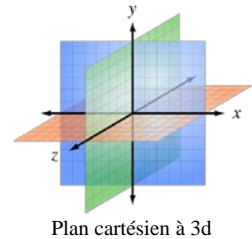


Chapitre 1.4 – Vitesses relatives en une dimension

Référentiel

En physique, un **référentiel** est un **système de coordonnées** relié à un observateur permettant à celui-ci d'effectuer des **mesures** de position, de vitesse et d'accélération dans le temps. Ainsi, le référentiel précise le contexte d'une mesure et par rapport à qui (ou à quoi) la mesure a été effectuée.



Ex : Albert est à 5 m d'un arbre. (Référentiel : l'arbre)

Albert marche dans un train à 0,2 m/s. (Référentiel : train)

Albert court à une vitesse de 6 km/h par rapport au sol. (Référentiel : sol)

Notation avec plusieurs référentiels

Afin de préciser par rapport à quel référentiel une mesure a été prise, nous devons utiliser un système à deux indices afin de préciser quel objet a été mesuré et par rapport à quel référentiel la mesure a été prise :

$$x_{AB} \equiv x_{A \text{ par rapport à } B} \quad \text{et} \quad v_{xAB} \equiv v_{x A \text{ par rapport à } B}$$

où A : Indice de l'objet qui subit la mesure.

B : Indice du référentiel qui effectue la mesure.

x : Variable associée à la mesure (position selon l'axe x).

v_x : Variable associée à la mesure (vitesse selon l'axe x).

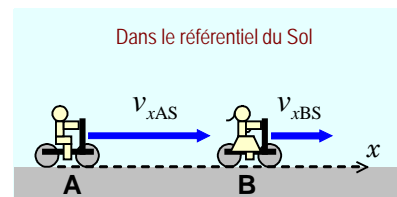
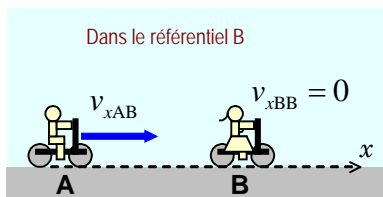
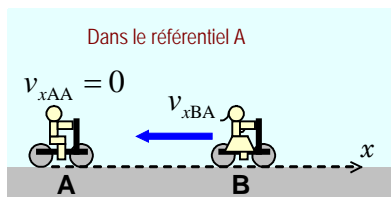
Symétrie des vitesses relatives

La vitesse est une mesure symétrique par rapport à deux référentiels A et B. Si un objet A bouge à vitesse v_{xAB} par rapport à un objet B, alors on peut affirmer que l'objet B bouge à vitesse v_{xBA} par rapport à l'objet A. Les deux objets sont en accord sur le fait qu'il y a un mouvement relatif entre eux. Mathématiquement, ces deux vitesses sont reliées par l'équation suivantes :

$$v_{xAB} = -v_{xBA}$$

où v_{xAB} : Vitesse selon l'axe x de A par rapport à B (m/s)

v_{xBA} : Vitesse selon l'axe x de B par rapport à A (m/s)



Situation A : La balade dans le train. À $t = 0$, Albert est situé dans un train vis-à-vis Béatrice qui est située à l'extérieur du train. Sachant qu'Albert marche à 1 m/s dans le train vers la droite (par rapport au train) et que le train se déplace à 5 m/s vers la droite par rapport à Béatrice, on désire évaluer le déplacement d'Albert après 5 s **(a)** par rapport au train et **(b)** par rapport à Béatrice puis évaluer **(c)** la vitesse d'Albert par rapport à Béatrice durant ce déplacement.

Prenons le système d'indice suivant :

A : Albert B : Béatrice T : Train

Nous avons les information suivante : (positif vers la droite)

$$v_{xAT} = 1 \text{ m/s} \quad \text{et} \quad v_{xTB} = 5 \text{ m/s}$$

Nous pouvons évaluer le déplacement d'Albert par rapport au train grâce à la définition de la vitesse ($v_x = \Delta x / \Delta t$), car nous avons toutes les mesures par rapport à ce référentiel :

$$\begin{aligned} v_{xAT} = \Delta x_{AT} / \Delta t &\Rightarrow \Delta x_{AT} = v_{xAT} \Delta t && \text{(Isoler } \Delta x_{AT} \text{)} \\ &\Rightarrow \Delta x_{AT} = (1)(5) && \text{(Remplacer valeurs num.)} \\ &\Rightarrow \boxed{\Delta x_{AT} = 5 \text{ m}} && \text{(a) (Calcul)} \end{aligned}$$

Nous pouvons évaluer le déplacement d'Albert par rapport à Béatrice grâce à la définition de la vitesse, car nous avons la vitesse du train par rapport à Béatrice (v_{xTB}) et nous avons déjà calculé le déplacement d'Albert dans le train (Δx_{AT}) :

$$\begin{aligned} \Delta x_{AB} = \Delta x_{AT} + \Delta x_{TB} &\Rightarrow \Delta x_{AB} = \Delta x_{AT} + (v_{xTB} \Delta t) && \text{(Remplacer } \Delta x_{TB} = v_{xTB} \Delta t \text{)} \\ &\Rightarrow \Delta x_{AB} = (5) + (5)(5) && \text{(Remplacer valeurs num.)} \\ &\Rightarrow \boxed{\Delta x_{AB} = 30 \text{ m}} && \text{(b) (Calcul)} \end{aligned}$$

Évaluons la vitesse d'Albert par rapport à Béatrice sachant que celui-ci s'est déplacé de $\Delta x_{AB} = 30 \text{ m}$ par rapport elle :

$$\begin{aligned} v_{xAB} = \frac{\Delta x_{AB}}{\Delta t} &\Rightarrow v_{xAB} = \frac{(30)}{(5)} && \text{(Remplacer valeurs num.)} \\ &\Rightarrow \boxed{v_{xAB} = 6 \text{ m/s}} && \text{(c) (Calcul)} \end{aligned}$$

Nous remarquons que la vitesse d'Albert par rapport à Béatrice (v_{xAB}) est égale à la vitesse d'Albert par rapport au Train (v_{xAT}) plus la vitesse du Train par rapport à Béatrice (v_{xTB}) :

$$\begin{aligned} v_{xAB} = v_{xAT} + v_{xTB} &\Rightarrow (6) = (1) + (5) \\ &\Rightarrow 6 = 6 \end{aligned}$$

Addition des vitesses relatives en une dimension

Pour exprimer une vitesse d'un objet par rapport à un autre référentiel, il suffit d'effectuer l'addition des vitesses relatives suivantes :

$$v_{xAR} = v_{xAB} + v_{xBR}$$

où v_{xAR} : Vitesse selon l'axe x de A par rapport à R (m/s)

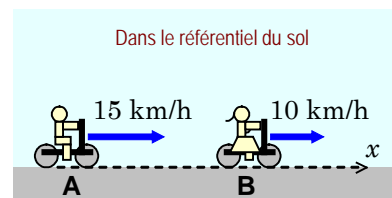
v_{xAB} : Vitesse selon l'axe x de A par rapport à B (m/s)

v_{xBR} : Vitesse selon l'axe x de B par rapport à R (m/s)

Situation 2 : La symétrie des vitesses relatives. Lors d'une randonnée à bicyclette, Albert a pris un peu de retard et tente de rattraper Béatrice. Albert roule à 15 km/h et Béatrice roule à 10 km/h. On désire déterminer (a) la vitesse d'Albert par rapport à Béatrice et (b) la vitesse de Béatrice par rapport à Albert. On suppose de la route est rectiligne et que les cycliste se déplacent dans le sens positif de l'axe x .

Dans le référentiel du sol, nous avons :

- $v_{xAS} = 15$ km/h
- $v_{xBS} = 10$ km/h

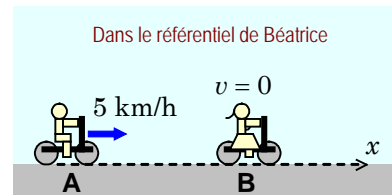


Dans le référentiel de Béatrice, nous avons :

- $v_{xAS} = 15$ km/h
- $v_{xSB} = -v_{xBS} = -10$ km/h

Ce qui donne :

$$\begin{aligned} v_{xAB} = v_{xAS} + v_{xSB} &\Rightarrow v_{xAB} = (15) + (-10) \\ &\Rightarrow v_{xAB} = 5 \text{ km/h (a)} \end{aligned}$$



Dans le référentiel d'Albert, nous avons :

- $v_{xBA} = -v_{xAB} = -5$ km/h (b)

