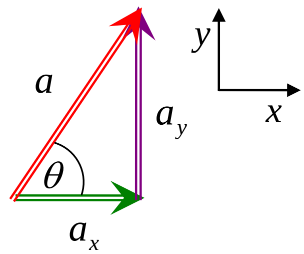
# Chapitre 1.12b – L'accélération centripète et tangentielle

## L'accélération centripète et tangentielle

Une accélération peut toujours être décomposée en deux orientations perpendiculaires :

<u>Décomposition en *x* et *y* :</u>

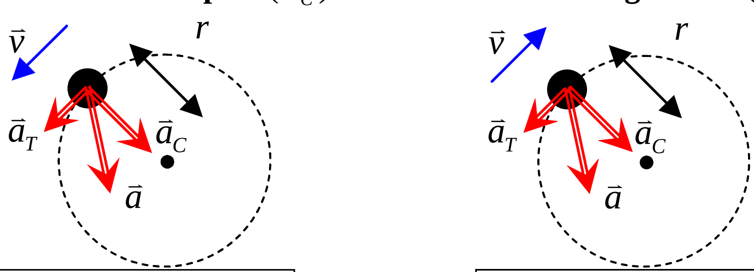
$$a_x = a\cos(\theta)$$
$$a_y = a\sin(\theta)$$




<u>Module de l'accélération :</u>

$$a = \sqrt{a_x^{\,2} + a_y^{\,2}}$$

Cependant, lorsqu'on sait que l'accélération produit une **trajectoire circulaire**, on peut décomposer l'accélération en **accélération centripète** ($\vec{a}_C$) et en **accélération tangentielle** ($\vec{a}_T$) :




**Vitesse** sur la trajectoire circulaire **augmente**

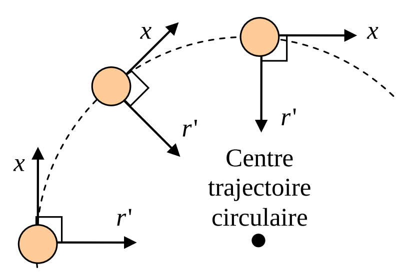
**Vitesse** sur la trajectoire circulaire **diminue**

<u>Il faut remarquer que :</u>

- Accélération centripète $a_C = v^2 / r$ permet d'obtenir la trajectoire circulaire.
- Accélération tangentielle permet de modifier le module de la vitesse $v$ sur la trajectoire circulaire.
- Le module de l'accélération totale $a$ est : $a = \sqrt{a_T^{\,2} + a_C^{\,2}}$

## Système d'axe d'une translation sur une trajectoire circulaire

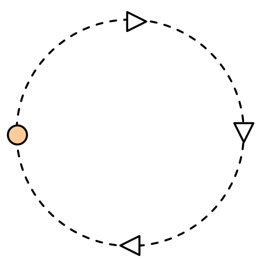
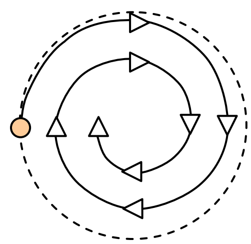
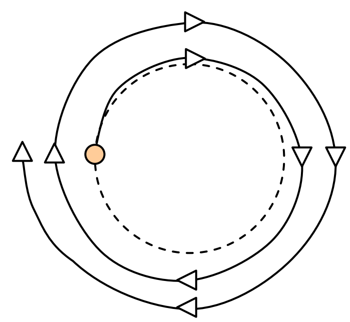
Lorsqu'un objet se déplace le long d'une trajectoire circulaire, il est préférable de décomposer le mouvement selon un axe radial $r'$ et selon un axe tangentiel $x$ qui se déplace avec l'objet tel qu'illustré sur le schéma ci-contre.



# Type de trajectoire avec accélération radiale

Lorsque l'accélération radiale[1] $a_{r'}$ est égale à l'accélération centripète $a_C$, l'objet effectue une trajectoire circulaire parfaite. Cependant, si l'accélération radiale $a_{r'}$ n'est pas égale à l'accélération centripète $a_C$, la trajectoire circulaire subira une variation de rayon *r*.

Voici les trois types de trajectoire circulaire que l'on peut observer lorsqu'il y a une accélération radiale $a_{r'}$ : (on suppose que la vitesse tangentielle est constante)

| Trajectoire circulaire parfaite | Trajectoire circulaire fermée | Trajectoire circulaire ouverte |
|---|---|---|
| $a_{r'} = a_C = v^2 / r$ | $a_{r'} > a_C$ | $a_{r'} < a_C$ |
|  |  |  |

Lorsqu'il y a une accélération tangentielle $a_x$, le module de la vitesse le long de la trajectoire circulaire ne sera pas constante. Si un objet veut préserver sa trajectoire circulaire à rayon constant, l'accélération radiale $a_{r'}$ doit perpétuellement changer de valeur pour s'adapter aux nouvelles valeurs de l'accélération centripète $a_C$ étant égale à $v^2 / r$.

**Situation A : *Dérapage ou pas*?** Une voiture prend un virage sur une portion de route circulaire d'un rayon de 100 m à une vitesse de 20 m/s (72 km/h). Sachant que le frottement de la route sur les pneus peut produire sur la voiture au maximum une accélération radiale $a_{r'\,\max} = 3{,}6\ \text{m/s}^2$, on désire déterminer si la voiture effectue un dérapage dans le virage.

Pour demeurer sur la trajectoire circulaire, la voiture doit subir une accélération centripète égale à l'expression suivante :

$$a_C = v^2 / r \quad \Rightarrow \quad a_C = (20)^2 / (100) \quad \Rightarrow \quad \boxed{a_C = 4\ \text{m/s}^2}$$

Puisque le frottement peut s'adapter jusqu'à produire une accélération maximale radiale $a_{r'\,\max} = 3{,}6\ \text{m/s}^2$ et que l'accélération centripète requise pour demeurer sur la route est égale à $a_C = 4\ \text{m/s}^2$, la voiture va nécessairement déraper vers l'extérieur du virage :

$$\text{dérapage car} \quad a_{r'\max} < a_C \quad \text{et} \quad 3{,}6\ \text{m/s}^2 < 4\ \text{m/s}^2$$

[1] Il est important de noter que $a_{r'} \neq \mathrm{d}^2 r' / \mathrm{d}t^2$, car cette représentation est dans un plan polaire et non cartésien. Cette subtilité sera discutée dans le chapitre 1.12c.

**Situation 2 : *Rien ne va plus*!** On lance une bille sur une piste circulaire horizontale de 50 cm de rayon. La vitesse initiale de la bille vaut 3 m/s. En raison du frottement entre la piste et la bille, cette dernière s'immobilise au bout de 1,5 tours. On désire déterminer le module de l'accélération de la bille au moment où sa vitesse est égale à 0,9 m/s. (On suppose que la bille freine uniformément.)

Évaluons la circonférence de la piste circulaire :

$$C = 2\pi r \quad \Rightarrow \quad C = 2\pi(0{,}5) \quad \Rightarrow \quad \boxed{C = 3{,}14 \text{ m}}$$

Voici nos données de base lors du freinage :

| | | |
|---|---|---|
| $x_0 = 0$ | $v_{x0} = 3$ m/s | $a_x = ?$ |
| $x = n_{\text{tours}} C = (1{,}5)(3{,}14) = 4{,}71$ m | $v_x = 0$ | $t = ?$ |

Utilisons une équation du MUA pour évaluer l'accélération tangentielle :

$$v_x^2 = v_{x0}^2 + 2a_x(x - x_0) \quad \Rightarrow \quad (0)^2 = (3)^2 + 2a_x((4{,}71)-(0)) \qquad \text{(Remplacer val. num.)}$$

$$\Rightarrow \quad 0 = 9 + 9{,}42a_x \qquad \text{(Simplifier)}$$

$$\Rightarrow \quad 9{,}42a_x = -9 \qquad \text{(Isoler terme } a_x\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{a_x = -0{,}955 \text{ m/s}^2} \qquad \text{(Isoler } a_x\text{)}$$

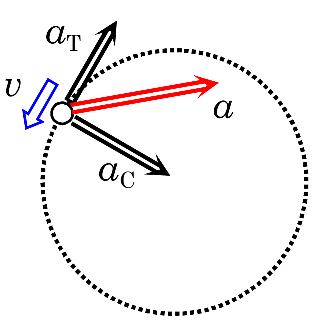
Nous avons notre accélération tangentielle : $\boxed{a_T = 0{,}955 \text{ m/s}^2}$

On peut remarque que le **module de l'accélération centripète** $a_C$ **ne sera pas constante**, car le **freinage diminue la vitesse** *v*. Lorsque nous avons une vitesse de 0,9 m/s et un rayon de 50 cm, nous avons l'accélération centripète suivante :

$$a_C = \frac{v^2}{r} \quad \Rightarrow \quad a_C = \frac{(0{,}9)^2}{(0{,}5)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{a_C = 1{,}62 \text{ m/s}^2}$$

<u>Puisque :</u> $\vec{a}_C \perp \vec{a}_T$

$$a = \sqrt{a_C^2 + a_T^2} \qquad \text{(Module de l'accélération)}$$




$$\Rightarrow \quad a = \sqrt{(1{,}62)^2 + (0{,}955)^2} \qquad \text{(Remplacer val. num.)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{a = 1{,}88 \text{ m/s}^2} \qquad \text{(Simplifier)}$$