,79 \ \text{W/m}^2 < 106 \ \text{W/m}^2}$$

(a) Puisque l'on respecte les deux normes de construction, le produit est adéquat pour les dimensions de ce plancher de salle de bain.

Évaluons le volume d'air dans la salle de bain :

$$V = AH \Rightarrow V = (4,4652)(2,44) \Rightarrow \boxed{V = 10,895 \ \text{m}^3}$$

Évaluons la quantité de mol d'air dans le volume de la salle de bain à 20°C.

$$PV = nRT \Rightarrow (1,013 \times 10^5)(10,895) = n(8,3145)(20 + 273,15)$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 452,8 \ \text{mol}}$$

Évaluons la masse d'air dans la salle de bain :

$$m = nM_{\text{air}} \Rightarrow m = (452,8 \ \text{mol}) \left(28,976 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}} \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{m = 13,120 \ \text{kg}}$$

Électricité et magnétisme

Pré requis : Section 3.4

Évaluons la quantité d'énergie requise pour chauffer l'air :

$$Q = mC_{air}\Delta T \Rightarrow Q = (13,120)(1004)(23 - 20)$$
$$\Rightarrow \boxed{Q = 39517 \text{ J}}$$

Évaluons l'énergie électrique déployée pour fournir l'énergie thermique à l'air sachant qu'il y a 30% de perte (70% d'efficacité) :

$$Q = 0,7\Delta E \Rightarrow (39517) = 0,7\Delta E$$
$$\Rightarrow \boxed{\Delta E = 56453 \text{ J}}$$

Évaluons le temps requis pour fournir l'énergie électrique :

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \Rightarrow (405,4) = \frac{(56453)}{\Delta t}$$
$$\Rightarrow \Delta t = 139,25 \text{ s}$$
$$\Rightarrow \boxed{\Delta t = 2,321 \text{ minutes}} \quad \mathbf{(b)}$$