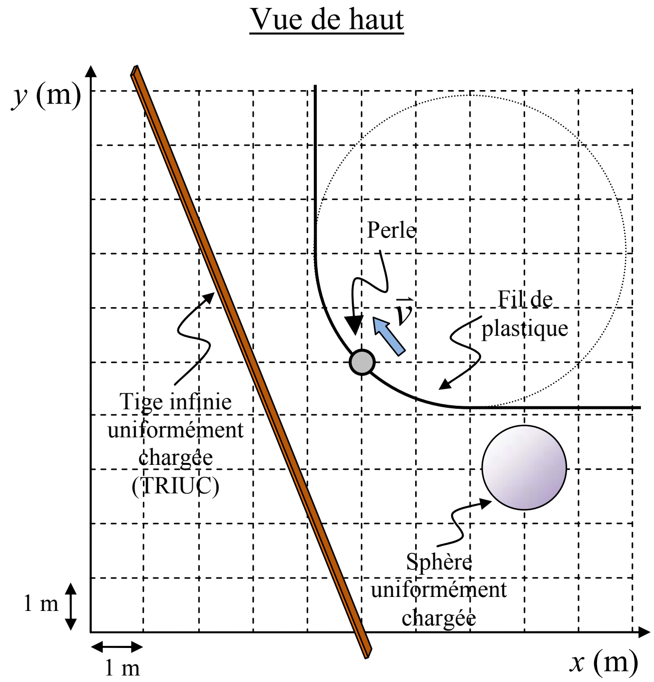
Électricité et magnétisme

Pré requis : Section 1.7 et NYA Section 2.7

La perle guidée par un fil

Dans un plan *xy*, une perle de 15 g chargée de 3 μC glisse sur une table sans frottement. La perle effectue une trajectoire tel qu'illustré sur le schéma ci-contre puisqu'un fil de plastique rigide et isolant est utilisé pour enfiler la perle guidant ainsi son déplacement.



Durant le mouvement de la perle, elle est influencée par la présence d'une tige infinie uniformément chargée (TRIUC) d'une densité égale à -2 μC/m et d'une sphère uniformément chargée de 10 μC.

Lorsque la perle atteint la position tel qu'illustré sur le schéma, elle se déplace avec une vitesse dont le module est de 1,5 m/s.

Évaluez **<u>le module de la force normale</u>** dans le plan *xy* appliquée par le fil sur la perle à l'endroit illustré. Ne considérez pas la composante de la force normale dans la direction opposée à la gravité dans vos calculs, car elle est orientée selon l'axe *z*.

<u>Solution :</u>

Évaluons l'angle de la tige par rapport à la l'axe *y* :

$$\tan(\alpha) = \frac{x}{y} \quad \Rightarrow \quad \tan(\alpha) = \frac{(2)}{(5)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\alpha = 21{,}80°}$$

Évaluons la distance *R* entre la tige et la perle :

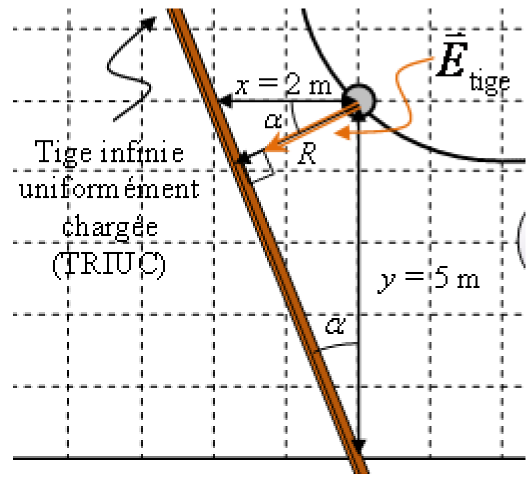
$$R = y\sin(\alpha) \quad \Rightarrow \quad R = (5)\sin(21{,}80°) \quad \Rightarrow \quad \boxed{R = 1{,}857 \text{ m}}$$

Évaluons le module du champ électrique E_{tige} généré par la tige :

$$E_{\text{tige}} = \frac{2k|\lambda|}{R} \quad \Rightarrow \quad E_{\text{tige}} = \frac{2\left(9\times10^{9}\right)\left|\left(-2\times10^{-6}\right)\right|}{(1{,}857)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{E_{\text{tige}} = 19{,}39\times10^{3}\text{ N/C}}$$

Électricité et magnétisme

Pré requis : Section 1.7 et NYA Section 2.7



Décomposons selon l'axe x et y le champ électrique E_{tige} en utilisant l'angle α comme angle de projection par rapport à l'axe x pour forme le vecteur champ électrique de la tige $\vec{E}_{\text{tige}}$ considérant que la densité de charge λ = -2μC/m est négative (champ vers la source) :

$$\vec{E}_{\text{tige}} = E_{\text{tige}}\left(-\cos(\alpha)\vec{i} - \sin(\alpha)\vec{j}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \vec{E}_{\text{tige}} = \left(19{,}39\times 10^{3}\right)\left(-\cos(21{,}80°)\vec{i} - \sin(21{,}80°)\vec{j}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{E}_{\text{tige}} = \left(-18{,}00\,\vec{i} - 7{,}201\,\vec{j}\right)\times 10^{3}\ \text{N/C}}$$

ou bien $\quad \vec{F}_{\text{tige}} = \left(-5{,}40\,\vec{i} - 2{,}16\,\vec{j}\right)\times 10^{-2}\ \text{N}$

Voici les informations nécessaires pour évaluer le champ électrique $\vec{E}_{\text{sphère}}$ généré par la sphère sous forme vectoriel :

Charge	Vecteur déplacement source vers cible
$Q = 10\times 10^{6}\,\text{C}$	$\vec{r} = \left(-3\,\vec{i} + 2\,\vec{j}\right)\text{m}$

Évaluons la distance entre la sphère et la perle : ($r = \left|\vec{r}\right| = \sqrt{r_x^{\,2} + r_y^{\,2}}$)

$$r = \left|\vec{r}\right| \quad \Rightarrow \quad r = \sqrt{(-3)^2 + (2)^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{r = 3{,}6056\ \text{m}}$$

Évaluons le champ électrique $\vec{E}_{\text{sphère}}$ (comme celui d'une charge ponctuelle) sous forme vectoriel :

$$\vec{E}_{\text{sphère}} = k\frac{Q}{r^2}\hat{r}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{E}_{\text{sphère}} = k\frac{Q}{r^2}\hat{r}\frac{r}{r} \qquad \text{(multiplier par } r / r\text{)}$$

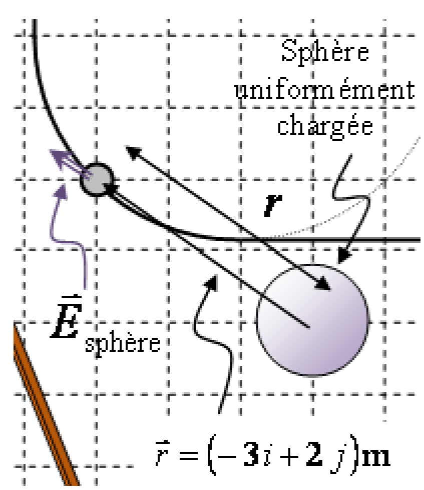
$$\Rightarrow \quad \vec{E}_{\text{sphère}} = k\frac{Q}{r^3}\vec{r} \qquad \text{(rappel : } \vec{r} = r\,\hat{r}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{E}_{\text{sphère}} = \left(9\times 10^{9}\right)\frac{\left(10\times 10^{-6}\right)}{(3{,}6056)^3}\left(-3\,\vec{i} + 2\,\vec{j}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \vec{E}_{\text{sphère}} = (1920{,}0)\left(-3\,\vec{i} + 2\,\vec{j}\right)$$

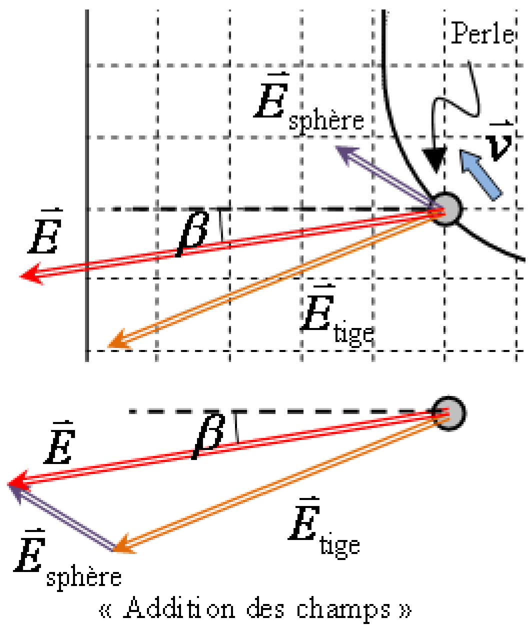
$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{E}_{\text{sphère}} = \left(-5{,}760\,\vec{i} + 3{,}840\,\vec{j}\right)\times 10^{3}\ \text{N/C}}$$

ou bien $\quad \vec{F}_{\text{sphère}} = \left(-1{,}73\,\vec{i} + 1{,}15\,\vec{j}\right)\times 10^{-2}\ \text{N}$



P.S. $E_{\text{sphère}} = 6{,}923\times 10^{3}\ \text{N/C}$ avec un angle de 33,69° par rapport à l'axe $-x$.

Évaluons le champ électrique résultant $\vec{E}$ par le principe de superposition :



(Les vecteurs sont dessinés à « l'échelle »)

$$\vec{E} = \vec{E}_{\text{tige}} + \vec{E}_{\text{sphère}}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{E} = \left(\left(-18{,}00\,\vec{i} - 7{,}201\,\vec{j}\right)\times 10^{3}\right) + \left(\left(-5{,}760\,\vec{i} + 3{,}840\,\vec{j}\right)\times 10^{3}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{E} = \left(-23{,}76\,\vec{i} - 3{,}36\,\vec{j}\right)\times 10^{3}\ \text{N/C}}$$

ou bien $\vec{F}_{\text{e}} = \left(-7{,}13\,\vec{i} - 1{,}01\,\vec{j}\right)\times 10^{-2}\ \text{N/C}$

Évaluons le module du champ électrique E :

$$E = \sqrt{E_x^{\,2} + E_y^{\,2}}$$

$$\Rightarrow \quad E = \sqrt{(-23{,}76)^2 + (-3{,}36)^2}\times 10^{3}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{E = 24{,}00\times 10^{3}\ \text{N/C}}$$

ou bien $F_{\text{e}} = 7{,}2\times 10^{-2}\ \text{N}$

Évaluons l'orientation du champ électrique $\vec{E}$ l'axe $-x$:

$$\tan(\beta) = \frac{E_y}{E_x} \quad \Rightarrow \quad \tan(\beta) = \frac{(3{,}36)}{(23{,}76)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\beta = 8{,}05^\circ}$$

Évaluons le rayon de la trajectoire circulaire effectué par la perle à l'endroit indiqué sur le schéma :

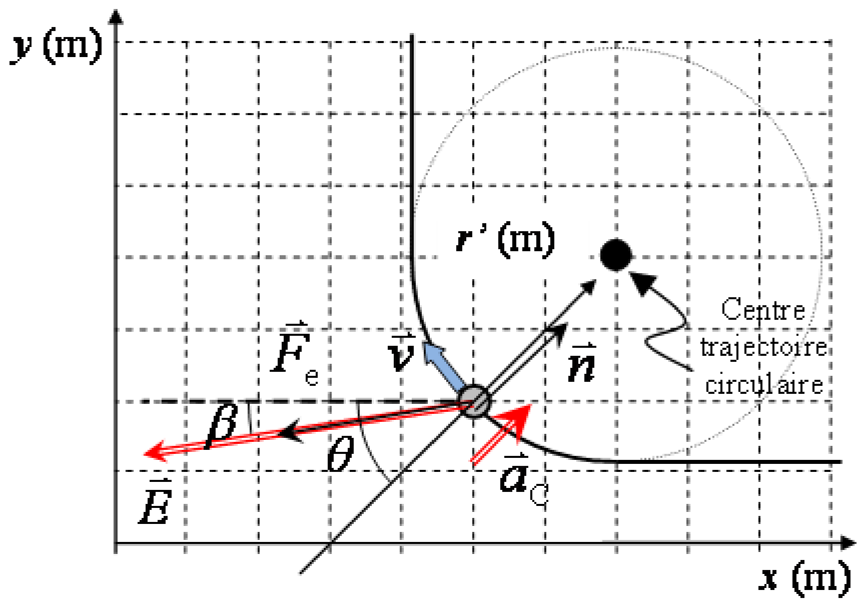
$$r_{\text{cercle}} = \sqrt{x_{\text{cercle}}^{\,2} + y_{\text{cercle}}^{\,2}} \quad \Rightarrow \quad r_{\text{cercle}} = \sqrt{(2)^2 + (2)^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{r_{\text{cercle}} = 2{,}828\ \text{m}}$$

Évaluons le module de l'accélération centripète permettant à la perle d'effectuer l'arc de cercle de rayon r_{cercle} :

$$a_{\text{C}} = \frac{v^2}{r_{\text{cercle}}} \quad \Rightarrow \quad a_{\text{C}} = \frac{(1{,}5)^2}{(2{,}828)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{a_{\text{C}} = 0{,}7956\ \text{m/s}^2}$$

Pré requis : Section 1.7 et NYA Section 2.7

Représentons la situation afin de bien identifier l'axe *r*' requis pour appliquer notre 2$^{\text{ième}}$ loi de Newton :



On peut remarquer que la force électrique $\vec{F}_e$ est dans le même sens que le champ électrique $\vec{E}$, puis que la charge de la perle $q = 3$ µC est **<u>positif</u>**.

L'axe *r*' est orienté selon la position de la perle vers le centre de la trajectoire circulaire et cet axe fait un angle $\theta = 45^\circ$ avec l'axe *x* puisque

$$\arctan(2/2) = 45^\circ.$$

Pour décomposer la force électrique $\vec{F}_e$ selon l'axe *r*', l'angle

$$\theta - \beta$$

devra être utilisé.

Appliquons la 2$^{\text{ième}}$ loi de Newton selon l'axe *r*' afin d'évaluer la force normale requise pour permettre à la perle d'effectuer sa trajectoire circulaire :

	$\sum F_{r'} = ma_C$	(2$^{\text{ième}}$ loi de Newton)
$\Rightarrow$	$n - F_{er'} = ma_C$	(Remplacer $\sum F_{r'}$)
$\Rightarrow$	$n - F_e\cos(\theta-\beta) = ma_C$	(Décomposer F_e selon *r*')
$\Rightarrow$	$n - (qE)\cos(\theta-\beta) = ma_C$	(Force électrique : $F_e = qE$)
$\Rightarrow$	$n = ma_C + qE\cos(\theta-\beta)$	(Isoler *n*)
$\Rightarrow$	$n = (0{,}015)(0{,}7956) + (3\times10^{-6})(24\times10^{3})\cos((45^\circ)-(8{,}05^\circ))$	(Remplacer, $\theta-\beta = 36{,}95^\circ$)
$\Rightarrow$	$\boxed{n = 0{,}0695\ \text{N}}$	(Évaluer *n*)