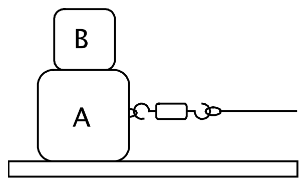
Chapitre 2.6 – La dynamique des systèmes

Système de masses

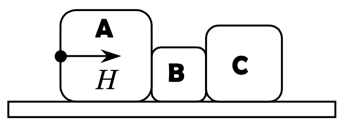
Un **système de masse**s est composé de **plusieurs objets** possédant une masse et qui sont **reliés** par des **forces entre eux**. La 3e loi de Newton prendra de l'importance dans ce type de problème, car **deux forces** dans une **paire action-réaction** agissent sur **deux objets distincts**.

Exemple :

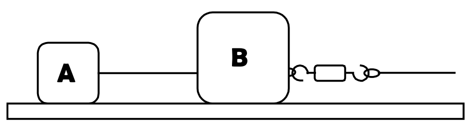
- Objets déposés l'un sur l'autre.



- Objets poussant l'un sur l'autre.



- Objets reliés par des cordes.



La technique pour résoudre des problèmes à l'aide du concept de force

Voici un algorithme de résolution de problème utilisant la 2e loi de Newton :

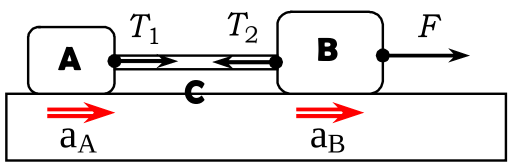
1) Identifier toutes les masses.
2) Identifier toutes les forces appliquées sur chaque masse.
3) Faire un diagramme des forces pour chaque masse avec un système d'axe *xy*.
4) Écrire la 2e loi de Newton ($\sum \vec{F} = m\vec{a}$) pour chaque masse du système.
5) Décomposer la 2e loi de Newton (force et accélération) dans le système d'axe *xy* tel que

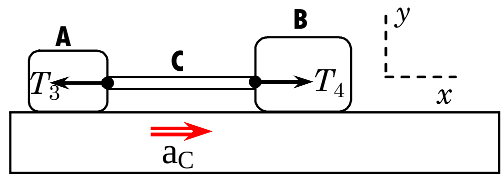
$$\sum F_x = ma_x \quad \text{et} \quad \sum F_y = ma_y \quad .$$

6) Résoudre le système d'équation.
7) Répondre à la question.

Situation 1 : *La tension dans une corde de masse négligeable*. Deux blocs **A** et **B** sont posés sur une surface sans frottement. Ils sont reliés ensemble par une mince corde dont la masse est négligeable par rapport à celle des blocs. Lorsqu'on tire sur le bloc **B**, on désire démontrer que la corde exerce des tensions de même module sur les deux blocs.

Voici le schéma des forces à 3 masses **A**, **B** et **C** où le frottement a été négligé :





F : Force qui fera accélérer le système, en particulier le bloc **B**.

T_1 : Force qui permet au bloc **A** d'être accéléré via la corde **C**.

T_2 : Force qui représente le fardeau du Bloc **B** à traîner le bloc **A** via la corde **C**.

T_3 : Action-réaction appliquée sur la corde **C** venant de T_1

T_4 : Action-réaction appliquée sur la corde **C** venant de T_2

Appliquons la 2[e] loi de Newton sur la corde (masse C) :

$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{T}_3 + \vec{T}_4 = m_C \vec{a}$ (Appliquer la 2[ième] loi de Newton à C)

$\Rightarrow \quad \boxed{-T_3 + T_4 = m_C a_x}$ (Décomposer en x)

Si l'on suppose que la masse de la corde est négligeable : $(m_C = 0)$

$-T_3 + T_4 = m_C a_x \quad \Rightarrow \quad -T_3 + T_4 = 0$

$\Rightarrow \quad \boxed{T_4 = T_3}$

<u>Puisque :</u> $T_1 = T_3$ et $T_2 = T_4$ par Action réaction

$$\boxed{T_1 = T_2}$$

La **tension appliquée** aux **deux extrémités** de la **corde** est de **même module <u>si</u>** la **masse** de la **corde** est **négligeable**. Cela s'applique uniquement lorsqu'il y a seulement deux forces en action sur la corde.

<u>Remarque :</u> S'il y a **trois forces et plus** d'appliquées sur la corde (ex : 3 objets touchent à la corde), la **tension** ne sera **pas uniforme** sur l'ensemble de la corde. La conclusion précédente ne peut donc pas être utilisée.

Situation 3 : ***Trois blocs et une poulie.*** Considérons la situation représentée sur le schéma ci-contre. Trois blocs de masse m_A, m_B et m_C sont reliés ensemble par des cordes ; une des cordes passe sur une poulie sans frottement. Les masses de la poulie et des cordes sont négligeables. Le plan incliné fait un angle θ par rapport à l'horizontale et il y a un coefficient de frottement μ_c entre les surfaces en contact. Sachant que les blocs **B** et **C** se déplacent vers le bas, on désire déterminer l'accélération des blocs.

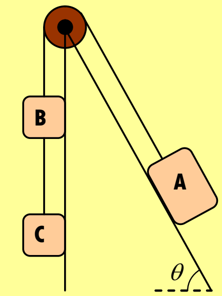
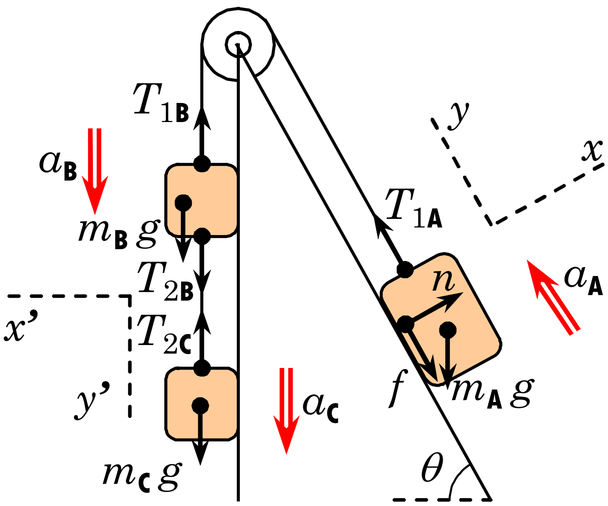
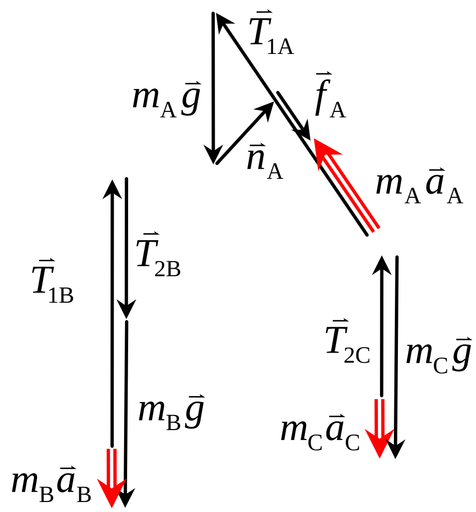


Schéma des forces :



Solution graphique : ($\sum \vec{F} = m\vec{a}$)



Voici la 2e loi de Newton appliquée sur nos trois blocs **A**, **B** et **C** :

<u>Pour **A** :</u> $\sum \vec{F} = m_A \vec{a}_A \quad \Rightarrow \quad \vec{T}_{1A} + m_A\vec{g} + \vec{n} + \vec{f}_c = m_A\vec{a}_A$

<u>Pour **B** :</u> $\sum \vec{F} = m_B \vec{a}_B \quad \Rightarrow \quad \vec{T}_{1B} + m_B\vec{g} + \vec{T}_{2B} = m_B\vec{a}_B$

<u>Pour **C** :</u> $\sum \vec{F} = m_C \vec{a}_C \quad \Rightarrow \quad \vec{T}_{2C} + m_C\vec{g} = m_C\vec{a}_C$

Selon nos systèmes d'axe ***xy*** et ***x'y'***, on peut décomposer les forces et accélérations afin d'obtenir les équations suivantes :

<u>Pour **A** :</u> $\sum F_x = n - m_A g\cos(\theta) = m_A a_{xA} \quad \Rightarrow \quad n - m_A g\cos(\theta) = 0$ **(1)**

$\sum F_y = T_{1A} - m_A g\sin(\theta) - f_c = m_A a_{yA} \quad \Rightarrow \quad T_{1A} - m_A g\sin(\theta) - f_c = m_A a_{yA}$ **(2)**

<u>Pour **B** :</u> $\sum F_{y'} = -T_{1B} + m_B g + T_{2B} = m_B a_{y'B} \quad \Rightarrow \quad -T_{1B} + m_B g + T_{2B} = m_B a_{y'B}$ **(3)**

<u>Pour **C** :</u> $\sum F_{y'} = -T_{2C} + m_C g = m_C a_{y'C} \quad \Rightarrow \quad -T_{2C} + m_C g = m_C a_{y'C}$ **(4)**

Avec la 3[e] loi de Newton et l'approximation de la corde de masse nulle, nous avons

$$T_{1A} = T_{1B} = T_1 \qquad \text{et} \qquad T_{2C} = T_{2B} = T_2 \quad .$$

Puisque nos blocs sont rattachés par des cordes, les modules des accélérations sont égaux. Ainsi, nous avons

$$|\vec{a}_A| = |\vec{a}_B| = |\vec{a}_C| = a \qquad \text{et qui correspond à} \qquad a_{yA} = a_{y'B} = a_{y'C} = a$$

Nous avons donc le système d'équations suivants :

$$n - m_A g \cos(\theta) = 0 \qquad \textbf{(1)} \quad \textbf{(support du bloc A par le plan incliné)}$$

$$T_1 - m_A g \sin(\theta) - f_c = m_A a \qquad \textbf{(2)} \quad \textbf{(mouvement vers le haut du bloc A)}$$

$$-T_1 + m_B g + T_2 = m_B a \qquad \textbf{(3)} \quad \textbf{(mouvement vers le bas du bloc B)}$$

$$-T_2 + m_C g = m_C a \qquad \textbf{(4)} \quad \textbf{(mouvement vers le bas du bloc C)}$$

À partir de **(1)**, on peut évaluer la normal n :

$$n - m_A g \cos(\theta) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{n = m_A g \cos(\theta)}$$

Nous pouvons développer l'expression du frottement cinétique à partir de la normale n :

$$f_c = \mu_c n \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{f_c = \mu_c m_A g \cos(\theta)}$$

En additionnant les équations **(2)**, **(3)** et **(4)**, nous pouvons obtenir une nouvelle équation qui nous permettra d'isoler a correspondant à l'accélération de chacun des blocs (accélération du système) :

$$\Rightarrow \quad \underbrace{[T_1 - m_A g \sin(\theta) - f_c]}_{(2)} + \underbrace{[-T_1 + m_B g + T_2]}_{(3)} + \underbrace{[-T_2 + m_C g]}_{(4)} = \underbrace{[m_A a]}_{(2)} + \underbrace{[m_B a]}_{(3)} + \underbrace{[m_C a]}_{(4)}$$

$$\Rightarrow \quad -m_A g \sin(\theta) - f_c + m_B g + m_C g = (m_A + m_B + m_C)a \qquad \text{(Factoriser } a\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad -m_A g \sin(\theta) - (\mu_c m_A g \cos(\theta)) + m_B g + m_C g = (m_A + m_B + m_C)a \qquad \text{(Remplacer } f_c\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad (-m_A \sin(\theta) - \mu_c m_A \cos(\theta) + m_B + m_C)g = (m_A + m_B + m_C)a \qquad \text{(Factoriser } g\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{-m_A \sin(\theta) - \mu_c m_A \cos(\theta) + m_B + m_C}{m_A + m_B + m_C} g \qquad \text{(Isoler } a\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{a = \frac{m_B + m_C - m_A(\sin(\theta) + \mu_c \cos(\theta))}{m_A + m_B + m_C} g} \qquad \text{(Factoriser } m_A\text{)}$$

Attention :

Cette équation n'est **valide** que pour une **accélération positive**. Si la combinaison des masses donne une accélération négative, l'équation ne sera pas bonne, car le **frottement ne sera pas appliqué** dans **la bonne direction**.

Situation 4 : ***Un bloc plaqué contre un autre.*** Considérons la situation représentée sur le schéma ci-contre. En poussant sur le bloc **A** avec une force horizontale *H* suffisante, on réussit à faire en sorte que le bloc **B** ne glisse pas vers le bas. On donne $m_A = 6\ \text{kg}$ et $m_B = 2\ \text{kg}$. Les blocs et la surface horizontale sont en bois : les coefficients de frottement sont $\mu_s = 0{,}5$ et $\mu_c = 0{,}3$. On désire calculer le module minimal *H* de la force requise

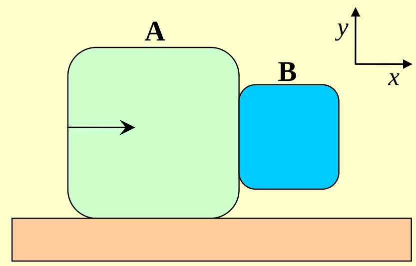
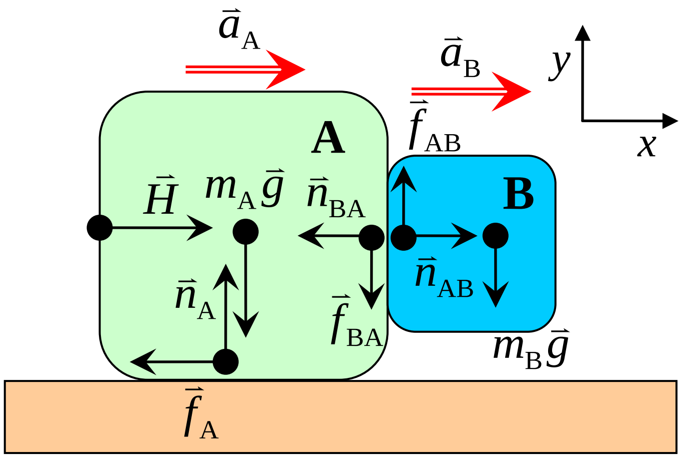
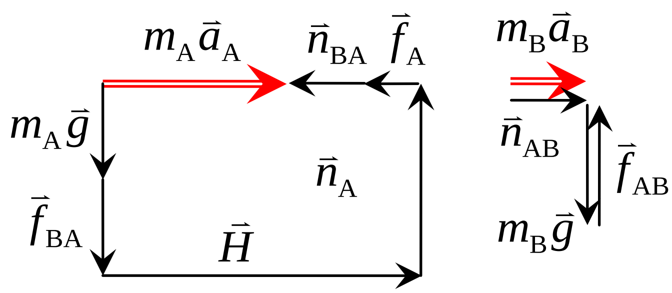


Schéma des forces :



Solution graphique : ($\sum \vec{F} = m\vec{a}$)



Voici la 2[e] loi de Newton appliquée au bloc **A** et **B** :

<u>Pour **A** :</u> $\sum \vec{F} = m_A \vec{a}_A \quad \Rightarrow \quad \vec{H} + m_A\vec{g} + \vec{n}_{BA} + \vec{f}_{BA} + \vec{n}_A + \vec{f}_A = m_A\vec{a}_A$

<u>Pour **B** :</u> $\sum \vec{F} = m_B \vec{a}_B \quad \Rightarrow \quad m_B\vec{g} + \vec{n}_{AB} + \vec{f}_{AB} = m_B\vec{a}_B$

Selon notre système d'axe ***xy***, on peut décomposer les forces et obtenir :

<u>Pour **A** :</u>

$$\sum F_x = H - n_{BA} - f_A = m_A a_{xA} \quad \Rightarrow \quad H - n_{BA} - f_A = m_A a_{xA} \qquad \textbf{(1)}$$

$$\sum F_y = -m_A g - f_{BA} + n_A = m_A a_{yA} = 0 \quad \Rightarrow \quad -m_A g - f_{BA} + n_A = 0 \qquad \textbf{(2)}$$

<u>Pour **B** :</u>

$$\sum F_x = n_{AB} = m_B a_{xB} \quad \Rightarrow \quad n_{AB} = m_B a_{xB} \qquad \textbf{(3)}$$

$$\sum F_y = -m_B g + f_{AB} = m_B a_{yB} = 0 \quad \Rightarrow \quad -m_B g + f_{AB} = 0 \qquad \textbf{(4)}$$

Avec la 3[e] loi de Newton, nous avons des paires d'action-réaction suivantes :

$$n_{AB} = n_{BA} \qquad\qquad f_{AB} = f_{BA}$$

Puisque nos deux blocs sont toujours en contact, ils accélèrent au même rythme :

$$a_{xA} = a_{xB} = a$$

Ceci nous donne le système d'équations suivants :

$$H - n_{AB} - f_A = m_A a \qquad \textbf{(1)} \qquad \textbf{(propulsion du bloc A selon l'axe } \boldsymbol{x}\textbf{)}$$

$$-m_A g - f_{AB} + n_A = 0 \qquad \textbf{(2)} \qquad \textbf{(support du bloc A par le sol)}$$

$$n_{AB} = m_B a \qquad \textbf{(3)} \qquad \textbf{(propulsion du bloc B selon l'axe x)}$$

$$-m_B g + f_{AB} = 0 \qquad \textbf{(4)} \qquad \textbf{(support du bloc B par le frottement statique)}$$

Puisqu'on désire évaluer *H*, utilisons **(1)** et remplaçons dans notre équation les termes connus :

$$H - n_{AB} - f_A = m_A a \quad \Rightarrow \quad H = m_A a + n_{AB} + f_A \qquad \text{(Isoler } H\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad H = m_A a + (m_B a) + f_A \qquad \text{(Remplacer } n_{AB} \text{ avec } \textbf{(3)}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad H = (m_A + m_B)a + f_A \qquad \text{(Factoriser } a\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad H = (m_A + m_B)a + (\mu_c n_A) \qquad \text{(Remplacer } f_A = \mu_c n_A\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad H = (m_A + m_B)a + \mu_c (m_A g + f_{AB}) \qquad \text{(Remplacer } n_A \text{ avec } \textbf{(2)}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad H = (m_A + m_B)a + \mu_c (m_A g + (m_B g)) \qquad \text{(Remplacer } f_{AB} \text{ avec } \textbf{(4)}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{H = (m_A + m_B)a + \mu_c g (m_A + m_B)} \qquad \text{(Factoriser } g\text{)}$$

Pour évaluer l'accélération *a*, nous pouvons utiliser les équations **(4)** et **(3)** :

$$-m_B g + f_{AB} = 0 \quad \Rightarrow \quad -m_B g + (\mu_s n_{AB}) = 0 \qquad \text{(Remplacer } f_1 = \mu_s n_1\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad -m_B g + \mu_s (m_B a) = 0 \qquad \text{(Remplacer } n_{AB} \text{ avec } \textbf{(3)}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{m_B g}{\mu_s m_B} \qquad \text{(Isoler } a\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{a = \frac{g}{\mu_s}} \qquad \text{(Simplifier } m_B\text{)}$$

Nous avons la solution générale suivante que l'on peut évaluer avec les deux expressions précédentes:

$$H = (m_A + m_B)a + \mu_c g (m_A + m_B) \quad \Rightarrow \quad H = (m_A + m_B)\frac{g}{\mu_s} + \mu_c g (m_A + m_B) \qquad \text{(Remplacer } a = g/\mu_s\text{)}$$

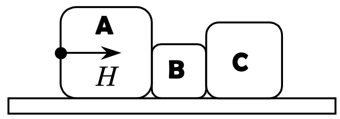
$$\Rightarrow \quad \boxed{H = (m_A + m_B) g \left(\frac{1}{\mu_s} + \mu_c \right)} \qquad \text{(Factoriser } (m_A + m_B) g\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad H = ((6) + (2))(9{,}8)\left(\left(\frac{1}{0{,}5} \right) + (0{,}3) \right) \qquad \text{(Remplacer valeurs num.)}$$

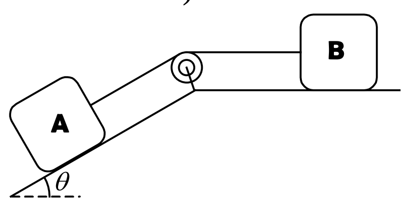
$$\Rightarrow \quad \boxed{H = 180{,}3 \ \text{N}} \qquad \text{(Calcul)}$$

Exercices

2.6.4 ***L'un pousse l'autre.*** Sur une surface sans frottement, trois blocs de masse $m_A = 0{,}4\ \text{kg}$, $m_B = 0{,}1\ \text{kg}$ et $m_C = 0{,}3\ \text{kg}$ sont posés l'un à côté de l'autre. Si on pousse sur le bloc A avec une force horizontale de 2,4 N (schéma-ci dessous), déterminez les modules de l'accélération des blocs et des forces normales que les blocs exercent les uns sur les autres.



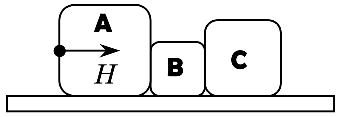
2.6.10 ***Frottement versus gravité, prise 2.*** Deux blocs de même masse sont reliés ensemble par une corde qui passe sur une poulie (schéma ci-dessous).



Le bloc **A** est soutenu par un plan incliné à $\theta = 30°$ par rapport à l'horizontale. Les coefficients de frottement sont les mêmes pour toutes les surfaces en présence. Les blocs sont initialement immobiles et on les lâche. (a) Pour quelle valeur minimale de μ_s les blocs demeurent-ils immobiles? (b) Que vaut le module de l'accélération des blocs si $\mu_s = 0{,}25$ et $\mu_c = 0{,}2$.

Solutions

2.6.4 ***L'un pousse l'autre.*** Sur une surface sans frottement, trois blocs de masse $m_A = 0{,}4\ \text{kg}$, $m_B = 0{,}1\ \text{kg}$ et $m_C = 0{,}3\ \text{kg}$ sont posés l'un à côté de l'autre. Si on pousse sur le bloc A avec une force horizontale de 2,4 N (schéma-ci dessous), déterminez les modules de l'accélération des blocs et des forces normales que les blocs exercent les uns sur les autres.



<u>Solution :</u>

Avec la 2e loi de Newton :

Pour A : $\vec{H} + m_A \vec{g} + \vec{n}_A + \vec{n}_{BA} = m_A \vec{a}_A$

Pour B : $m_B \vec{g} + \vec{n}_B + \vec{n}_{AB} + \vec{n}_{CB} = m_B \vec{a}_B$

Pour C : $m_C \vec{g} + \vec{n}_C + \vec{n}_{BC} = m_C \vec{a}_C$

Si l'on décompose nos forces dans le système d'axe ***xy*** :

Pour A : $\sum F_x = H - n_{BA} = m_A a_{xA} \quad \Rightarrow \quad H - n_{BA} = m_A a_{xA}$ **(1)**

Pour B : $\sum F_x = n_{AB} - n_{CB} = m_B a_{xB} \quad \Rightarrow \quad n_{AB} - n_{CB} = m_B a_{xB}$ **(2)**

Pour C : $\sum F_x = n_{BC} = m_C a_{xC} \quad \Rightarrow \quad n_{BC} = m_C a_{xC}$ **(3)**

P.S. Les équations en *y* ne sont pas utiles au problème, car il n'y a pas de frottement.

À l'aide de la 3e loi de Newton, nous avons les relations suivantes entre nos forces normales :

$$n_{AB} = n_{BA} \qquad \text{et} \qquad n_{BC} = n_{CB}$$

De plus, nous trois masses accélèrent dans la même direction avec le même module :

$$a_{xA} = a_{xB} = a_{xC} = a$$

Ceci nous donne le système d'équations suivantes :

$$H - n_{AB} = m_A a \qquad \textbf{(1)}$$

$$n_{AB} - n_{BC} = m_B a \qquad \textbf{(2)}$$

$$n_{BC} = m_C a \qquad \textbf{(3)}$$

Pour évaluer l'accélération, il suffit d'additionner les trois équations et isoler a :

$$\Rightarrow \quad \underbrace{[H - n_{AB}]}_{(1)} + \underbrace{[n_{AB} - n_{BC}]}_{(2)} + \underbrace{[n_{BC}]}_{(3)} = \underbrace{[m_A a]}_{(1)} + \underbrace{[m_B a]}_{(2)} + \underbrace{[m_C a]}_{(3)}$$ (Additionner **(1)**, **(2)** et **(3)**)

$$\Rightarrow \quad H = (m_A + m_B + m_C)a$$ (Factoriser a)

$$\Rightarrow \quad \boxed{a = \frac{H}{(m_A + m_B + m_C)}}$$ (Isoler a)

$$\Rightarrow \quad a = \frac{(2{,}4)}{(0{,}4 + 0{,}1 + 0{,}3)}$$

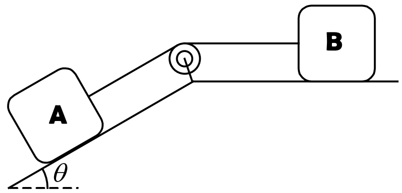
$$\Rightarrow \quad \boxed{a = 3\ \text{m/s}^2}$$

Avec l'accélération on peut évaluer les forces normales :

De **(1)** : $n_{AB} = H - m_A a = (2{,}4) - (0{,}4)(3) \quad \Rightarrow \quad \boxed{n_{AB} = 1{,}2\ \text{N}}$

De **(3)** : $n_{BC} = m_C a = (0{,}3)(3) \quad \Rightarrow \quad \boxed{n_{BC} = 0{,}9\ \text{N}}$

2.6.10 ***Frottement versus gravité, prise 2.*** Deux blocs de même masse sont reliés ensemble par une corde qui passe sur une poulie (schéma ci-dessous).



Le bloc **A** est soutenu par un plan incliné à $\theta = 30°$ par rapport à l'horizontale. Les coefficients de frottement sont les mêmes pour toutes les surfaces en présence. Les blocs sont initialement immobiles et on les lâche. (a) Pour quelle valeur minimale de μ_s les blocs demeurent-ils immobiles? (b) Que vaut le module de l'accélération des blocs si $\mu_s = 0{,}25$ et $\mu_c = 0{,}2$.

Solution :

Avec la 2e loi de Newton :

Pour A : $\sum \vec{F} = m_A \vec{g} + \vec{T}_A + \vec{f}_A + \vec{n}_A = m_A \vec{a}_A$ $\quad$ x → droite $\quad$ y → haut

Pour B : $\sum \vec{F} = m_B \vec{g} + \vec{T}_B + \vec{f}_B + \vec{n}_B = m_B \vec{a}_B$ $\quad$ A : $x'y'$ $\quad$ B : xy

Si l'on décompose nos forces dans le système d'axe ***xy*** et ***x'y'*** :

Pour A :

$$\sum F_{x'} = -m_A g \sin(\theta) + T_A + f_A = m_A a_{x'A} \quad \Rightarrow \quad -m_A g \sin(\theta) + T_A + f_A = m_A a_{x'A} \qquad \textbf{(1)}$$

$$\sum F_{y'} = -m_A g \cos(\theta) + n_A = m_A a_{y'A} = 0 \quad \Rightarrow \quad -m_A g \cos(\theta) + n_A = 0 \qquad \textbf{(2)}$$

Pour B :

$$\sum F_x = -T_B + f_B = m_B a_{xB} \quad \Rightarrow \quad -T_B + f_B = m_B a_{xB} \qquad \textbf{(3)}$$

$$\sum F_y = -m_B g + n_B = m_B a_{yB} = 0 \quad \Rightarrow \quad -m_B g + n_B = 0 \qquad \textbf{(4)}$$

Puisque la tension a la même valeur partout sur la corde et que nos deux objets possèdent la même masse :

$$T_A = T_B = T \qquad m_A = m_B = m$$

De plus, nos deux objets vont accélérer au même rythme :

$$a_{x'A} = a_{xB} = a$$

Nous avons ainsi les équations suivantes simplifiées :

$$-mg\sin(\theta)+T+f_A=ma \qquad \textbf{(1)}$$
$$-mg\cos(\theta)+n_A=0 \qquad \textbf{(2)}$$
$$-T+f_B=ma \qquad \textbf{(3)}$$
$$-mg+n_B=0 \qquad \textbf{(4)}$$

Évaluons de façon générale l'accélération en débutant avec l'équation **(1)** :

$$-mg\sin(\theta)+T+f_A=ma \qquad \text{(Équation } \textbf{(1)}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad (-mg\sin(\theta)+T+f_A)+(-T+f_B)=(ma)+(ma) \qquad \text{(Ajouter l'équation } \textbf{(3)}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad -mg\sin(\theta)+f_B+f_A=2ma \qquad \text{(Simplifier)}$$

$$\Rightarrow \quad a=\frac{-mg\sin(\theta)+f_B+f_A}{2m} \qquad \text{(Isoler } a\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad a=\frac{-mg\sin(\theta)+(\mu\ n_B)+(\mu\ n_A)}{2m} \qquad \text{(Remplacer } f=\mu\ n\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad a=\frac{-mg\sin(\theta)+\mu(n_B+n_A)}{2m} \qquad \text{(Factoriser } \mu\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad a=\frac{-mg\sin(\theta)+\mu((mg)+(mg\cos(\theta)))}{2m} \qquad \text{(Remplacer les normales avec } \textbf{(2)} \text{ et } \textbf{(4)}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad a=\frac{-g\sin(\theta)+\mu g(1+\cos(\theta))}{2} \qquad \text{(Simplifier } m\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{a=\frac{\mu(1+\cos(\theta))-\sin(\theta)}{2}g} \qquad \text{(Si } a<0\text{, donc ça bouge !)}$$

(a) La valeur minimal de $\mu=\mu_s$ pour que les deux blocs soient immobiles implique $a=0$:

$$0=\frac{\mu_s(1+\cos(\theta))-\sin(\theta)}{2}g \quad \Rightarrow \quad 0=\mu_s(1+\cos(\theta))-\sin(\theta)$$

$$\Rightarrow \quad \mu_s=\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} \quad \Rightarrow \quad \mu_s=\frac{\sin(30°)}{1+\cos(30°)}=0{,}268$$

(b) Le module de l'accélération peut s'évaluer s'il n'y a pas de friction statique ($\mu=\mu_c$) :

$$a=\frac{\mu_c(1+\cos(\theta))-\sin(\theta)}{2}g=\frac{(0{,}2)(1+\cos(30°))-\sin(30°)}{2}(9{,}8)=-0{,}621\ \text{m/s}^2$$

L'accélération possède un **module** de $0{,}621\ \text{m/s}^2$ et est **orientée** selon notre système d'axe vers la **gauche**.