Chapitre 3.1a – Le travail et l'énergie cinétique

La 2e loi de Newton exploitée temporellement et spatialement

La **2e loi de Newton** est une loi ayant pour but de décrire **d'évolution de la vitesse**. On peut décrire cette évolution dans le **temps** ou dans **l'espace** :

Dans le temps	Dans l'espace
$F_x = ma_x$ $\Rightarrow \quad F_x = m\dfrac{\Delta v_x}{\Delta t}$ $\Rightarrow \quad \boxed{F_x \Delta t = m\Delta v_x}$	$F_x = ma_x$ $\Rightarrow \quad F_x = m\dfrac{\Delta v_x}{\Delta t}$ $\Rightarrow \quad F_x = m\dfrac{\Delta v_x}{\Delta t}\dfrac{\Delta x}{\Delta x}$ $\Rightarrow \quad F_x \Delta x = m\dfrac{\Delta x}{\Delta t}\Delta v_x$ $\Rightarrow \quad \boxed{F_x \Delta x = m\bar{v}_x \Delta v_x}$
Plus la force F_x est appliquée sur un grand intervalle de temps Δt, plus la variation de vitesse Δv_x sera prononcée.	La variation de la vitesse Δv_x dépend à la fois de l'ampleur du déplacement Δx, mais également de la vitesse moyenne $\bar{v}_x$ acquise avant l'application de la force F_x.

La résolution temporelle de la 2ième loi de Newton mènera au **théorème de la quantité de mouvement**, car l'application d'une <u>force durant un intervalle de temps</u> correspond à un **transfert de quantité de mouvement** $\vec{p}$ portant le nom **d'impulsion** $\vec{J}$:

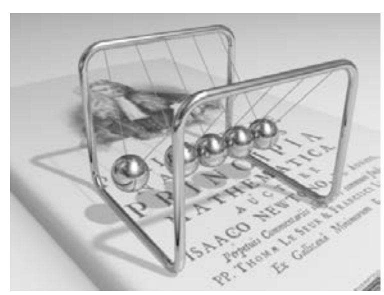
$$p_{x\,f} = p_{x\,i} + J_x \qquad \text{où} \qquad p_x = m v_x \qquad \text{et} \qquad J_x = F_x \Delta t \quad \text{(force constante)}$$

La résolution spatiale de la 2ième loi de Newton mènera au **théorème de l'énergie cinétique**, car l'application d'une <u>force sur une distance</u> correspond à un **transfert d'énergie cinétique** K portant le nom de **travail** W :

$$K_f = K_i + W \qquad \text{où} \qquad K = \frac{1}{2}mv^2 \qquad \text{et} \qquad W = F_x \Delta x \quad \text{(force constante)}$$

Le pendule de Newton est un très bon montage pour illustrer la pertinence de ces deux théorèmes :

- Le théorème de la quantité de mouvement permet d'expliquer le nombre de bille en mouvement après une collision entre les billes.
- Le théorème de l'énergie cinétique permet d'expliquer l'évolution de la vitesse des billes en fonction de leur hauteur.



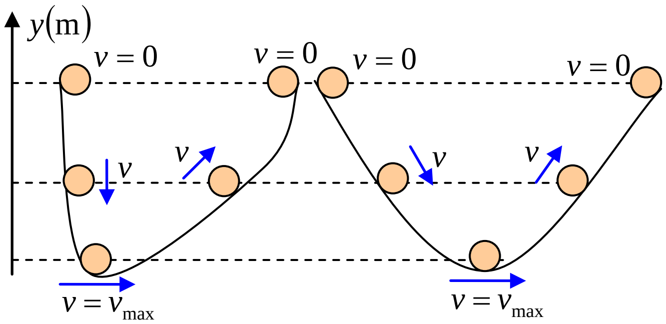
http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Newtons_cradle_animation_book.gif
Pendule de Newton

La conservation

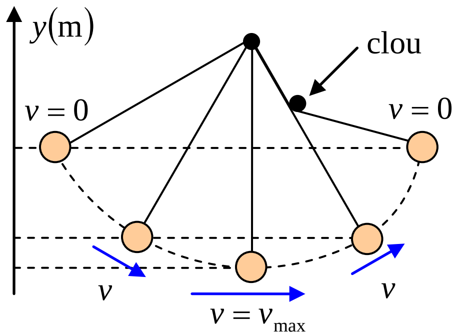
Galileo Galilei
(1564-1642)

À l'époque de la Renaissance, l'astronome et physicien italien Galileo Galilei (Galilée) réalise que certains mouvements en absence de frottement conservent certaines grandeurs physiques dans le temps (valeurs indépendantes du temps). Une bille qui descend une rampe avec une vitesse initiale nulle remonte toujours à la hauteur d'origine (situation 1). La hauteur maximale d'un pendule est conservée tout au long des oscillations (situation 2). Il constate également que la conservation de ces grandeurs physique ne dépend pas du chemin emprunté par l'objet en mouvement.

Situation 1 : Bille sur une rampe



Situation 2 : Pendule oscillant dans la gravité



Les deux situations précédentes proposent la conservation suivante indépendante du temps et indépendante du chemin emprunté par l'objet en mouvement :

« Conservation du module de la vitesse pour une hauteur donnée »

Malheureusement, Galilée ne fut pas en mesure de définir une grandeur physique constante indépendante du temps et du chemin valide pour l'ensemble des positions occupées par un objet en mouvement.

L'énergie

James Joule
(1784-1858)

L'énergie est introduite en 1845 par le physicien britannique James Prescott Joule et représente une grandeur physique constante en tout temps pour un système donné. Selon Joule, l'énergie est présente dans un système sous plusieurs formes et elle se transforme sans perte.

L'énergie permet de généraliser les observations de Galilée :

Une bille qui descend une rampe perd de « l'énergie de hauteur », mais gagne autant « d'énergie de mouvement ».
L'énergie totale du système est conservée.

L’énergie représente une « **action potentielle** » **visant** à **augmenter** le **module** de la **vitesse** d’un **objet**. Pour ce faire, l’énergie doit être **transformée** et **transférée** d’une source à une autre. L’énergie ne peut pas être créé ni être détruite, car elle ne fait que **changer de nature**. **L’énergie totale** d’un **système** est **<u>constante</u>** (conservée) en **tout temps**.

La pile est une source d’énergie chimique.

Notation mathématique : $Energie = E$

Unité SI (joule) : $[E] = \mathrm{J}$

<u>Exemple :</u> Transformation de l’énergie d’une pile AA dans une voiture téléguidée


Les appareils électriques transforment l’énergie électrique.

Une pile AA transforme son énergie chimique en énergie électrique. Cette énergie est alors transportée par le circuit électrique vers le moteur où celle-ci est transformée par le moteur de la voiture téléguidée en énergie mécanique permettant à la voiture d’augmenter le module de sa vitesse.

Les catégories d’énergies

On peut séparer les différentes sortes d’énergies en trois grandes catégories :

1) Énergie de mouvement

<u>Énergie cinétique :</u> Énergie associée à un objet en mouvement. Plus l’objet se rapidement, plus il y a d’énergie emmagasinée sous cette forme. Plus l’objet est plus il y a d’énergie emmagasinée sous cette forme

Ex : Voiture en mouvement

<u>Énergie thermique :</u> Énergie associée au mouvement désordonné des atomes et des molécules. Plus les éléments se déplacent rapidement, plus ils sont énergétiques. La **température** est une mesure de **l’énergie thermique moyenne** des atomes ou des molécules d’un système.

Ex : une montgolfière, eau chaude, etc.

2) Énergie potentielle

<u>Énergie potentielle gravitationnelle :</u> Énergie des liaisons gravitationnelles e masses. Lorsque les masses s’éloignent, l’énergie de liaison augmente et lors masses s’approchent, l’énergie de liaison diminue.

Ex : L’énergie gravitationnelle Terre-Lune

<u>Énergie potentielle d'un ressort :</u> Énergie emmagasinée dans la déformation du ress
Lorsque le ressort se fait comprimer/étirer, il acquiert de l'énergie. Lorsque le ressor
reprend sa forme naturelle, il perd de l'énergie.

Ex : Ressort dans un amortisseur

<u>Énergie électrochimique :</u> Énergie des liaisons électriques entre les atomes et les molécules. Lorsqu'il y a reconfiguration (réorganisation) des atomes ou des molécules, il y a dégagement d'énergie (exothermique) ou absorption d'énergie (endothermique).

Ex : combustion, explosion, réaction chimique, etc.

<u>Énergie nucléaire :</u> Énergie associée à la masse des atomes ($E = mc^2$). Lorsqu'il y a transformation d'un atome vers un atome plus massif, il y a absorption d'énergie. Lorsqu'il y a transformation d'un atome vers un atome moins massif, il y a dégagement d'énergie.

Ex : Combustion du Soleil ($4\text{H} \rightarrow \text{He} + \text{énergie}$: perte en masse de 0,702%)

3) Énergie de radiation

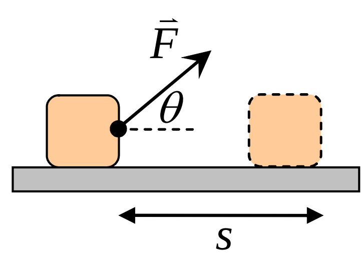
<u>Énergie électromagnétique :</u> Énergie associée aux photons (transporteur de l'énergie électromagnétique) présents dans le système. Cette énergie voyage dans le vide. Toute substance dont la température est supérieure à 0 K (-273 C) émet des radiations électromagnétiques. De plus, les réactions chimiques et les réactions nucléaires produisent également des radiations électromagnétiques.

Ex : corps humain (infrarouge), radiation du Soleil

Le travail

Le **travail** W est le processus de **transformation de l'énergie** causé par l'application d'une **force** F sur un objet effectuant un **déplacement** s. Seule la composante de la **force** qui est **parallèle** au déplacement ($F\cos\theta$) effectue un travail. La composant de la force perpendiculaire au déplacement ($F\sin\theta$) n'effectue pas de travail :

$$W = F\,s\,\cos(\theta) \quad \text{et} \quad W = \Delta E$$



où W : Le travail effectué par la force F (J)

ΔE : Variation d'énergie causée par le travail (J)

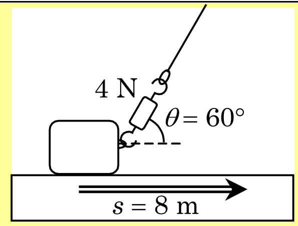
F : Module de la force qui effectue le travail (N)

s : Déplacement sur laquelle la force est appliquée (m)

θ : Angle entre l'orientation de la force et le déplacement

Unité (Joule) : $\text{J} = [W] = [F][s] = \text{N m} = \dfrac{\text{kg m}}{\text{s}^2}\text{m} = \text{kg m}^2/\text{s}^2$

Situation 2 : ***Le travail sur un bloc, prise 2.*** Béatrice tire sur le bloc de la **situation 1** avec une force de module $F = 4\ \text{N}$ faisant un angle $\theta = 60°$ avec l'horizontale. Entre l'instant initial et l'instant final, le bloc se déplace encore une fois de $s = 8\ \text{m}$. On désire déterminer le travail effectué par la force $\vec{F}$ sur le bloc.



Identifions nos variables :

$F = 4\ \text{N}$

$s = 8\ \text{m}$

$\theta = 60°$

Évaluons le travail de la force :

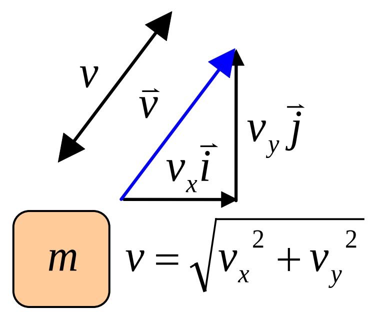
$$W = F\ s\ \cos(\theta) \quad \Rightarrow \quad W = (4)(8)\cos(60°)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{W = 16\ \text{J}}$$

Énergie cinétique

L'énergie cinétique est l'énergie associée à l'état de mouvement d'un objet. Elle dépend du module de la vitesse *v* de l'objet et de la masse *m* de l'objet :

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$



où K : Énergie cinétique de la masse en mouvement (J).
m : Masse de l'objet en mouvement (kg).
v : Module de la vitesse de l'objet (m/s).

Théorème de l'énergie cinétique

Le **théorème** de **l'énergie cinétique** nous permet d'affirmer que le **travail** est **l'agent** qui fait <u>**varier**</u> **l'énergie cinétique** dans **l'espace** :

$$K_f = K_i + W_{tot} \quad \text{tel que} \quad K = \frac{1}{2} m v^2$$

où K_f : Énergie cinétique finale de l'objet (J).
K_i : Énergie cinétique initiale de l'objet (J).
m : Masse de l'objet en mouvement (kg).
v : Module de la vitesse de l'objet (m/s).
W_{tot} : Travail total effectué sur l'objet par plusieurs forces (J).

Preuve : (une dimension, sans intégrale)

Considérons un objet de masse m qui subit une force résultante constante F_x et qu'il se déplace selon l'axe x avec un déplacement Δx. Évaluons l'évolution de la vitesse de l'objet en construisant à partir de la 2ième loi de Newton le théorème de l'énergie cinétique :

$F_x = ma_x \quad \Rightarrow \quad F_x = m\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}$ (Remplacer $a_x = \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}$)

$\Rightarrow \quad F_x = m\dfrac{\Delta v_x}{\Delta t}$ (Relaxer notation $\mathrm{d} \rightarrow \Delta$)

$\Rightarrow \quad F_x \Delta x = m\dfrac{\Delta v_x}{\Delta t}\Delta x$ (Multiplier par Δx)

$\Rightarrow \quad F_x \Delta x = m\dfrac{\Delta x}{\Delta t}\Delta v_x$ (Réécriture pour former $\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$)

$\Rightarrow \quad F_x \Delta x = m\bar{v}_x \Delta v_x$ (Remplacer $\bar{v}_x = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$)

$\Rightarrow \quad W = m\bar{v}_x \Delta v_x$ (Travail : $W = F_x \Delta x$)

$\Rightarrow \quad W = m\left(\dfrac{v_{xf} + v_{xi}}{2}\right)\left(v_{xf} - v_{xi}\right)$ ($\bar{v}_x = \dfrac{v_{xf} + v_{xi}}{2}$ et $\Delta v_x = v_{xf} - v_{xi}$)

$\Rightarrow \quad W = \dfrac{1}{2}m{v_{xf}}^2 - \dfrac{1}{2}m{v_{xi}}^2$ (Distribution)

$\Rightarrow \quad W = K_f - K_i$ (Énergie cinétique : $K = \dfrac{1}{2}m{v_x}^2$)

$\Rightarrow \quad K_f = K_i + W \quad \blacksquare$ (Isoler K_f)

Situation 3 : *La vitesse finale du bloc.* On désire utiliser le théorème de l'énergie cinétique pour calculer le module de la vitesse finale du bloc dans la **situation 2**.

Rappel : $m = 2\ \text{kg}$, $v_i = 0$ et $W = 16\ \text{J}$

Évaluons la vitesse finale à l'aide du travail appliquée sur le bloc :

$K_f = K_i + W \quad \Rightarrow \quad \left(\dfrac{1}{2}m{v_f}^2\right) = \left(\dfrac{1}{2}m{v_i}^2\right) + W$ (Remplacer $K = \dfrac{1}{2}m{v_x}^2$)

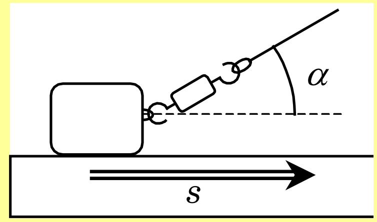
$\Rightarrow \quad \left(\dfrac{1}{2}(2){v_f}^2\right) = \left(\dfrac{1}{2}(2)(0)^2\right) + (16)$ (Remplacer valeurs numériques)

$\Rightarrow \quad {v_f}^2 = 16$ (Calcul)

$\Rightarrow \quad v_f = \pm 4$ (Isoler v_f)

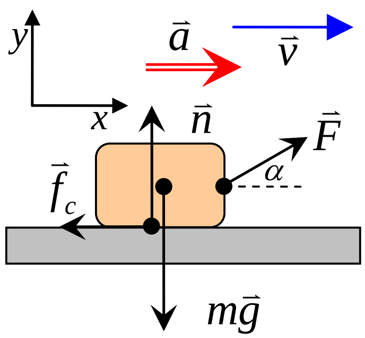
$\Rightarrow \quad \boxed{v_f = 4\ \text{m/s}}$ (Prendre module)

Situation 4 : *Albert fait du travail.* Albert traîne un bloc de ciment de 10 kg sur une surface horizontale en asphalte à l'aide d'une corde faisant un angle $\alpha = 30°$ avec l'horizontale. Il y a un coefficient de frottement cinétique μ_c = 0,8 entre le bloc et la surface. À l'instant initial, le bloc se déplace déjà à 2 m/s ; 5 m plus loin, le bloc se déplace à 3 m/s.

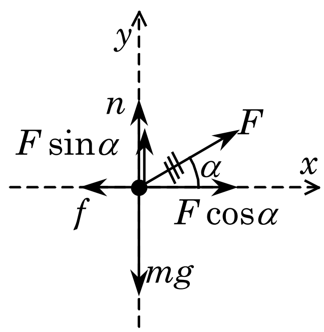


En analysant la situation à l'aide de du théorème de l'énergie cinétique, on désire déterminer ce qu'indique le dynamomètre placé entre la corde et le bloc. (On suppose que la corde exerce une force constante sur le bloc.)

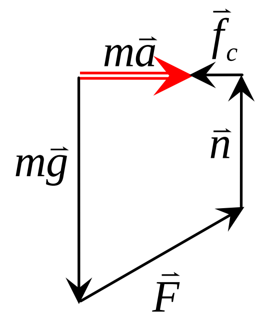
Voici le schéma des forces de la situation :



Décomposition des forces selon l'axe x et y :



Résolution de la 2[e] loi de Newton graphiquement :



$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

où $\vec{F} + \vec{f}_c + \vec{n} + m\vec{g} = m\vec{a}$

Développons notre 2[e] loi de Newton selon l'axe y afin l'expression de la normale n appliquée par le sol sur le bloc :

$$\sum F_y = ma_y \quad \Rightarrow \quad n + F\sin(\alpha) - mg = ma_y \qquad \left(\text{Remplacer } \sum F_y\right)$$

$$\Rightarrow \quad n + F\sin(\alpha) - mg = 0 \qquad (\text{Remplacer } a_y = 0)$$

$$\Rightarrow \quad n = mg - F\sin(\alpha) \qquad (\text{Isoler } n)$$

Avec l'expression de la force normale n, on peut évaluer la force de frottement cinétique pour ainsi évaluer l'expression du travail effectué par la force de frottement cinétique :

- Force f_c : $\quad f_c = \mu_c n \quad \Rightarrow \quad \boxed{f = \mu_c(mg - F\sin(\alpha))}$ $\quad$ (F toujours inconnue)
- Travail f_c : $\quad W_f = F\ s\ \cos\theta \quad \Rightarrow \quad W_f = (f)(5)\cos(180°)$

$$\Rightarrow \quad W_f = -5f$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{W_f = -5\mu_c(mg - F\sin(\alpha))} \qquad (F \text{ toujours inconnue})$$

Évaluons l'expression du travail effectué par la force de la corde :

- Travail F : $W_F = F\ s\ \cos\theta \quad \Rightarrow \quad W_F = (F)(5)\cos(30°)$

$$\Rightarrow \quad \boxed{W_F = 4{,}33F}$$

Évaluons l'énergie cinétique initiale K_i et l'énergie cinétique finale K_f :

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad K_i = \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}(10)(2)^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{K_i = 20\ \text{J}}$$

$$K_f = \frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}(10)(3)^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{K_f = 45\ \text{J}}$$

Utilisons le théorème de l'énergie cinétique afin d'évaluer la force F :

	$K_f = K_i + W_{tot}$	(Théorème de l'énergie cinétique)
$\Rightarrow$	$(45) = (20) + (W_f + W_F)$	(Remplacer les termes)
$\Rightarrow$	$25 = (-5(\mu_c(mg - F\sin(\alpha)))) + (4{,}33F)$	(Remplacer W_f et W_F)
$\Rightarrow$	$25 = -5\mu_c mg + 5\mu_c F\sin(\alpha) + 4{,}33F$	(Distribution de $-5\mu_c$)
$\Rightarrow$	$25 = -5(0{,}8)(10)(9{,}8) + 5(0{,}8)F\sin(30°) + 4{,}33F$	(Remplacer valeurs num.)
$\Rightarrow$	$25 = -392 + 2F + 4{,}33F$	(Calcul)
$\Rightarrow$	$417 = 6{,}33F$	(Simplification)
$\Rightarrow$	$\boxed{F = 65{,}9\ \text{N}}$	(Isoler F)

Le produit scalaire

Le **produit scalaire** entre deux vecteurs $\vec{A}$ et $\vec{B}$ se définit se la façon suivante :

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = \left\|\vec{A}\right\|\left\|\vec{B}\right\|\cos(\theta) = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

où $\vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k}$, $\vec{B} = B_x\vec{i} + B_y\vec{j} + B_z\vec{k}$ et θ est l'angle entre les deux vecteurs

Le travail et le produit scalaire

Nous pouvons donner la **définition vectorielle** suivante au **travail** dans le cas d'une **force constante** $\vec{F}$ selon un **déplacement rectiligne** $\vec{s}$:

$$W = \vec{F}\cdot\vec{s}$$

où W : Travail effectué par la force F (J)

$\vec{F}$: Force qui effectue le travail (N)

$\vec{s}$: Déplacement sur laquelle la force est appliquée (m)