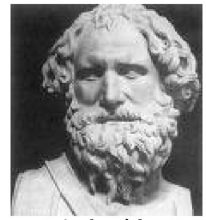
Chapitre 2.10 – Les forces exercées par les fluides

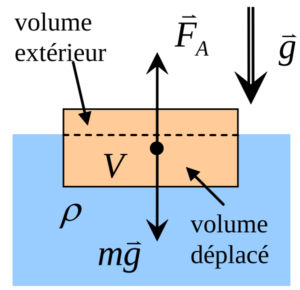
Force d'Archimède

Au 3^{ième} siècle avant J-C, le grec Archimède de Syracuse réalise que tout objet plongé dans un fluide (liquide ou gazeux) soumis à un champ gravitationnel subit une force dans le sens opposé au champ gravitationnel. Le module de la force d'Archimède dépend du volume V de fluide déplacé, de la masse volumique ρ du fluide et du champ gravitationnelle $\vec{g}$ où le fluide est situé :



Archimède
(287-212 av. J.C.)

$$\vec{F}_A = -\rho V \vec{g}$$



où $\vec{F}_A$: Force d'Archimède, orientée dans le sens contraire de $\vec{g}$ (N)

ρ : Masse volumique du fluide déplacé (kg/m^3)

V : Volume du fluide déplacé (volume de l'objet dans le fluide) (m^3)

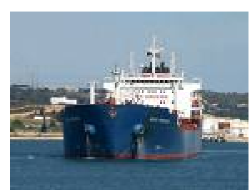
$\vec{g}$: Le champ gravitationnel où le fluide est situé (N/kg)

N.B. Lorsqu'un objet possède une **masse volumique inférieure** à la **masse volumique du fluide**, l'objet subit une **force d'Archimède <u>supérieure</u>** à la **force gravitationnelle** :

<u>Exemple :</u>

- Du cèdre (490 kg/m^3) flotte sur l'eau (998,2 kg/m^3). Une barre d'acier (7800 kg/m^3) tombe au fond d'un bassin d'eau (998,2 kg/m^3).

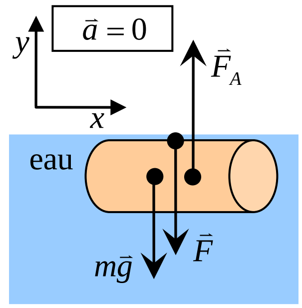
- Un bateau (même en acier) flotte, car il pousse une masse d'eau supérieure à la masse totale du bateau.



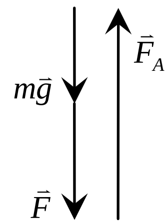
- Une montgolfière peut prendre de l'altitude, car le pilote contrôle la température de l'air à l'intérieur du ballon ce qui permet à l'air d'avoir une masse volumique inférieure à la masse volumique à l'extérieur du ballon.

Situation A : *Bouchon de liège.* Albert pousse verticalement sur le dessus d'un bouchon de liège ($\rho_{\text{liège}} = 240\ \text{kg/m}^3$) de forme cylindrique (1 cm de rayon et 4 cm de hauteur) flottant sur l'eau ($\rho_{\text{eau}} = 1000\ \text{kg/m}^3$). On désire déterminer la force qu'Albert doit appliquer sur le bouchon afin que celui-ci soit en équilibre et complètement dans l'eau.

Voici le schéma des forces de la situation :



Résolution de la 2e loi de Newton graphiquement :



$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{où} \quad \vec{F} + m\vec{g} + \vec{F}_A = 0$$

Évaluons le volume du bouchon à partir du volume d'un cylindre :

$V = \pi R^2 h \quad \Rightarrow \quad V = \pi (0{,}01)^2 (0{,}04)$ (Remplacer valeurs num.)

$\Rightarrow \quad \boxed{V = 1{,}257 \times 10^{-5}\ \text{m}^3}$ (Évaluer le volume)

Évaluons la masse totale du bouchon :

$m = \rho_{\text{liege}} V \quad \Rightarrow \quad m = (240)(1{,}257 \times 10^{-5})$ (Remplacer valeurs num.)

$\Rightarrow \quad \boxed{m = 3{,}017 \times 10^{-3}\ \text{kg}}$ (Évaluer la masse)

Évaluons la force appliquée par Albert lorsque le bouchon est en équilibre sous la surface de l'eau à partir de la 2ième loi de Newton selon l'axe y :

$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad F_A - mg - F = 0$ (Remplacer $\sum F_y$)

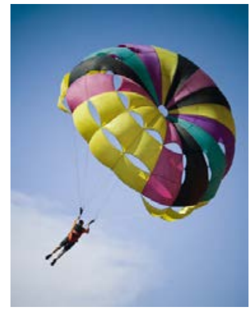
$\Rightarrow \quad F = F_A - mg$ (Isoler F)

$\Rightarrow \quad F = \rho_{eau} V g - mg$ (Remplacer $F_A = \rho_{eau} V g$)

$\Rightarrow \quad F = (1000)(1{,}257 \times 10^{-5})(9{,}8) - (3{,}017 \times 10^{-3})(9{,}8)$ (Remplacer valeurs num.)

$\Rightarrow \quad \boxed{F = 9{,}362 \times 10^{-2}\ \text{N}}$ (Évaluer F)

Frottement de viscosité



Lorsqu'un objet se déplace dans un fluide visqueux, le fluide applique une force de résistance sur l'objet[1] dans le sens contraire de la vitesse de l'objet en raison de sa difficulté à contourner l'objet. Cette force très difficile à évaluer théoriquement est causée par le frottement du fluide contre la paroi de l'objet et par le vide partiel créé derrière l'objet. Les paramètres à considérer sont les suivants :

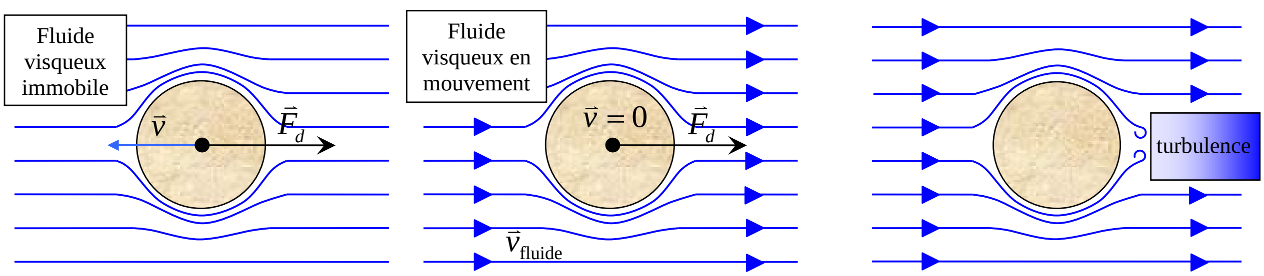
- La vitesse v de l'objet.
- La forme de l'objet
- La section de surface A face à l'écoulement du fluide.
- La texture des parois de l'objet.
- La viscosité η du fluide.
- La masse volumique ρ du fluide.
- Zone de turbulence (écoulement chaotique du fluide) derrière l'objet.

Frottement de viscosité à faible vitesse[2] :
(écoulement du fluide laminaire)

$$\vec{F}_d = -b\vec{v}$$

Frottement de viscosité :
(écoulement du fluide turbulent)

$$\vec{F}_d = -\frac{1}{2}C_d \rho A v^2 \hat{v}$$



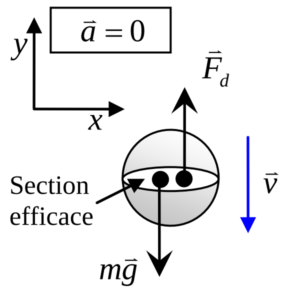
où $\vec{F}_d$: Frottement de viscosité appliquée par le fluide (N)
$\vec{v}$: Vitesse de l'objet subissant la résistance (m/s)
$\hat{v}$: Vecteur orientation de la vitesse
b : Constante de résistance (incluant la viscosité et la forme de l'objet) (kg/s)
C_d : Coefficient de résistance (sans unité)
ρ : Masse volumique du fluide (kg/m^3)
A : Section efficace de surface perpendiculaire à l'écoulement du fluide (m^2)

P.S. Dans la représentation précédente, nous pouvons concevoir l'objet immobile et le fluide en mouvement. Le **fluide** se déplace à **grande vitesse** lorsque les **lignes de vitesse** sont **rapprochées** les une des autres.

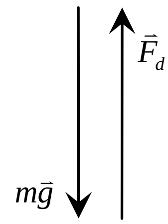
[1] Ce frottement porte le nom de « drag » en anglais.
[2] Ce type de frottement porte également le nom de loi de Stokes.

Situation B : ***La vitesse limite*.** Une bille d'acier de 5 cm de rayon et de 4,2 kg est lancée depuis un avion à très haute altitude. La masse volumique de l'air au niveau du sol est de 1,19 kg/m^3 et le coefficient de résistance de la bille lorsqu'elle atteint sa vitesse maximale est de 0,1. On désire évaluer la vitesse limite atteinte par la bille d'acier avant qu'elle touche le sol. (On néglige la force d'Archimède et la déformation de la bille.)

Voici le schéma des forces de la situation :



Résolution de la 2^e loi de Newton graphiquement :



$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{où} \quad m\vec{g} + \vec{F}_d = 0$$

Évaluons la section efficace de la bille qui représente un disque :

$A = \pi R^2 \quad \Rightarrow \quad A = \pi (0{,}05)^2$ (Remplacer valeurs num.)

$\Rightarrow \quad \boxed{A = 7{,}854 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}^2}$ (Évaluer A)

À partir de la 2$^{\text{ième}}$ loi de Newton selon l'axe y, évaluons la vitesse limite :

$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad F_d - mg = 0$ (Remplacer $\sum F_y$)

$\Rightarrow \quad \dfrac{1}{2} C_d \rho A v^2 - mg = 0$ (Remplacer $F_d = \dfrac{1}{2} C_d \rho A v^2$)

$\Rightarrow \quad \boxed{v = \sqrt{\dfrac{2mg}{C_d \rho A}}}$ (Isoler v)

$\Rightarrow \quad v = \sqrt{\dfrac{2(4{,}2)(9{,}8)}{(0{,}1)(1{,}19)(7{,}854 \times 10^{-3})}}$ (Remplacer valeurs num.)

$\Rightarrow \quad \boxed{v = 296{,}8\ \text{m/s}}$ (Évaluer v)

La bille n'atteint pas la vitesse du son qui est de 340 m/s.