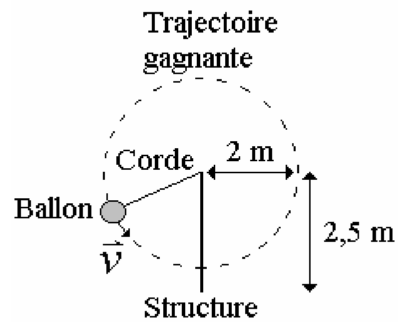
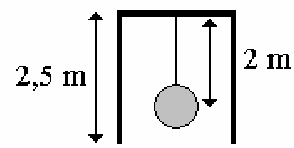
Problème de révision : Ballon-corde

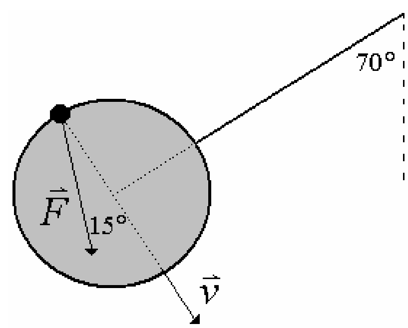
Albert et Béatrice jouent au ballon-corde. Voici les règles du jeu :



> Le jeu consiste à pousser un ballon de 5 kg afin que celui-ci effectue une trajectoire circulaire verticale complète de 2 mètres de rayon sans être bloqué par l'adverse. Pour que la trajectoire demeure circulaire, une corde est reliée à l'une de ses extrémités au ballon et à l'autre de ses extrémités à une structure de 2,5 mètres de haut en forme de « U » inversé permettant au ballon de passer entre les deux pattes verticales.



Albert débute la partie en poussant sur le ballon. Lorsque la corde fait un angle de 70^o par rapport à la verticale, le ballon se déplace le long de la trajectoire circulaire avec une vitesse de 3 m/s et Albert pousse avec une force de 50 N orienté à 15^o sous l'axe de déplacement du ballon (voir schéma ci-dessous).



Évaluez :

a) Évaluez l'accélération tangentielle du ballon.

b) Évaluez la tension dans la corde.

Solution : Ballon-corde

Avec la $2^{\text{ième}}$ loi de Newton :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{F} + \vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

Selon l'axe tangentiel :

$$\sum F_{//} = ma_T \quad \Rightarrow \quad F\cos(15°) + mg\sin(70°) = ma_T$$

$$\Rightarrow \quad a_T = \frac{F\cos(15°) + mg\sin(70°)}{m}$$

$$\Rightarrow \quad a_T = \frac{F\cos(15°)}{m} + g\sin(70°)$$

$$\Rightarrow \quad a_T = \frac{(50)\cos(15°)}{(5)} + (9{,}8)\sin(70°)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{a_T = 18{,}87 \ \text{m/s}^2} \qquad \text{(a)}$$

Selon l'axe radial :

$$\sum F_{\perp} = ma_C \quad \Rightarrow \quad -F\sin(15°) + T - mg\cos(70°) = ma_C$$

$$\Rightarrow \quad T = ma_C + F\sin(15°) + mg\cos(70°)$$

$$\Rightarrow \quad T = m\left(\frac{v^2}{r}\right) + F\sin(15°) + mg\cos(70°)$$

$$\Rightarrow \quad T = (5)\frac{(3)^2}{(2)} + (50)\sin(15°) + (5)(9{,}8)\cos(70°)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{T = 52{,}20 \ \text{N}} \qquad \text{(b)}$$