Chapitre 3.7 – La puissance

La puissance

James Watt
(1736-1819)

La puissance fut introduite par le mathématicien et ingénieur écossais James Watt lors de ses recherches sur l'amélioration de la machine à vapeur.

La puissance permet de quantifier le rythme auquel l'énergie peut être transformée. La **puissance** est donc l'**agent** qui fait **varier** la **transformation de l'énergie** dans le **temps**. Une machine très puissante va donc transformer beaucoup d'énergie en très peu de temps.

Notation mathématique : $Puissance = P$

Unité SI (watt): $[P] = \mathrm{W}$

Correspondance : $\mathrm{W} = \dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = \dfrac{\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{s}} = \mathrm{kg} \cdot \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \mathrm{m} \cdot \dfrac{1}{\mathrm{s}} = \dfrac{\mathrm{kg \cdot m^2}}{\mathrm{s}^3}$

Puissance moyenne

S'il y a variation d'énergie sur un intervalle de temps donné, on peut calculer la puissance moyenne de la façon suivante :

$$\overline{P} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

où $\overline{P}$: Puissance moyenne (W).
ΔE : Variation de l'énergie (J).
Δt : Intervalle de temps (s).

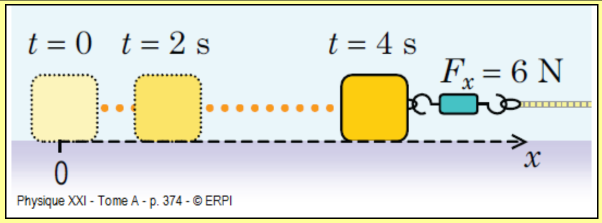
Si la variation d'énergie est associée à un travail, il est possible d'évaluer la puissance moyenne associé à ce travail. Il ne faut pas perdre de vue que le travail est justement un processus de transformation de l'énergie :

$$\overline{P} = \frac{W}{\Delta t}$$

où $\overline{P}$: Puissance moyenne (W).
W : Le travail effectué (J).
Δt : Intervalle de temps (s).

Rappel : $E_f = E_i + W \quad \Rightarrow \quad W = E_f - E_i = \Delta E$

Situation 2 : *La puissance d'Albert, prise 2.* Sur une surface horizontale sans frottement, Albert tire sur un bloc de 3 kg avec une force horizontale de 6 N. Albert commence à tirer à $t=0$: le bloc est initialement immobile.



On désire déterminer la puissance moyenne associée au travail effectué par Albert sur le bloc entre $t=2$ s et $t=4$ s.

Évaluer l'accélération du bloc :

$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad F = ma_x$ (Décomposition selon l'axe x)

$\Rightarrow \quad a_x = \dfrac{F}{m} = \dfrac{(6)}{(3)}$ (Isoler a_x et remplacer les valeurs num.)

$\Rightarrow \quad \boxed{a_x = 2\ \text{m/s}^2}$ (Calculer a_x)

Utiliser les équations du MUA pour déterminer la position du bloc :

$x(t) = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \quad \Rightarrow \quad x(t=2) = x_2 = (0)+(0)(2)+\frac{1}{2}(2)(2)^2 = 4\ \text{m}$

$x(t=4) = x_4 = (0)+(0)(4)+\frac{1}{2}(2)(4)^2 = 16\ \text{m}$

Évaluer le travail :

$W = F\,s\cos(\theta) \quad \Rightarrow \quad W = F\,s\cos(0°)$ (Angle $\theta = 0°$ entre F et s)

$\Rightarrow \quad W = F\,(x_4 - x_2)$ (Remplacer $s = x_4 - x_2$)

$\Rightarrow \quad W = 6(16-4)$ (Remplacer les valeurs num.)

$\Rightarrow \quad \boxed{W = 72\ \text{J}}$ (Calculer W)

Évaluer la puissance :

$\overline{P} = \dfrac{W}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \overline{P} = \dfrac{(72)}{(4-2)}$ (Remplacer les valeurs num.)

$\Rightarrow \quad \boxed{\overline{P} = 36\ \text{W}}$ (Calculer $\overline{P}$)

La puissance instantanée

Si le taux auquel l'énergie se transforme n'est pas constant, la puissance moyenne ne sera pas exacte. Si l'on connaît l'expression de l'énergie en fonction du temps $E(t)$, nous pouvons faire le calcul :

$$P = \frac{\mathrm{d}E(t)}{\mathrm{d}t} \quad \text{ou} \quad P = \frac{\mathrm{d}W}{dt}$$

Si l'on étudie les unités de la puissance, il est possible de trouver une autre formule très pratique pour évaluer la puissance :

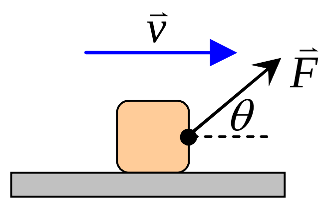
$$\mathrm{W} = \left(\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^3}\right) = \left(\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) = \left(\mathrm{N}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)$$

Avec la définition d'un élément de travail infinitésimal $\mathrm{d}W = F\cos(\theta)\mathrm{d}s$, on peut construire l'équation suivante :

$$P = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \frac{F\cos(\theta)\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = F\cos(\theta)\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = F\cos(\theta)v \qquad \text{où} \qquad v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

Voici une équation alternative afin d'évaluer la puissance instantanée :

$$P = F\ v\ \cos(\theta)$$

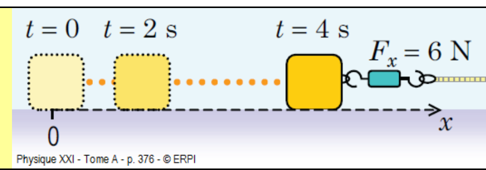


où P : Puissance instantanée associée à la force F (W).
F : Force qui effectue un travail (N).
v : Vitesse à laquelle la force est appliquée (m/s).
θ : Angle entre l'orientation de la force et la vitesse

Avec la définition du produit scalaire, on peut réécrire l'équation précédente de la façon suivante :

$$P = \vec{F}\cdot\vec{v}$$

Situation 3 : ***La puissance instantanée d'Albert.*** À la **situation 2**, on désire déterminer la puissance instantanée à $t = 2\ \mathrm{s}$ et $t = 4\ \mathrm{s}$.



Nous réutilisons les calculs déjà effectués : $F = 6\ \mathrm{N}$ et $a_x = 2\ \mathrm{m/s^2}$

Évaluons la vitesse du bloc à l'aide des équations du MUA :

$$v_x(t) = v_{x0} + a_x t \qquad \Rightarrow \qquad v_x(t=2) = v_{x2} = (0) + (2)(2) = 4\ \mathrm{m/s}$$

$$\Rightarrow \qquad v_x(t=4) = v_{x4} = (0) + (2)(4) = 8\ \mathrm{m/s}$$

Évaluons la puissance instantanée :

$$P = F\ v\ \cos(\theta) \qquad \Rightarrow \qquad P_2 = F\ v_{x2}\ \cos(\theta) = (6)(4)\cos(0°) = 24\ \mathrm{W}$$

$$P_4 = F\ v_{x4}\ \cos(\theta) = (6)(8)\cos(0°) = 48\ \mathrm{W}$$

Remarque : Nous retrouvons la même puissance moyenne évaluée à la **situation 2** :

$$\bar{P} = \frac{P_2 + P_4}{2} = \frac{(24)+(48)}{2} = 36\ \mathrm{W}$$

Le Cheval-vapeur

Le cheval-vapeur (*horsepower*) est une unité de puissance inventée par l'ingénieur James Watt en 1782 durant son étude sur les performances des machines à vapeur. L'unité permet de comparer la puissance fournie par cheval tirant une charge et la puissance fournie et par une machine ayant une propulsion grâce à la vapeur tirant une même charge.

Locomotive à vapeur

Unité (cheval-vapeur) : $[P] = \text{hp}$

Correspondance : $1\ \text{hp} = 746\ \text{W}$ (système britannique)

$1\ \text{hp} = 736\ \text{W}$ (système métrique)

Le Kilowattheure

Le kilowattheure est une unité fréquemment utilisée dans la vente d'énergie électrique, comme chez Hydro-Québec. Il est important de réaliser que le kilowattheure n'est pas de la puissance, mais de la **puissance multipliée** par du **temps**, ce qui donne une unité d'énergie.

Compteur électrique

Unité (kilowattheure) : $[E] = \text{kWh}$

Correspondance : $$1\ \text{kWh} = 1\ \text{kWh} \times \frac{1000}{1\ \text{k}} \times \frac{\text{J/s}}{\text{W}} \times \frac{60\ \text{min}}{1\ \text{h}} \times \frac{60\ \text{s}}{1\ \text{min}} = 3{,}6 \times 10^{6}\ \text{J} = 3{,}6\ \text{MJ}$$

Le travail à partir de la puissance

À partir de la définition de la puissance, on peut faire l'aire sous la courbe du graphique de puissance en fonction du temps et évaluer le travail $W = \Delta E$ effectué sur un intervalle de temps Δt :

$$P = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{d}E = P\,\mathrm{d}t$$

$$\Rightarrow \quad \int_{E=E_i}^{E_f} \mathrm{d}E = \int_{t=t_i}^{t_f} P\,\mathrm{d}t$$

$$\Rightarrow \quad E_f - E_i = \int_{t=t_i}^{t_f} P\,\mathrm{d}t$$

$$\Rightarrow \quad W = \int_{t=t_i}^{t_f} P\,\mathrm{d}t$$