

Problème de révision : Le chien TinkerBell



Le chien de Paris Hilton TinkerBell (2 kg) est aussi entêté que sa maîtresse. Lorsque Paris désire faire prendre une marche à son chien, il ne bouge pas. Elle doit tirer de toutes ses forces pour le faire avancer, car le contact du chien avec le sol produit du frottement. Le coefficient de frottement statique est de 0,5 et le coefficient de frottement cinétique est de 0,4.

Durant 2 secondes, Paris tire sur la laisse de son chien avec une force de 5 N avec un angle de 30° par rapport à l'horizontale. Elle s'impatiente et tire sur la laisse durant 1,5 secondes avec une force de 10 N dans la même direction. Frustré de réaliser l'entêtement de son chien, elle tire durant 0,5 seconde avec une force de 45 N toujours dans la même direction.

Sachant que le chien est initialement à la coordonnée $x = 0$ m avant que Paris commence à tirer, évaluer la position selon l'axe x du chien à 4 s.

Solution : Le chien TinkerBell

Avec la 2^{ième} loi de Newton, évaluons l'accélération en x et la normale en y du chien :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad m\vec{g} + \vec{n} + \vec{f} + \vec{F} = m\vec{a}$$

En y :

$$\begin{aligned} -mg + n + F \sin(\theta) &= ma_y \quad \Rightarrow \quad n = ma_y + mg - F \sin(\theta) \quad (\text{Isoler } n) \\ &\Rightarrow \quad \boxed{n = mg - F \sin(\theta)} \quad (1) \quad (\text{Poser } a_y = 0) \end{aligned}$$

En x :

$$\begin{aligned} -f + F \cos(\theta) &= ma_x \quad \Rightarrow \quad a_x = \frac{F \cos(\theta) - f}{m} \quad (\text{Isoler } a_x) \\ &\Rightarrow \quad \boxed{a_x = \frac{F \cos(\theta) - \mu n}{m}} \quad (2) \quad (\text{Remplacer } f = \mu n) \end{aligned}$$

Critère pour choisir le type de frottement selon l'axe x : (statique ou cinétique)

Frottement statique : $\frac{F \cos(\theta) - \mu_s n}{m} \leq 0 \quad \Rightarrow \quad a_x = 0$

Frottement cinétique : $\frac{F \cos(\theta) - \mu_s n}{m} > 0 \quad \Rightarrow \quad a_x = \frac{F \cos(\theta) - \mu_c n}{m}$

Mouvement 1 : Paris tire avec une force de 5 N avec un angle de 30° de 0 à 2 secondes.

(1) : $n = mg - F \sin \theta \quad \Rightarrow \quad n = (2)(9,8) - (5)\sin(30^\circ) \quad \Rightarrow \quad \boxed{n = 17,1 \text{ N}}$

(2) : Le frottement est statique car,

$$\frac{F \cos(\theta) - \mu_s n}{m} = \frac{(5)\cos(30^\circ) - (0,5)(17,1)}{(2)} = -2,11 \leq 0$$

Ainsi :

$$\boxed{a_x = 0}$$

Réponse : Le chien ne bouge pas.

Accélération : $a_{x(0 \rightarrow 2)} = 0 \text{ m/s}^2$

Vitesse : $v_{x2} = 0 \text{ m/s}$

Position : $x_2 = 0 \text{ m}$

Mouvement 2 : Paris tire avec une force de 10 N avec un angle de 30° de 2 à 3,5 secondes.

$$(1) : n = mg - F \sin \theta \quad \Rightarrow \quad n = (2)(9,8) - (10)\sin(30^\circ) \quad \Rightarrow \quad \boxed{n = 14,6 \text{ N}}$$

(2) : Le frottement est cinétique car,

$$\frac{F \cos(\theta) - \mu_s n}{m} = \frac{(10)\cos(30^\circ) - (0,5)(14,6)}{(2)} = 0,68 > 0$$

Ainsi :

$$a_x = \frac{F \cos(\theta) - \mu_c n}{m} \Rightarrow a_x = \frac{(10)\cos(30^\circ) - (0,4)(14,6)}{(2)}$$
$$\Rightarrow \boxed{a_x = 1,41 \text{ m/s}^2}$$

Réponse : Le chien glisse sur le sol.

Calcul : $v_x = v_{x0} + a_x t = (0) + (1,41)(1,5) = 2,115 \text{ m/s}$

$$x = x_0 + v_{x0} t + \frac{1}{2} a_x t^2 = (0) + (0)(1,5) + \frac{1}{2} (1,41)(1,5)^2 = 1,586 \text{ m}$$

Accélération : $a_{x(2 \rightarrow 3,5)} = 1,41 \text{ m/s}^2$

Vitesse : $v_{x3,5} = 2,115 \text{ m/s}$

Position : $x_{3,5} = 1,586 \text{ m}$

Mouvement 3 : Paris tire avec une force de 45 N avec un angle de 30° de 3,5 à 4 secondes.

$$(1) : n = mg - F \sin \theta \quad \Rightarrow \quad n = (2)(9,8) - (45)\sin(30^\circ) \quad \Rightarrow \quad \boxed{n = -2,9 \text{ N}}$$

Remarque : Le chien ne touche plus au sol. Il y a une accélération en y et la normale n'est plus présente dans le bilan des forces.

(2) : Il n'y a pas de frottement, car le chien ne touche plus au sol

Ainsi :

$$a_x = \frac{F \cos(\theta) - \mu_c n}{m} \Rightarrow a_x = \frac{F \cos(\theta)}{m} \quad (\text{Pas de frottement cinétique})$$

$$\Rightarrow a_x = \frac{(45)\cos(30^\circ)}{(2)}$$

$$\Rightarrow \boxed{a_x = 19,49 \text{ m/s}^2}$$

Réponse : Le chien quitte le sol.

Calcul : $v_x = v_{x0} + a_x t = (2,115) + (19,49)(0,5) = 11,86 \text{ m/s}$

$$x = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2 = (1,586) + (2,115)(0,5) + \frac{1}{2}(19,49)(0,5)^2 = 5,08 \text{ m}$$

$$\text{Accélération : } a_{x(3,5 \rightarrow 4)} = 19,49 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Vitesse : } v_{x4} = 11,86 \text{ m/s}$$

$$\text{Position : } x_4 = 5,08 \text{ m}$$

Solution au problème :

Le chien occupe la position $x = 5,08 \text{ m}$ à 4 secondes.