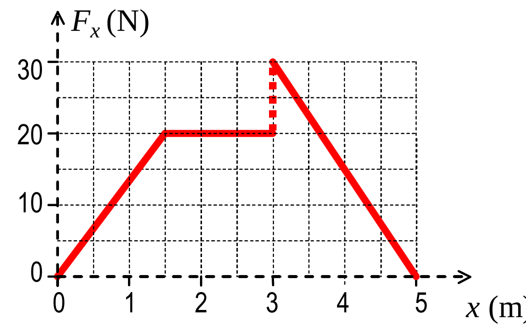
Problème de révision : Un tour de tricycle

Max et son tricycle ont une masse combinée de 30 kg. Albert pousse Max sur une distance de 5 m avec la force horizontale indiquée sur le graphique ci-contre. (Le tricycle est initialement immobile. La force indiquée sur le graphique tient compte du frottement entre le tricycle et le sol.)



Au moment où Albert cesse de pousser sur Max, ce dernier panique et freine à l'aide de ses pieds. Le module de la force de frottement, en newtons, est donné par

$$f = 12{,}5\, t$$

où t est le temps écoulé, en secondes, depuis le moment où Albert cesse de pousser sur Max.

Pendant combien de temps Max freine-t-il avant de s'immobiliser?

Solution : Un tour de tricycle

Travail fourni par Albert : (aire sous la courbe)

$$W_{0\to 1,5} = \frac{20+0}{2} * 1,5 = 15 \text{ J}$$

$$W_{1,5\to 3} = 20 * 1,5 = 30 \text{ J}$$

$$W_{3\to 5} = \frac{0+30}{2} * 2 = 30 \text{ J}$$

$$W_{0\to 5} = \sum_i W_i = (15)+(30)+(30) \quad \Rightarrow \quad \boxed{W_{0\to 5} = 75 \text{ J}}$$

Évaluer la vitesse de Max après le travail fourni par Albert :

$$E_f = E_i + W_{nc} \quad \Rightarrow \quad K_f = K_i + W_{0\to 5}$$

$$\Rightarrow \quad K_f = (0)+(75)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{K_f = 75 \text{ J}}$$

Avec la définition de l'énergie cinétique :

$$K_f = \frac{1}{2} m v_f{}^2 \quad \Rightarrow \quad v_f = \sqrt{\frac{2K_f}{m}}$$

$$\Rightarrow \quad v_f = \sqrt{\frac{2(75)}{(30)}}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{v_f = 2,24 \text{ m/s}}$$

Évaluer la quantité de mouvement initiale et finale de Max :

$$p_x = m v_x \quad \Rightarrow \quad p_{x\,i} = m v_{x\,i} = (30)(2,24) \quad \Rightarrow \quad \boxed{p_{x\,i} = 67,2 \text{ kg}\cdot\text{m/s}}$$

$$\Rightarrow \quad p_{x\,f} = m v_{x\,f} = (30)(0) \quad \Rightarrow \quad \boxed{p_{x\,f} = 0 \text{ kg}\cdot\text{m/s}}$$

Avec la conservation de la quantité de mouvement, évaluons l'impulsion requise pour immobiliser Max : (selon l'axe *x*)

$$\sum p_{x\,f} = \sum p_{x\,i} + J_x \quad \Rightarrow \quad p_{x\,f} = p_{x\,i} + J_x$$

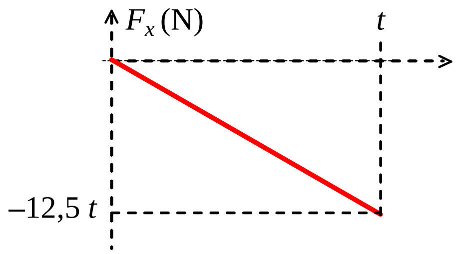
$$\Rightarrow \quad (0) = (67,2) + J_x$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{J_x = -67,2 \text{ kg}\cdot\text{m/s}}$$

Évaluons l'expression de l'aire sous la courbe pour une certaine valeur de temps :

Équation de la force : $F_x(t) = -12{,}5t$

Graphique :



Aire sous la courbe :

$$A = \frac{base \times hauteur}{2} = \frac{t \times (-12{,}5t)}{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{A = -6{,}25t^2}$$

Avec l'aire sous la courbe, nous pouvons évaluer le temps requis pour immobiliser Max :

$$J_x = A \quad \Rightarrow \quad (-67{,}2) = -6{,}25t^2$$

$$\Rightarrow \quad t^2 = 10{,}752$$

$$\Rightarrow \quad t = \pm 3{,}28 \text{ s}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{t = 3{,}28 \text{ s}}$$