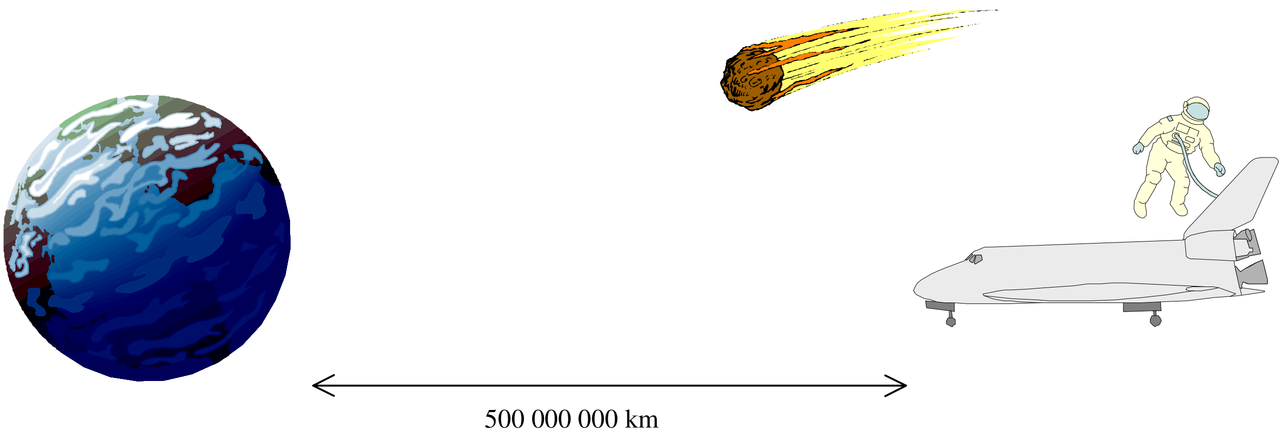
Problème de révision : Galilée 27

Nous sommes en l'an 2135. Le vaisseau spatial Galilée 27 revient vers la Terre après une mission de routine sur la planète Jupiter. Galilée 27 se dirige vers la Terre à une vitesse constante de 100 000 km/s (la science a beaucoup évolué!). Lorsque Galilée 27 est à une distance de 500 000 000 km de la Terre, la NASA envoie un message radio vers le vaisseau spatial. Aussitôt le message reçu, l'équipage se consulte et 20 minutes plus tard, le commandant de bord renvoie une réponse (un message radio) vers la NASA.



a) Calculez le temps total entre l'émission du message initial et sa réception par la NASA. Note : un message radio est une onde électromagnétique qui voyage à la vitesse constante de 300 000 km/s. (Rép. : 55 minutes)

b) Pendant ce temps, quelle est la distance parcourue par le vaisseau spatial Galilée 27? (Rép. : $3{,}3 \times 10^8$ km)

c) Si à partir du moment où la NASA reçoit la réponse du vaisseau spatial, ce dernier se mettait à décélérer, quelle devrait être le module de sa décélération pour qu'il arrive sur la Terre avec une vitesse nulle? (Rép. : 29,4 km/s^2)

Problème composé par : Camil Cyr

Problème solutionné par : Simon Vézina

Solution : Galilée 27

Événement 1 : Émission NASA-Vaisseau (Poursuite à deux objets)

Vaisseau	Message
$x_{V0} = 500 \times 10^6 \text{ km} = 5 \times 10^{11} \text{ m}$	$x_{M0} = 0 \text{ m}$
$x_V = X$	$x_M = X$
$v_{V0} = -100 \times 10^3 \text{ km/s} = -1 \times 10^8 \text{ m/s}$	$v_{M0} = 300 \times 10^3 \text{ km/s} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$
$v_V = ?$	$v_M = ?$
$a_V = 0 \text{ m/s}$	$a_M = 0 \text{ m/s}$
$t_V = T$	$t_M = T$

Voici nos équations du mouvement pour nos deux objets en mouvement :

Vaisseau : $x_V = x_{V0} + v_{V0}t + \frac{1}{2}a_V t^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{X = (5\times 10^{11}) + (-1\times 10^8)T}$

Message: $x_M = x_{M0} + v_{M0}t + \frac{1}{2}a_M t^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{X = (0) + (3\times 10^8)T}$

Évaluons le temps de parcours en égalisant les deux équations :

$$5\times 10^{11} - 1\times 10^8 T = 3\times 10^8 T \quad \Rightarrow \quad 5\times 10^{11} = 4\times 10^8 T$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{T = 1250 \text{ s}}$$ (temps 1ière réception)

On peut évaluer la position du vaisseau lors de la réception du message :

$$x_V = x_{V0} + v_{V0}t + \frac{1}{2}a_V t^2 \quad \Rightarrow \quad x_V = (5\times 10^{11}) + (-1\times 10^8)(1250) + \frac{1}{2}(0)(1250)^2$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{x_V = 3{,}75\times 10^{11} \text{ m}}$$

Événement 2 : Rapprochement du Vaisseau durant 20 min

Vaisseau : $x_{V0} = 3{,}75\times 10^{11} \text{ m}$ $\quad v_{V0} = -1\times 10^8 \text{ m/s}$ $\quad a_V = 0 \text{ m/s}$

$x_V = ?$ $\quad v_V = -1\times 10^8 \text{ m/s}$ $\quad t_V = 20 \text{ min} = 1200 \text{ s}$

On peut évaluer la position du vaisseau après la consultation de 20 min :

$$x_V = x_{V0} + v_{V0}t + \frac{1}{2}a_V t^2 \quad \Rightarrow \quad x_V = (3{,}75\times 10^{11}) + (-1\times 10^8)(1200) + \frac{1}{2}(0)(1200)^2$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{x_V = 2{,}55\times 10^{11} \text{ m}}$$

Événement 3 : Réémission Vaisseau-NASA

Message : $x_{M0} = 2{,}55\times10^{11}\text{ m}$ $\quad v_{M0} = -3\times10^{8}\text{ m/s}$ $\quad a_M = 0\text{ m/s}$

$x_M = 0\text{ m}$ $\quad v_M = -3\times10^{8}\text{ m/s}$ $\quad t_M = T$

On peut évaluer le temps requis pour envoyer à nouveau le message :

$$x_M = x_{M0} + v_{M0}t + \frac{1}{2}a_M t^2 \quad\Rightarrow\quad (0) = \left(2{,}55\times10^{11}\right) + \left(-3\times10^{8}\right)T + \frac{1}{2}(0)T^2$$

$$\Rightarrow\quad \boxed{T = 850\text{ s}} \qquad \text{(temps 2}^{\text{ième}}\text{ réception)}$$

Puisqu'il y a eu une période de consultation de 20 minutes avant la réémission, voici le temps total entre l'émission de la NASA et la réception du message par la NASA :

$$\begin{aligned} t_{total} &= t_{\text{réception \#1}} + t_{\text{consultation}} + t_{\text{réception \#2}} \\ &= (1250) + (1200) + (850) \qquad \text{Ce qui nous donne : } \boxed{t_{total} = 55\text{ min}} \qquad \textbf{(a)} \\ &= 3300\text{ s} \end{aligned}$$

Événement 4 : Déplacement du vaisseau durant la réémission

Vaisseau : $x_{M0} = 2{,}55\times10^{11}\text{ m}$ $\quad v_{M0} = -1\times10^{8}\text{ m/s}$ $\quad a_M = 0\text{ m/s}$

$x_M = ?$ $\quad v_M = -1\times10^{8}\text{ m/s}$ $\quad t_M = 850\text{ s}$

On peut évaluer la position du vaisseau après la réception du message par la NASA :

$$x_V = x_{V0} + v_{V0}t + \frac{1}{2}a_V t^2 \quad\Rightarrow\quad x_V = \left(2{,}55\times10^{11}\right) + \left(-1\times10^{8}\right)(850) + \frac{1}{2}(0)(850)^2$$

$$\Rightarrow\quad \boxed{x_V = 1{,}7\times10^{11}\text{ m}}$$

À partir de la 1$^{\text{ière}}$ émission par la NASA et la réception de la 2$^{\text{ième}}$ émission par la NASA, le vaisseau s'est déplacé de la distance suivante :

$$\Delta x = x_f - x_i \quad\Rightarrow\quad \Delta x = \left(5\times10^{11}\right) - \left(1{,}7\times10^{11}\right)$$

$$\Rightarrow\quad \Delta x = 3{,}3\times10^{11}\text{ m}$$

$$\Rightarrow\quad \boxed{\Delta x = 3{,}3\times10^{8}\text{ km}} \qquad \textbf{(b)}$$

Événement 5 : Décélération du vaisseau

Vaisseau : $x_{M0} = 2{,}55 \times 10^{11}$ m $\quad v_{M0} = -1 \times 10^{8}$ m/s $\quad a_M = ?$

$x_M = 0$ m $\quad v_M = 0$ m/s $\quad t_M = ?$

On peut évaluer la décélération du vaisseau à partir du moment où la NASA reçoit le message grâce à l'équation suivante :

$$v_M{}^2 = v_{M0}{}^2 + 2a_M\left(x_M - x_{M0}\right) \quad \Rightarrow \quad (0)^2 = \left(-1 \times 10^{8}\right)^2 + 2a_M\left((0) - \left(1{,}7 \times 10^{11}\right)\right)$$

$$\Rightarrow \quad -1 \times 10^{16} = -2a_M\left(1{,}7 \times 10^{11}\right)$$

$$\Rightarrow \quad a_M = 2{,}941 \times 10^{4}\ \text{m/s}^2$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{a_M = 29{,}41\ \text{km/s}^2} \quad \textbf{(c)}$$