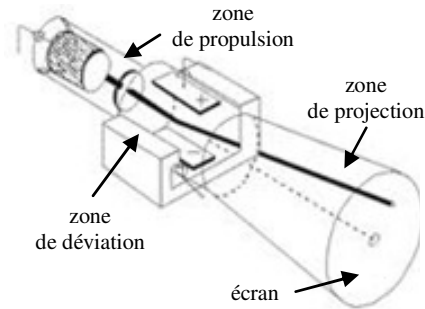


Électricité et magnétisme

Pré requis : Section 1.14

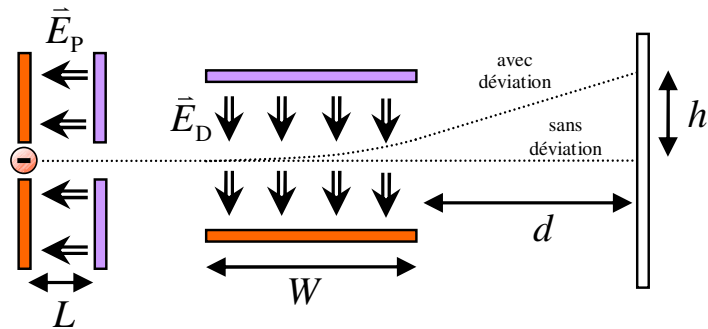
Le tube cathodique

Un tube cathodique est un système permettant de propulser des électrons sur un écran qui sera illuminé au contact laissant une trace de la position finale de l'électron. La propulsion est effectuée grâce à un système de plaque chargée et la déviation est effectuée par un autre système de plaque chargée. Une zone de projection permet aux électrons de voyager à vitesse constante avant d'intercepter l'écran.



Considérons la situation suivante :

Un tube cathodique émet des électrons initialement immobiles dans la zone de propulsion d'une longueur $L = 1 \text{ cm}$ où règne un champ électrique $\vec{E}_p = -E_x \vec{i}$ généré par un système de deux PPIUC¹ de densité surfacique de charges contraires $+\sigma$ et $-\sigma$.



Ces électrons accélérés sont déviés dans la zone de déviation sur une distance $W = 4 \text{ cm}$ sous la présence d'un champ électrique $\vec{E}_D = -10 \vec{j} \text{ N/C}$. Finalement, ces électrons voyagent dans la zone de projection sur une distance $d = 30 \text{ cm}$ avant d'être interceptés par l'écran à une hauteur h par rapport à l'axe central (trajectoire sans déviation).

Si les électrons sont interceptés sur l'écran à une hauteur $h = 20 \text{ cm}$, quelle est la densité surfacique de charges σ sur les PPIUC de la zone de propulsion ?

Solution :

Dans la cinématique de l'électron, nous avons trois mouvements différents :

- Propulsion : P (1 équations du mouvement à définir)
- Déviation : D (3 équations du mouvement à définir)
- Projection sur l'écran : E (2 équations du mouvement à définir)

¹ PPIUC : plaque plane infinie uniformément chargée

Électricité et magnétisme

Pré requis : Section 1.14

- Mouvement de projection sur l'écran :

Évaluons le temps pour effectuer la projection de l'électron sur l'écran à l'aide d'un mouvement selon l'axe x :

$$x = x_0 + v_{x0}t \quad \Rightarrow \quad d = v_{xP} t_E \quad \Rightarrow \quad \boxed{t_E = \frac{d}{v_{xP}}} \quad (\text{eq1})$$

Évaluons une expression associée à la projection de l'électron sur l'écran à l'aide d'un mouvement selon l'axe y :

$$y = y_0 + v_{y0}t \quad \Rightarrow \quad h = y_D + v_{yD} t_E \quad \Rightarrow \quad \boxed{h = y_D + v_{yD} \frac{d}{v_{xP}}} \quad (\text{eq2})$$

- Mouvement de déviation :

Évaluons l'accélération de la déviation selon l'axe y :

$$\begin{aligned} F_e = ma_y &\quad \Rightarrow \quad qE_y = ma_y \\ &\quad \Rightarrow \quad \boxed{a_y = \frac{qE_y}{m}} \\ &\quad \Rightarrow \quad a_y = \frac{(1,6 \times 10^{-19})(10)}{(9,11 \times 10^{-31})} \\ &\quad \Rightarrow \quad \boxed{a_y = 1,756 \times 10^{12} \text{ m/s}^2} \end{aligned}$$

Évaluons le temps pour effectuer la déviation de l'électron à l'aide d'un mouvement selon l'axe x :

$$x = x_0 + v_{x0}t \quad \Rightarrow \quad W = v_{xP} t_D \quad \Rightarrow \quad \boxed{t_D = \frac{W}{v_{xP}}} \quad (\text{eq3})$$

Évaluons la position finale de la déviation selon l'axe y :

$$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \quad \Rightarrow \quad y_D = \frac{1}{2}a_y t_D^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{y_D = \frac{1}{2}a_y \frac{W^2}{v_{xP}^2}} \quad (\text{eq4})$$

Évaluons la vitesse finale après la déviation selon l'axe y :

$$v_y = v_{y0} + a_y t \quad \Rightarrow \quad v_{yD} = a_y t_D \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_{yD} = a_y \frac{W}{v_{xP}}} \quad (\text{eq5})$$

Électricité et magnétisme

Pré requis : Section 1.14

Remplaçons nos équations (eq1 à eq5) dans l'expression de h afin d'isoler la vitesse de propulsion v_{xP} selon l'axe x :

$$\begin{aligned}
 h = y_D + v_{yD} \frac{d}{v_{xP}} &\Rightarrow h = \left(\frac{1}{2} a_y \frac{W^2}{v_{xP}^2} \right) + \left(a_y \frac{W}{v_{xP}} \right) \frac{d}{v_{xP}} \\
 &\Rightarrow h = \frac{a_y W^2}{2v_{xP}^2} + \frac{a_y W d}{v_{xP}^2} \\
 &\Rightarrow h = \frac{a_y W}{v_{xP}^2} \left(\frac{W}{2} + d \right) \\
 &\Rightarrow v_{xP}^2 = \frac{a_y W}{h} \left(\frac{W}{2} + d \right) \\
 &\Rightarrow v_{xP} = \sqrt{\frac{a_y W}{h} \left(\frac{W}{2} + d \right)} \\
 &\Rightarrow v_{xP} = \sqrt{\frac{(1,756 \times 10^{12})(0,04)}{(0,2)} \left(\frac{(0,04)}{2} + (0,3) \right)} \\
 &\Rightarrow v_{xP} = 3,352 \times 10^5 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$

P.S. Si on avait oublié y_D , la vitesse de propulsion serait $v_{xP} = 3,246 \times 10^5 \text{ m/s}$.

- Mouvement de propulsion :

Évaluons l'accélération de la propulsion selon l'axe x à l'aide de la cinématique selon l'axe x :

$$\begin{aligned}
 v_x^2 = v_{x0}^2 + 2a_x(x - x_0) &\Rightarrow v_{xP}^2 = 2a_x L \\
 &\Rightarrow a_x = \frac{v_{xP}^2}{2L} \\
 &\Rightarrow a_x = \frac{(3,352 \times 10^5)^2}{2(0,01)} \\
 &\Rightarrow a_x = 5,618 \times 10^{12} \text{ m/s}^2
 \end{aligned}$$

Électricité et magnétisme

Pré requis : Section 1.14

Évaluons le champ électrique responsable de la propulsion de l'électron selon l'axe x . Par analogie avec l'accélération selon l'axe y :

$$a_x = \frac{qE_x}{m} \quad \Rightarrow \quad (5,618 \times 10^{12}) = \frac{(-1,6 \times 10^{-19})E_x}{(9,11 \times 10^{-31})}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{E_x = -31,99 \text{ N/C}}$$

Évaluons la densité de charge surfacique sur les plaques du système de propulsion :

$$|E_x| = 2E_{\text{plaque}} \quad \Rightarrow \quad |E_x| = 2 \left(\frac{|\sigma|}{2\epsilon_0} \right)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{|E_x| = \frac{|\sigma|}{\epsilon_0}}$$

$$\Rightarrow \quad |(-31,99)| = \frac{|\sigma|}{(8,85 \times 10^{-12})}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{|\sigma| = 2,841 \times 10^{-10} \text{ C/m}^2}$$