

Électricité et magnétisme

Pré requis : Section 3.2

La rallonge et le taille-haie

Afin de réaliser des travaux paysagers avec un taille-haie, on utilise une rallonge électrique 14/3 que l'on branche dans une prise électrique de 120 V (voltage à la prise électrique).

Dans le descriptif de la rallonge électrique, nous retrouvons deux chiffres :



Rallonge électrique de type 14/3.



Le taille-haie électrique.

- Le « 14 » : Référence au diamètre des fils électriques de cuivre ($\rho = 1,724 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$) à l'intérieur de la rallonge.
- Le « 3 » : Il y a trois fils à l'intérieur de la rallonge où le premier (noir) apporte le courant de la prise à l'extrémité de la rallonge, le deuxième (blanc) rapporte le courant vers la prise électrique fermant ainsi le circuit électrique et le troisième (vert) est connecté à la mise à la terre (si l'appareil fonctionne adéquatement, il n'y a pas de courant dans ce fil).

Lorsqu'on met sous tension le taille-haie à la prise de courant de 120 V avec une rallonge de 25 m, le courant qui circule dans le taille-haie est de 4,780 A. Avec une rallonge de 50 m, le courant qui circule dans la taille haie est de 4,761 A.

Évaluez **(a)** le rayon des fils à l'intérieur de la rallonge électrique en mm et **(b)** la résistance électrique du taille-haie.

Électricité et magnétisme

Pré requis : Section 3.2

Solution :

Appliquons la loi d'Ohm à notre circuit en série où il y a une résistance R représentant le taille-haie et R_r représentant la rallonge :

$$\begin{aligned} \varepsilon = R_{\text{tot}} I &\Rightarrow \varepsilon = (R + R_r) I & (R_{\text{tot}} = R + R_r) \\ &\Rightarrow \boxed{\varepsilon = \left(R + \frac{\rho \ell}{A} \right) I} & (R_r = \rho \frac{\ell}{A}) \end{aligned}$$

Développons l'équation précédente afin d'obtenir une équation où la résistance R serait isolée :

$$\begin{aligned} \varepsilon = \left(R + \frac{\rho \ell}{A} \right) I &\Rightarrow \varepsilon = RI + \frac{\rho \ell}{A} I & (\text{Distribuer } I) \\ &\Rightarrow \varepsilon - \frac{\rho \ell}{A} I = RI & (\text{Isoler } RI) \\ &\Rightarrow \boxed{R = \frac{\varepsilon}{I} - \frac{\rho \ell}{A}} & (\text{Isoler } R) \end{aligned}$$

Puisque la résistance R du taille-haie est constante lors de l'usage des deux rallonges ℓ_1 (celle de 25 m) et ℓ_2 (celle de 50 m), développons la loi d'Ohm pour la rallonge ℓ_1 et remplaçons l'expression de R exprimée à l'aide des paramètres de ℓ_2 .

Évaluons l'expression de la surface A du fil :

$$\begin{aligned} \varepsilon = \left(R + \frac{\rho \ell_1}{A} \right) I_1 &\Rightarrow \varepsilon = \left(\left(\frac{\varepsilon}{I_2} - \frac{\rho \ell_2}{A} \right) + \frac{\rho \ell_1}{A} \right) I_1 & (R_2 = \frac{\varepsilon}{I_2} - \frac{\rho \ell_2}{A}) \\ &\Rightarrow \varepsilon = \left(\frac{\varepsilon}{I_2} + \frac{\rho(\ell_1 - \ell_2)}{A} \right) I_1 & (\text{Factoriser } \frac{\rho}{A}) \\ &\Rightarrow \frac{\varepsilon}{I_1} = \frac{\varepsilon}{I_2} + \frac{\rho(\ell_1 - \ell_2)}{A} & (\text{Diviser par } I_1) \\ &\Rightarrow \varepsilon \left(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2} \right) = \frac{\rho(\ell_1 - \ell_2)}{A} & (\text{Regrouper terme } \varepsilon) \\ &\Rightarrow \boxed{A = \frac{\rho(\ell_1 - \ell_2)}{\varepsilon \left(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2} \right)}} & (\text{Isoler } A) \end{aligned}$$

Électricité et magnétisme

Pré requis : Section 3.2

Autre stratégie pour obtenir cette même équation :

Étant donné que nous avons un système d'équations où

$$R = \frac{\varepsilon}{I_1} - \frac{\rho \ell_1}{A} \quad \text{et} \quad R = \frac{\varepsilon}{I_2} - \frac{\rho \ell_2}{A} ,$$

égalisons nos 2 équations afin d'obtenir l'expression de A :

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon}{I_1} - \frac{\rho \ell_1}{A} = \frac{\varepsilon}{I_2} - \frac{\rho \ell_2}{A} &\Rightarrow \frac{\varepsilon}{I_1} - \frac{\varepsilon}{I_2} = \frac{\rho \ell_1}{A} - \frac{\rho \ell_2}{A} && \text{(Regrouper termes)} \\ &\Rightarrow \varepsilon \left(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2} \right) = \frac{\rho}{A} (\ell_1 - \ell_2) && \text{(Factoriser constante)} \\ &\Rightarrow \boxed{A = \frac{\rho (\ell_1 - \ell_2)}{\varepsilon \left(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2} \right)}} && \text{(Isoler } A \text{)} \end{aligned}$$

Avant d'évaluer l'expression précédente, il est important de préciser qu'une rallonge de ℓ_1 de 25 m aura une valeur $\ell_1 = 2 \times 25 \text{ m}$ puisque le courant doit circuler de la prise à l'appareil et revenir à la prise ce qui double la longueur du câblage dans l'équation de la résistance. Évaluons la surface A en incluant cette précision dans nos calculs :

$$\begin{aligned} A = \frac{\rho (\ell_1 - \ell_2)}{\varepsilon \left(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2} \right)} &\Rightarrow A = \frac{(1,724 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}) ((2 \times 25 \text{ m}) - (2 \times 50 \text{ m}))}{(120 \text{ V}) \left(\frac{1}{(4,780 \text{ A})} - \frac{1}{(4,761 \text{ A})} \right)} && \text{(Remplacer val. num.)} \\ &\Rightarrow \boxed{A = 8,603 \times 10^{-6} \text{ m}^2} && \text{(Évaluer } A \text{)} \end{aligned}$$

Puisque le fil est de forme cylindrique, évaluons le rayon du disque du fil :

$$\begin{aligned} A = \pi r^2 &\Rightarrow r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} && \text{(Isoler } r \text{)} \\ &\Rightarrow r = \sqrt{\frac{(8,603 \times 10^{-6} \text{ m}^2)}{\pi}} && \text{(Remplacer val. num.)} \\ &\Rightarrow r = 0,001655 \text{ m} && \text{(Évaluer } r \text{)} \\ &\Rightarrow \boxed{r = 1,655 \text{ mm}} && \text{(En mm)} \end{aligned}$$

Électricité et magnétisme

Pré requis : Section 3.2

Évaluons la résistance du taille-haie à partir des données de la rallonge de 25 m :

$$R = \frac{\rho \ell}{A} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{(120 \text{ V})}{(4,780 \text{ A})} - \frac{(1,724 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})(2 \times 25 \text{ m})}{(8,603 \times 10^{-6} \text{ m}^2)} \quad (\text{Remplacer val. num.})$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{R = 25,004 \text{ } \Omega} \quad (\text{b}) \quad (\text{Évaluer } R)$$