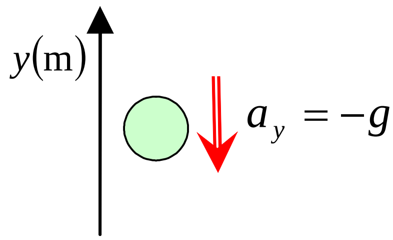
Chapitre 1.7 – Le MUA en une dimension sous l’effet de la gravité

Accélération gravitationnelle

À la surface d’une planète, un objet est accéléré vers le centre de la planète (vers le bas) avec une accélération constante. Le module de l’accélération dépend du rayon et de la masse de la planète[1]. On utilise la lettre « *g* » pour désigner cette accélération verticale :

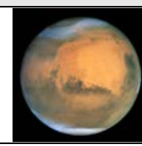
$$a_y = -g$$

(axe *y* positif vers le haut)



où a_y : Accélération verticale dont l’axe *y* est positif vers le haut (m/s²)

g : Accélération gravitationnelle (m/s²)

Terre ($g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$)	Lune ($g = 1{,}6\ \text{m/s}^2$)	Mars ($g = 3{,}69\ \text{m/s}^2$)	Jupiter ($g = 24{,}8\ \text{m/s}^2$)
			

L’accélération en g

L’accélération peut des fois être exprimée en fonction du *g* terrestre ($g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$). Ainsi, on peut comparer l’accélération d’un objet (pas nécessairement verticale) avec l’accélération gravitationnelle sur la Terre.

Exemple :

1) Ascension avec une accélération de 4*g* (39,2 m/s²) dans « l’Orbite » de *La Ronde*.

2) L’accélération gravitationnelle à la surface de Jupiter est de 2,53*g*.

La chute libre

La **chute libre** est définie comme étant une chute sous **l’influence** unique de la **gravité**. L’étude de la chute libre **néglige** alors toutes autres influences dont la **résistance de l’air**.

Bien que l’on utilise l’expression « chute libre » dans un saut en parachute, ceci représente un abus de langage dans le cadre de ce cours, car la résistance de l’air n’est pas négligeable même lorsque le parachute n’est pas déployé.

[1] Des informations plus précises seront présentées dans le chapitre 2.2

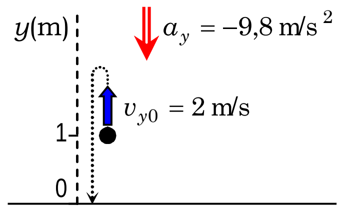
Situation 1 : *Une balle en chute libre.* Un enfant lance une balle verticalement vers le haut : lorsqu'elle quitte sa main, elle est à 1 m au-dessus du sol et elle se déplace à 2 m/s. La résistance de l'air est négligeable. On désire déterminer **(a)** le temps de vol de la balle, c'est-à-dire le temps écoulé entre le moment où elle quitte la main et le moment ou elle touche le sol; **(b)** sa hauteur maximale par rapport au sol; **(c)** sa vitesse lorsqu'elle touche le sol.

Voici les données de base de la situation selon notre système d'axe :

$y_0 = 1 \text{ m}$ $\qquad y = 0$

$v_{y0} = 2 \text{ m/s}$ $\qquad v_y = ?$

$a_y = -9{,}8 \text{ m/s}^2$ $\qquad t = ?$



Évaluons le temps de vol à partir de l'équation de position du MUA :

$y = y_0 + v_{y0} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \quad \Rightarrow \quad (0) = (1) + (2)t + \frac{1}{2}(-9{,}8)t^2$ (Remplacer valeurs num.)

$\Rightarrow \quad -4{,}9t^2 + 2t + 1 = 0$ (Réécriture)

Évaluons la solution au polynôme du 2e degré ($ax^2 + bx + c = 0$) :

$t = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \Rightarrow \quad t = \dfrac{-(2) \pm \sqrt{(2)^2 - 4(-4{,}9)(1)}}{2(-4{,}9)}$ (Remplacer a, b et c)

$\Rightarrow \quad t = \dfrac{2 \pm \sqrt{23{,}6}}{9{,}8}$ (Simplification)

$\Rightarrow \quad t = \{-0{,}29 \ , \ 0{,}70\}$ (Deux solutions)

$\Rightarrow \quad \boxed{t = 0{,}70 \text{ s}}$ **(a)** (Choisir la solution positive)

Évaluons la hauteur maximale avec le critère $v_y = 0$:

$v_y{}^2 = v_{y0}{}^2 + 2a_y(y - y_0) \quad \Rightarrow \quad (0)^2 = (2)^2 + 2(-9{,}8)(y - (1))$ (Remplacer valeurs num.)

$\Rightarrow \quad 0 = 23{,}6 - 19{,}6y$ (Calcul)

$\Rightarrow \quad \boxed{y = 1{,}2 \text{ m}}$ **(b)** (Isoler y)

Évaluons la vitesse lorsque la balle touche le sol :

$v_y = v_{y0} + a_y t \quad \Rightarrow \quad v_y = (2) + (-9{,}8)(0{,}70)$ (Remplacer valeurs num.)

$\Rightarrow \quad \boxed{v_y = -4{,}86 \text{ m/s}}$ **(c)** (Calcul)

Exercice

1.7.6 ***Deux fois plus vite.*** On lance une balle verticalement vers le bas; 0,5 s plus tard, elle touche le sol en allant 2 fois plus vite qu'au moment où on l'a lancée. De quelle hauteur la balle a-t-elle été lancée ?

Solution

1.7.6 ***Deux fois plus vite.***

Voici les données de base :

$$y_0 = H \qquad v_{y0} = -v_0 \qquad a_y = -9{,}8 \text{ m/s}^2$$

$$y = 0 \qquad v_y = -2v_0 \qquad t = 0{,}5 \text{ s}$$

Évaluons la vitesse initiale à l'aide de l'équation de la vitesse du MUA :

$$v_y = v_{y0} + a_y t \quad \Rightarrow \quad (-2v_0) = (-v_0) + (-9{,}8)(0{,}5)$$

$$\Rightarrow \quad -v_0 = -4{,}9$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{v_0 = 4{,}9 \text{ m/s}}$$

Évaluons la hauteur de chute à l'aide d'une autre équation du MUA :

$$v_y^{\,2} = v_{y0}^{\,2} + 2a_y(y - y_0) \quad \Rightarrow \quad (-2v_0)^2 = (-v_0)^2 + 2(-9{,}8)((0)-(H))$$

$$\Rightarrow \quad 4v_0^{\,2} = v_0^{\,2} + 19{,}6H$$

$$\Rightarrow \quad 3v_0^{\,2} = 19{,}6H$$

$$\Rightarrow \quad H = \frac{3v_0^{\,2}}{19{,}6}$$

$$\Rightarrow \quad H = \frac{3(4{,}9)^2}{19{,}6}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{H = 3{,}68 \text{ m}}$$