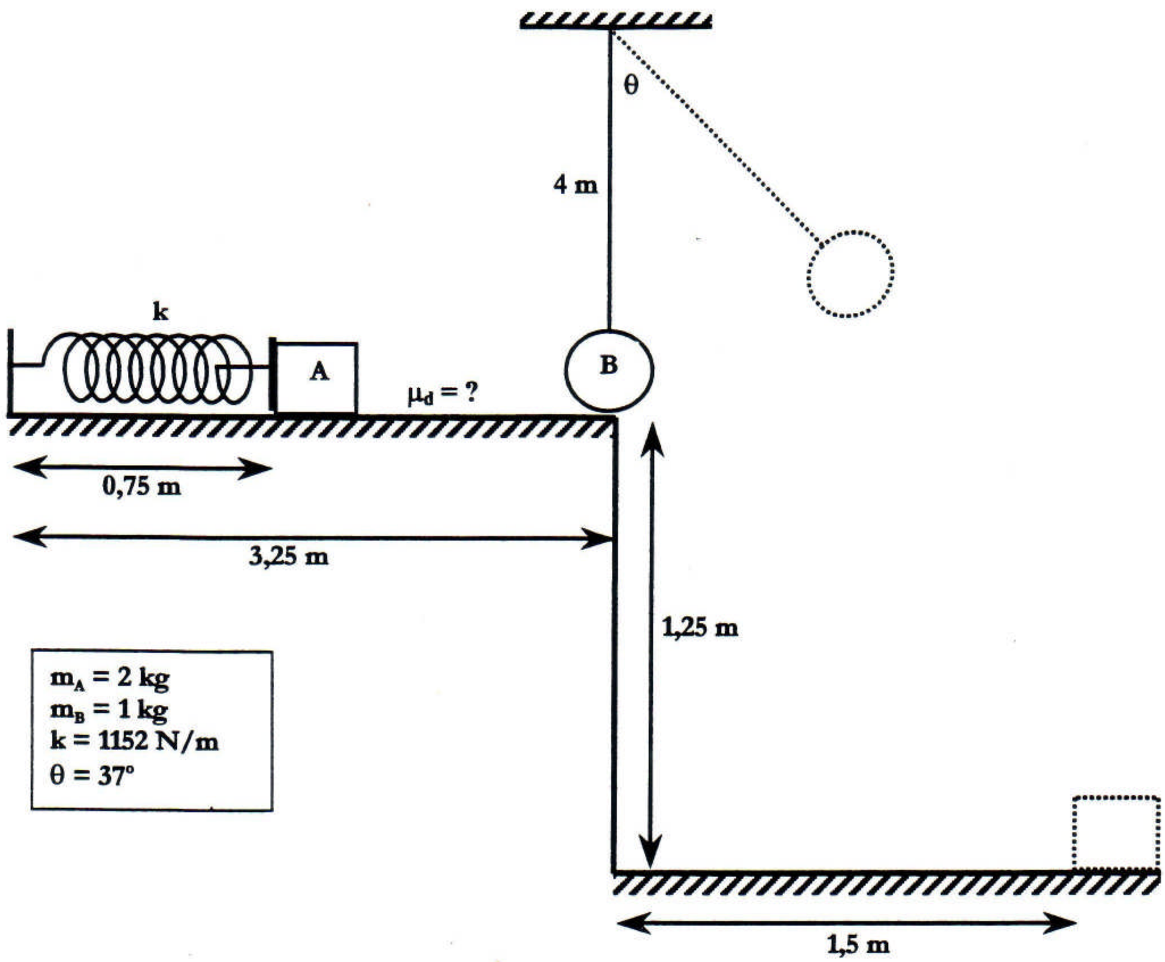
Problème synthèse de mécanique



Le dessin montre la situation lorsque le ressort de la catapulte est détendu (ni comprimé ni étiré). Le ressort de la catapulte est ensuite comprimé de 0,25 m et relâché. La masse **A** glisse sur la surface de la table et frappe la masse **B** du pendule. Après la collision la masse **A** atterrit à la position indiquée en pointillés et le pendule monte à l'angle maximum de 37°.

a) À quelle vitesse la masse **A** frappe-t-elle la masse **B** ?
b) Quelle est la quantité de chaleur dégagée lors de la collision ?
c) Quel est le coefficient de frottement entre la masse **A** et la table?
d) Quelle est la tension dans la corde immédiatement après que la masse **B** ait été frappée? (*Notez que la masse* **B** *n'est pas en contact avec la table*)
e) Quelle est la tension dans la corde lorsque la masse **B** atteint sa hauteur maximum?

Réponses : a) 5 m/s b) 8 J c) 0,2 d) 14 N e) 8 N

N.B. Pour obtenir les réponses ci-haut, vous devez utiliser $g = 10$ m/s^2 **.**

Solution : Problème synthèse de mécanique

1) Temps de chute de A

$$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \quad \Rightarrow \quad (0) = (1{,}25) + (0)t + \frac{1}{2}(-9{,}8)t^2$$

$$\Rightarrow \quad -1{,}25 = -4{,}9t^2$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{t = 0{,}505 \text{ s}}$$

2) Vitesse de A <u>après</u> la collision

$$x = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \quad \Rightarrow \quad (1{,}5) = (0) + v_{x0}(0{,}505) + \frac{1}{2}(0)(0{,}505)^2$$

$$\Rightarrow \quad 1{,}5 = 0{,}505 v_{x0}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{v_{x0} = 2{,}97 \text{ m/s}}$$

3) Vitesse de B <u>après</u> la collision

$$E_f = E_i + W_{nc} \quad \Rightarrow \quad K_f + U_{gf} = K_i + U_{gi} + W_{nc}$$

$$\Rightarrow \quad U_f = K_i$$

$$\Rightarrow \quad mgy_f = \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$\Rightarrow \quad 2gL(1-\cos(\theta)) = v_i^2$$

$$\Rightarrow \quad v_i = \sqrt{2gL(1-\cos(\theta))} = \sqrt{2(9{,}8)(4)(1-\cos 37°)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{v_i = 3{,}97 \text{ m/s}}$$

4) Évaluer la vitesse de A <u>avant</u> la collision

$$\vec{p}_f = \vec{p}_i + \vec{J} \quad \Rightarrow \quad p_{Af} + p_{Bf} = p_{Ai} + p_{Bi} + J_x \qquad \text{(selon } x\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad m_A v_{Af} + m_B v_{Bf} = m_A v_{Ai} + m_B v_{Bi} \qquad (J_x = 0)$$

$$\Rightarrow \quad m_A v_{Af} + m_B v_{Bf} = m_A v_{Ai} \qquad (v_{Bi} = 0)$$

$$\Rightarrow \quad v_{Ai} = \frac{m_A v_{Af} + m_B v_{Bf}}{m_A} = \frac{(2)(2{,}97) + (1)(3{,}97)}{(2)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{v_{Ai} = 4{,}96 \text{ m/s}} \qquad \text{(a)}$$

5) Énergie dégagée en chaleur lors de collision

$$K = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^{\,2} \quad \Rightarrow \quad K_i = \frac{1}{2} m_A v_{iA}^{\;2} + \frac{1}{2} m_B v_{iB}^{\;2} = \frac{1}{2}(2)(4{,}96)^2 + \frac{1}{2}(1)(0)^2 = 24{,}60 \;\; \text{J}$$

$$K_f = \frac{1}{2} m_A v_{fA}^{\;2} + \frac{1}{2} m_B v_{fB}^{\;2} = \frac{1}{2}(2)(2{,}97)^2 + \frac{1}{2}(1)(3{,}97)^2 = 16{,}70 \;\; \text{J}$$

$$E_f = E_i + W_{nc} \quad \Rightarrow \quad K_f = K_i + W_{nc}$$

$$\Rightarrow \quad W_{nc} = K_f - K_i = (24{,}60) - (16{,}70)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{W_{nc} = 7{,}9 \;\; \text{J}} \qquad \text{(b)}$$

6) Force normale appliquée sur A <u>avant</u> la collision

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad n - m_A g = 0$$

$$\Rightarrow \quad n = m_A g = (2)(9{,}8)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{n = 19{,}6 \;\; \text{N}}$$

7) Évaluer le coefficient de frottement cinétique

$$E_f = E_i + W_{nc} \quad \Rightarrow \quad K_f + U_{rf} = K_i + U_{ri} + W_{nc}$$

$$\Rightarrow \quad K_f = U_{ri} + W_f$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} m_A v_{Af}^{\;2} = \frac{1}{2} k e_i^{\,2} + fs\cos(\theta)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} m_A v_{Af}^{\;2} = \frac{1}{2} k e_i^{\,2} + \mu_c n \; s\cos(180°)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} m_A v_{Af}^{\;2} = \frac{1}{2} k e_i^{\,2} - \mu_c n \; s$$

$$\Rightarrow \quad \mu_c = \frac{k e_i^{\,2} - m_A v_{Af}^{\;2}}{2n \; s} = \frac{(1152)(0{,}25)^2 - (2)(4{,}96)^2}{2(19{,}6)(3{,}25 - (0{,}75 - 0{,}25))}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\mu_c = 0{,}211} \qquad \text{(c)}$$

8) La tension dans la corde <u>après</u> la collision (B ne touche pas à la table)

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \sum F_C = m_B a_C$$

$$\Rightarrow \quad T - m_B g = m_B a_C$$

$$\Rightarrow \quad T = m_B a_C + m_B g$$

$$\Rightarrow \quad T = m_B \left(a_C + g\right)$$

$$\Rightarrow \quad T = m_B \left(\frac{v_B^{\ 2}}{r} + g\right) = (1)\left(\frac{(3{,}97)^2}{(4)} + (9{,}8)\right)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{T = 13{,}74 \ \text{N}} \qquad \text{(d)}$$

9) La tension dans la corde lorsque la masse B a atteint sa hauteur maximale

Nous devons respecter : $\sum \vec{F} = m\vec{a} \neq 0$

Selon l'axe parallèle à la tension : $\sum F_C = m_B a_C = m_B \dfrac{v_B^{\ 2}}{r} = 0$

$$\Rightarrow \quad T - m_B g \cos(\theta) = 0$$

$$\Rightarrow \quad T = m_B g \cos(\theta) = (1)(9{,}8)\cos(37°)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{T = 7{,}83 \ \text{N}} \qquad \text{(e)}$$