

## Électricité et magnétisme

Pré requis : Section 3.2

**La rallonge et le taille-haie**

Afin de réaliser des travaux paysagers avec un taille-haie, on utilise une rallonge électrique 14/3 que l'on branche dans une prise électrique de 120 V (voltage à la prise électrique).



Rallonge électrique de type 14/3.



Le taille-haie électrique.

Dans le descriptif de la rallonge électrique, nous retrouvons deux chiffres :

- Le « 14 » : Référence au diamètre des fils électriques de cuivre ( $\rho = 1,724 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ) à l'intérieur de la rallonge.
- Le « 3 » : Il y a trois fils à l'intérieur de la rallonge où le premier (noir) apporte le courant de la prise à l'extrémité de la rallonge, le deuxième (blanc) rapporte le courant vers la prise électrique fermant ainsi le circuit électrique et le troisième (vert) est connecté à la mise à la terre (si l'appareil fonctionne adéquatement, il n'y a pas de courant dans ce fil).

Lorsqu'on met sous tension le taille-haie à la prise de courant de 120 V avec une rallonge de 25 m, le courant qui circule dans le taille-haie est de 4,780 A. Avec une rallonge de 50 m, le courant qui circule dans la taille haie est de 4,761 A.

Évaluez **(a)** le rayon des fils à l'intérieur de la rallonge électrique en mm et **(b)** la résistance électrique du taille-haie.

## Électricité et magnétisme

Pré requis : Section 3.2

**Solution :**

Appliquons la loi d'Ohm à notre circuit en série où il y a une résistance  $R$  représentant le taille-haie et  $R_r$  représentant la rallonge :

$$\varepsilon = R_{\text{tot}} I \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = (R + R_r) I \quad (R_{\text{tot}} = R + R_r)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\varepsilon = \left( R + \frac{\rho \ell}{A} \right) I} \quad (R_r = \rho \frac{\ell}{A})$$

Développons l'équation précédente afin d'obtenir une équation où la résistance  $R$  serait isolée :

$$\varepsilon = \left( R + \frac{\rho \ell}{A} \right) I \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = RI + \frac{\rho \ell}{A} I \quad (\text{Distribuer } I)$$

$$\Rightarrow \quad \varepsilon - \frac{\rho \ell}{A} I = RI \quad (\text{Isoler } RI)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{R = \frac{\varepsilon}{I} - \frac{\rho \ell}{A}} \quad (\text{Isoler } R)$$

Puisque la résistance  $R$  du taille-haie est constante lors de l'usage des deux rallonges  $\ell_1$  (celle de 25 m) et  $\ell_2$  (celle de 50 m), développons la loi d'Ohm pour la rallonge  $\ell_1$  et remplaçons l'expression de  $R$  exprimée à l'aide des paramètres de  $\ell_2$ .

Évaluons l'expression de la surface  $A$  du fil :

$$\varepsilon = \left( R + \frac{\rho \ell_1}{A} \right) I_1 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = \left( \left( \frac{\varepsilon}{I_2} - \frac{\rho \ell_2}{A} \right) + \frac{\rho \ell_1}{A} \right) I_1 \quad (R_2 = \frac{\varepsilon}{I_2} - \frac{\rho \ell_2}{A})$$

$$\Rightarrow \quad \varepsilon = \left( \frac{\varepsilon}{I_2} + \frac{\rho(\ell_1 - \ell_2)}{A} \right) I_1 \quad (\text{Factoriser } \frac{\rho}{A})$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\varepsilon}{I_1} = \frac{\varepsilon}{I_2} + \frac{\rho(\ell_1 - \ell_2)}{A} \quad (\text{Diviser par } I_1)$$

$$\Rightarrow \quad \varepsilon \left( \frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2} \right) = \frac{\rho(\ell_1 - \ell_2)}{A} \quad (\text{Regrouper terme } \varepsilon)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{A = \frac{\rho(\ell_1 - \ell_2)}{\varepsilon \left( \frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2} \right)}} \quad (\text{Isoler } A)$$

## Électricité et magnétisme

Pré requis : Section 3.2

Autre stratégie pour obtenir cette même équation :

Étant donné que nous avons un système d'équations où

$$R = \frac{\varepsilon}{I_1} - \frac{\rho \ell_1}{A} \quad \text{et} \quad R = \frac{\varepsilon}{I_2} - \frac{\rho \ell_2}{A} ,$$

égalisons nos 2 équations afin d'obtenir l'expression de  $A$  :

$$\frac{\varepsilon}{I_1} - \frac{\rho \ell_1}{A} = \frac{\varepsilon}{I_2} - \frac{\rho \ell_2}{A} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{I_1} - \frac{\varepsilon}{I_2} = \frac{\rho \ell_1}{A} - \frac{\rho \ell_2}{A} \quad (\text{Regrouper termes})$$

$$\Rightarrow \varepsilon \left( \frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2} \right) = \frac{\rho}{A} (\ell_1 - \ell_2) \quad (\text{Factoriser constante})$$

$$\Rightarrow \boxed{A = \frac{\rho (\ell_1 - \ell_2)}{\varepsilon \left( \frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2} \right)}} \quad (\text{Isoler } A)$$

Avant d'évaluer l'expression précédente, il est important de préciser qu'une rallonge de  $\ell_1$  de 25 m aura une valeur  $\ell_1 = 2 \times 25 \text{ m}$  puisque le courant doit circuler de la prise à l'appareille et revenir à la prise ce qui double la longueur du câblage dans l'équation de la résistance. Évaluons la surface  $A$  en incluant cette précision dans nos calculs :

$$A = \frac{\rho (\ell_1 - \ell_2)}{\varepsilon \left( \frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2} \right)} \Rightarrow A = \frac{(1,724 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}) ((2 \times 25 \text{ m}) - (2 \times 50 \text{ m}))}{(120 \text{ V}) \left( \frac{1}{(4,780 \text{ A})} - \frac{1}{(4,761 \text{ A})} \right)} \quad (\text{Remplacer val. num.})$$

$$\Rightarrow \boxed{A = 8,603 \times 10^{-6} \text{ m}^2} \quad (\text{Évaluer } A)$$

Puisque le fil est de forme cylindrique, évaluons le rayon du disque du fil :

$$A = \pi r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} \quad (\text{Isoler } r)$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{(8,603 \times 10^{-6} \text{ m}^2)}{\pi}} \quad (\text{Remplacer val. num.})$$

$$\Rightarrow r = 0,001655 \text{ m} \quad (\text{Évaluer } r)$$

$$\Rightarrow \boxed{r = 1,655 \text{ mm}} \quad (\text{a}) \quad (\text{En mm})$$

## Électricité et magnétisme

Pré requis : Section 3.2

Évaluons la résistance du taille-haie à partir des données de la rallonge de 25 m :

$$R = \frac{\varepsilon}{I} - \frac{\rho \ell}{A} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{(120 \text{ V})}{(4,780 \text{ A})} - \frac{(1,724 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})(2 \times 25 \text{ m})}{(8,603 \times 10^{-6} \text{ m}^2)} \quad (\text{Remplacer val. num.})$$
$$\Rightarrow \quad \boxed{R = 25,004 \text{ } \Omega} \quad (\mathbf{b}) \quad (\text{Évaluer } R)$$