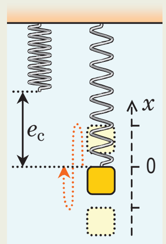
1.6

L'oscillation verticale d'un système bloc-ressort

Après l'étude de cette section, le lecteur pourra analyser l'oscillation verticale d'un système bloc-ressort à l'aide de la deuxième loi de Newton et du principe de conservation de l'énergie.

APERÇU

Lorsqu'un système bloc-ressort oscille à la verticale (schéma ci-contre), le bloc subit son poids (de module mg), orienté vers le bas, et la force du ressort (de module ke), orientée vers le haut. Le centre de l'oscillation correspond à l'endroit où le bloc pourrait demeurer au repos, en équilibre : ainsi, on peut écrire



$$ke_c = mg$$

où e_c est l'étirement du ressort à la position centrale.

Il est pratique de décrire l'oscillation du bloc à l'aide d'un axe x vertical dont l'origine correspond à la position centrale de l'oscillation (voir schéma ci-dessus). On peut montrer que la force résultante qui agit sur le bloc (la somme de son poids et de la force du ressort) est

$$\sum F_x = -kx$$

ce qui est *exactement* la même équation que pour un système bloc-ressort qui oscille à l'horizontale. Par conséquent, la fréquence angulaire naturelle de l'oscillation verticale est la même que celle de l'oscillation horizontale :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Comme l'énergie potentielle gravitationnelle du bloc ($U_g = mgy$) est arbitraire (on peut placer l'origine $y = 0$ où l'on veut), l'énergie potentielle du système (la somme de l'énergie potentielle gravitationnelle du bloc et de l'énergie potentielle du ressort) l'est également. Un choix pratique consiste à *poser* que l'énergie potentielle est nulle à la position centrale de l'oscillation. (Pour ce faire, il faut choisir le zéro de l'énergie potentielle gravitationnelle de manière judicieuse afin de contrebalancer le fait que le ressort possède un certain étirement lorsque le bloc est au centre de l'oscillation.) Avec ce choix de zéro, l'énergie potentielle du système ($U_g + U_r$) est donnée par la même équation que pour le système bloc-ressort qui oscille à l'horizontale :

$$U = \tfrac{1}{2}kx^2$$

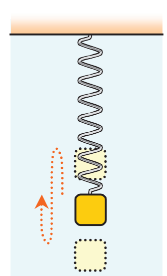
où x est la position du bloc par rapport au centre de l'oscillation. Toujours avec ce choix de zéro, l'énergie mécanique du système est

$$E = \tfrac{1}{2}m\omega^2A^2 = \tfrac{1}{2}kA^2$$

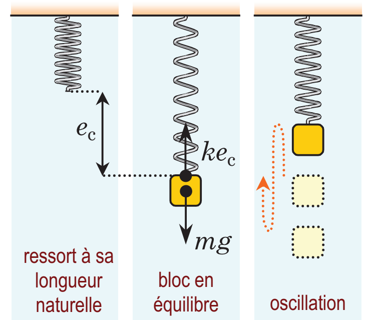
où A est l'amplitude de l'oscillation. En fin de compte, la différence principale entre l'oscillation verticale et l'oscillation horizontale est que, pour l'oscillation verticale, *x n'est pas* égal à l'étirement e du ressort par rapport à sa position naturelle.

EXPOSÉ

Dans les sections qui précèdent, nous avons étudié le MHS de deux systèmes : le système bloc-ressort en oscillation horizontale, pour lequel l'énergie potentielle est élastique, et le pendule simple, pour lequel l'énergie potentielle est gravitationnelle. Dans cette section, nous allons nous intéresser à l'oscillation verticale d'un système bloc-ressort (schéma ci-contre) : il s'agit d'une situation plus complexe, car l'énergie potentielle du système est la somme de l'énergie potentielle élastique du ressort et de l'énergie potentielle gravitationnelle du bloc. (Dans un système bloc-ressort en oscillation horizontale, la hauteur du bloc ne change pas et on n'a pas besoin de tenir compte de son énergie potentielle gravitationnelle.) Nous allons découvrir que les équations qui permettent de décrire l'oscillation horizontale du système bloc-ressort s'appliquent également à l'oscillation verticale, à condition de toujours mesurer la position du bloc par rapport à la position centrale de l'oscillation.



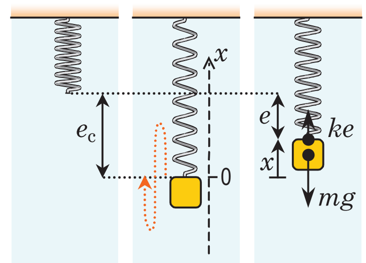
Le bloc subit deux forces (schéma ci-contre) : son poids (de module mg), orienté vers le bas, et la force du ressort (de module ke), orientée vers le haut. Dans la limite où l'amplitude de l'oscillation tend vers zéro, le bloc demeure immobile, en équilibre statique. Ainsi, la position centrale de l'oscillation est l'endroit où la force exercée par le ressort sur le bloc contrebalance le poids du bloc : nous pouvons écrire



$$ke_c = mg$$

où e_c est l'étirement du ressort (par rapport à sa longueur naturelle) lorsque le bloc est au centre de l'oscillation.

Pour décrire l'oscillation du bloc, nous allons définir un axe x vertical dont le sens positif est orienté vers le haut et dont l'origine correspond à la position centrale de l'oscillation (schéma ci-contre). Considérons un instant quelconque de l'oscillation (à l'extrême droite du schéma), pour lequel le bloc est à la position x. Par rapport à l'axe que nous venons de définir, la force résultante que subit le bloc est



$$\sum F_x = ke - mg$$

D'après le schéma, l'étirement du ressort à cet instant quelconque est

$$e = e_c - x$$

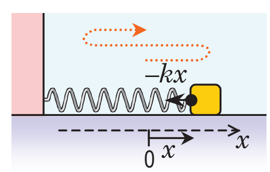
Ainsi,

$$\sum F_x = k(e_c - x) - mg = ke_c - kx - mg$$

Or, comme nous l'avons vu plus haut, $ke_c = mg$. Par conséquent, le bloc subit une force résultante

$$\sum F_x = -kx$$

ce qui est *exactement* la même équation que celle que nous avons obtenue dans la **section 1.2 : La dynamique du mouvement harmonique simple** pour un système bloc-ressort qui oscille à l'horizontale (schéma ci-contre). En comparant l'équation avec la définition dynamique du MHS,



$$\sum F_x = -m\omega^2 x$$

nous pouvons conclure que la fréquence angulaire naturelle de l'oscillation d'un système bloc-ressort est

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

et ce, que l'oscillation soit verticale ou horizontale.

Dans une oscillation horizontale, le centre de l'oscillation correspond à l'endroit où le ressort est à sa longueur naturelle, ce qui n'est pas le cas pour une oscillation verticale. La force gravitationnelle qui agit sur un système bloc-ressort en oscillation verticale a pour effet de modifier la position centrale de l'oscillation, mais elle n'influence pas sa période.

Situation 1 : *La détermination du champ gravitationnel.* Albert a fait naufrage sur une planète inconnue. Il accroche une pierre à un ressort idéal vertical de masse négligeable dont l'extrémité supérieure est maintenue fixe. Il observe que la position d'équilibre de la pierre correspond à un étirement de 50 cm par rapport à la longueur naturelle du ressort. En donnant une impulsion verticale à la pierre, il observe qu'elle oscille verticalement en effectuant 36 oscillations en 1 minute. À partir de ces observations, Albert désire déterminer le module du champ gravitationnel à la surface de la planète. (Il ne connaît ni la constante de rappel du ressort, ni la masse de la pierre !)

Comme la pierre effectue 36 oscillations en 60 s, la fréquence naturelle est

$$f_0 = \frac{(36 \text{ oscillations})}{(60 \text{ s})} = 0{,}6 \text{ s}^{-1} = 0{,}6 \text{ Hz}$$

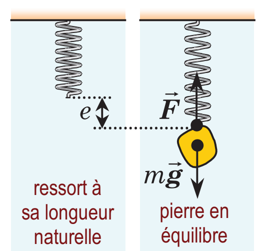
et la fréquence angulaire naturelle est

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi (0{,}6 \text{ Hz}) = 3{,}770 \text{ rad/s}$$

Nous connaissons également l'étirement du ressort à la position d'équilibre, ce qui correspond à l'étirement à la position centrale de l'oscillation :

$$e_\text{c} = 0{,}5 \text{ m}$$

À la position d'équilibre (schéma ci-contre), la pierre subit un poids mg orienté vers le bas, où m est sa masse et g est le module du champ gravitationnel sur la planète. Elle subit également la force du ressort, de module ke, orientée vers le haut. Comme la pierre est en équilibre statique,



$$F = mg \quad \Rightarrow \quad ke = mg \quad \Rightarrow \quad k = \frac{mg}{e}$$

La fréquence angulaire naturelle de l'oscillation est

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{mg/e}{m}} = \sqrt{\frac{g}{e}}$$

d'où

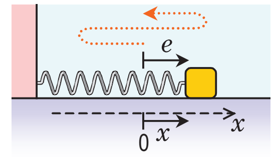
$$\omega_0^2 = \frac{g}{e} \quad \Rightarrow \quad g = e\,\omega_0^2 = (0{,}5 \text{ m})(3{,}770 \text{ rad/s})^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{g = 7{,}11 \text{ m/s}^2 = 7{,}11 \text{ N/kg}}$$

ce qui correspond à 73 % du champ gravitationnel à la surface de la Terre.

L'énergie d'un système bloc-ressort en oscillation verticale

Nous venons de voir que l'équation qui exprime la dynamique d'un système bloc-ressort est la même, que l'oscillation soit verticale ou horizontale : $\sum F_x = -kx$. En est-il également ainsi pour les équations qui expriment l'énergie ? La réponse est oui — à condition de choisir judicieusement la position du zéro de l'énergie potentielle gravitationnelle.

Nous savons que l'énergie potentielle d'un système bloc-ressort qui oscille à l'horizontale (schéma ci-contre) est



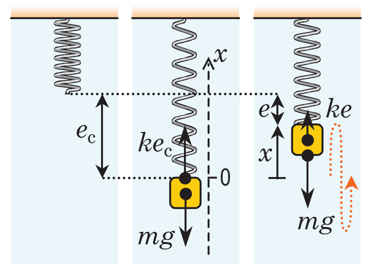
$$U = \tfrac{1}{2}kx^2$$

(Comme le ressort est à sa longueur naturelle au centre de l'oscillation, la position x du bloc correspond à e, l'étirement du ressort ; comme le bloc ne change pas de hauteur, il est inutile de tenir compte de son énergie potentielle gravitationnelle.)

Dans un système bloc-ressort en oscillation verticale, l'énergie potentielle est la somme de l'énergie potentielle élastique du ressort et de l'énergie potentielle gravitationnelle du bloc :

$$U = U_r + U_g = \tfrac{1}{2}ke^2 + mgy$$

où e est l'étirement du ressort (par rapport à sa longueur naturelle), et y est la hauteur du bloc par rapport à une origine arbitraire (voir **tome A**, **section 3.3 : L'énergie potentielle gravitationnelle**). Or, comme nous l'avons vu dans la **situation 1**,



$$e = e_c - x$$

(schéma ci-contre). Ainsi,

$$\begin{aligned} U &= \tfrac{1}{2}k(e_c - x)^2 + mgy \\ &= \tfrac{1}{2}k(e_c{}^2 - 2xe_c + x^2) + mgy \\ &= \tfrac{1}{2}ke_c{}^2 - kxe_c + \tfrac{1}{2}kx^2 + mgy \\ &= \tfrac{1}{2}kx^2 + \left[\tfrac{1}{2}ke_c{}^2 - kxe_c + mgy\right] \end{aligned}$$

Pour que cette équation soit équivalente à $U = \tfrac{1}{2}kx^2$, il faut choisir l'origine de l'axe y afin que la somme des trois termes entre crochets soit nulle :

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{2}ke_c{}^2 - kxe_c + mgy &= 0 \\ mgy &= kxe_c - \tfrac{1}{2}ke_c{}^2 \\ y &= \frac{kxe_c - \frac{1}{2}ke_c{}^2}{mg} = \frac{ke_c(x - \frac{1}{2}e_c)}{mg} \end{aligned}$$

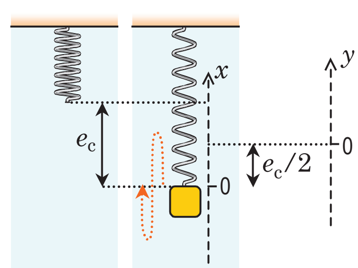
Or, nous savons également que

$$ke_c = mg$$

d'où

$$y = \frac{mg(x - \frac{1}{2}e_c)}{mg} = x - \frac{e_c}{2}$$

Quand $y = 0$, $x = e_c/2$: cela signifie que nous devons placer l'origine de l'axe y à la position $x = e_c/2$ (schéma ci-contre).



Avec ce choix d'axes, *l'énergie potentielle du système est nulle lorsque l'objet passe par le centre de l'oscillation*. En effet, à cet instant, l'objet est *sous* l'origine de l'axe y et il possède une énergie potentielle gravitationnelle négative :

$$U_\mathrm{g} = mgy = mg\left(\frac{-e_\mathrm{c}}{2}\right) = -\tfrac{1}{2}mge_\mathrm{c}$$

Le ressort, quant à lui, possède un étirement e_c et une énergie potentielle élastique positive :

$$U_\mathrm{r} = \tfrac{1}{2}ke_\mathrm{c}^{\,2}$$

L'énergie potentielle du système est

$$U = U_\mathrm{r} + U_\mathrm{g} = \tfrac{1}{2}ke_\mathrm{c}^{\,2} - \tfrac{1}{2}mge_\mathrm{c}$$

Or, comme $mg = ke_\mathrm{c}$, nous obtenons bien $U = 0$.

Lorsqu'on applique le principe de conservation de l'énergie à un système, seules les *variations* d'énergie potentielle ont une signification physique : c'est pour cela qu'on peut placer le zéro de l'énergie potentielle gravitationnelle où l'on veut. Maintenant que nous avons montré qu'un des choix permet de calculer l'énergie potentielle du système en utilisant la même équation que pour l'oscillation horizontale du système bloc-ressort,

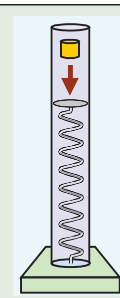
$$U = \tfrac{1}{2}kx^2$$

nous n'avons plus besoin de calculer l'énergie potentielle gravitationnelle ni de définir un axe y. Il suffit de définir un axe x dont l'origine correspond au centre de l'oscillation et d'utiliser les mêmes équations que pour le système bloc-ressort en oscillation horizontale. En particulier, nous pouvons utiliser l'équation

$$E = \tfrac{1}{2}kA^2$$

(où A est l'amplitude de l'oscillation) pour calculer l'énergie mécanique totale du système. (Rappelons que cette équation découle du fait qu'aux extrémités de l'oscillation, en $x = \pm A$, l'énergie mécanique est égale à l'énergie potentielle, puisque le bloc est momentanément arrêté.)

Situation 2 : *Une chute sur un ressort*. Un ressort idéal de 40 cm de longueur, dont la constante de rappel est de 25 N/m, est placé dans un tube vertical sans frottement dont le rôle est de le maintenir en position verticale (schéma ci-contre). On laisse tomber un bloc de 0,25 kg dans le tube : au moment où il entre en contact avec le ressort, il se déplace à 1 m/s. On a appliqué un peu de colle sous le bloc : par conséquent, il demeure collé au ressort et oscille verticalement. On désire déterminer la longueur du ressort au point le plus haut et au point le plus bas de l'oscillation.



Dans cette situation, le bloc est *sur* le ressort au lieu d'être fixé en dessous. Toutefois, la théorie que nous venons de présenter s'applique encore : tant que l'on définit un axe x dont l'origine correspond à la position centrale de l'oscillation, on peut utiliser les équations présentées dans les **sections 1.2** et **1.4**.

Pour calculer la longueur du ressort au point le plus haut et au point le plus bas de l'oscillation, nous allons d'abord déterminer la position centrale de l'oscillation, puis calculer l'amplitude A de l'oscillation à partir de l'énergie mécanique E du système. Au centre de l'oscillation, le module de la force du ressort est égal au module du poids :

$$-ke_c = mg$$

Comme le ressort est comprimé au centre de l'oscillation, e_c est négatif et il faut mettre un signe négatif dans l'équation pour que le module de la force du ressort soit positif.

La constante de rappel du ressort est $k = 25\ \text{N/m}$ et la masse du bloc est $m = 0{,}25\ \text{kg}$ (comme d'habitude, nous pouvons considérer que la masse du ressort est négligeable). Ainsi, l'étirement du ressort est

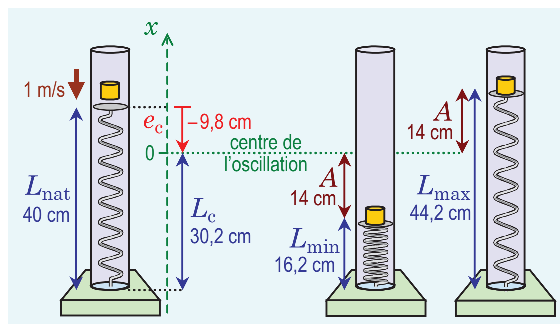
$$e_c = -\frac{mg}{k} = -\frac{(0{,}25\ \text{kg})(9{,}8\ \text{N/kg})}{(25\ \text{N/m})} = -0{,}098\ \text{m} = -9{,}8\ \text{cm}$$

le signe négatif indiquant qu'il s'agit d'une compression.

La longueur naturelle du ressort est $L_{\text{nat}} = 40\ \text{cm}$; ainsi, au centre de l'oscillation, sa longueur est

$$L_c = L_{\text{nat}} + e_c = (40\ \text{cm}) + (-9{,}8\ \text{cm}) = 30{,}2\ \text{cm}$$

Définissons un axe x dont l'origine est au centre de l'oscillation (schéma ci-contre). Lorsque le bloc entre en contact avec le ressort, sa position est $x = 0{,}098$ m. Ainsi, l'énergie potentielle du système bloc-ressort est



$$\begin{aligned} U &= \tfrac{1}{2}kx^2 \\ &= \tfrac{1}{2}(25\ \text{N/m})(0{,}098\ \text{m})^2 \\ &= 0{,}120\ \text{J} \end{aligned}$$

Comme nous l'avons démontré plus haut, l'équation ci-contre permet de calculer l'énergie potentielle *totale* du système : elle tient compte à la fois de l'énergie potentielle gravitationnelle du bloc et de l'énergie potentielle élastique du ressort.

Comme le module de la vitesse du bloc à cet instant est $v = 1\ \text{m/s}$, son énergie cinétique est

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}(0{,}25\ \text{kg})(1\ \text{m/s})^2 = 0{,}125\ \text{J}$$

Ainsi, l'énergie mécanique du système est

$$E = K + U = (0{,}125\ \text{J}) + (0{,}120\ \text{J}) = 0{,}245\ \text{J}$$

Comme

$$E = \tfrac{1}{2}kA^2$$

l'amplitude de l'oscillation est

$$A = \sqrt{\frac{2E}{k}} = \sqrt{\frac{2 \times (0{,}245\ \text{J})}{(25\ \text{N/m})}} = 0{,}14\ \text{m} = 14\ \text{cm}$$

Comme l'amplitude est, par définition, un paramètre positif, nous avons omis le signe ± devant la racine carrée.

Au point le plus bas, la longueur du ressort est

$$L_{\text{min}} = L_c - A = (30{,}2\ \text{cm}) - (14\ \text{cm}) \quad \Rightarrow \quad \boxed{L_{\text{min}} = 16{,}2\ \text{cm}}$$

Au point le plus haut, la longueur du ressort est

$$L_{max} = L_c + A = (30{,}2\ \text{cm}) + (14\ \text{cm}) \quad \Rightarrow \quad \boxed{L_{max} = 44{,}2\ \text{cm}}$$

Cette valeur est plus grande que la longueur naturelle du ressort, ce qui est normal : comme le bloc demeure collé au ressort, lors de sa remontée, il entraîne le ressort plus haut que l'endroit où le contact initial s'est produit.

Si nous n'avions pas d'abord formulé la théorie qui permet d'utiliser l'équation $E = \frac{1}{2}kA^2$ dans le contexte de l'oscillation verticale d'un système bloc-ressort, nous aurions pu quand même résoudre le problème. C'est ce que nous allons faire à présent.

Situation 3 : *Une chute sur un ressort, prise 2.* Dans la **situation 2**, on désire calculer l'amplitude de l'oscillation sans passer par l'énergie.

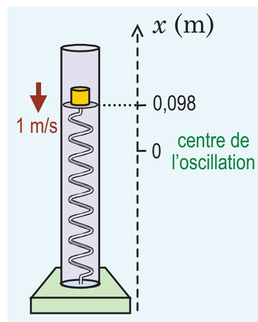
Nous savons que le bloc oscille autour de la position centrale selon un MHS d'équation

$$x = A\sin(\omega t + \phi)$$

Comme $k = 25\ \text{N/m}$ et $m = 0{,}25\ \text{kg}$, la fréquence angulaire de l'oscillation est

$$\omega = \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{(25\ \text{N/m})}{(0{,}25\ \text{kg})}} = 10\ \text{rad/s}$$

Posons $t = 0$ à l'instant où le bloc entre en contact avec le ressort. À cet instant (schéma ci-contre), nous connaissons à la fois la position du bloc (par l'analyse de la **situation 2**) et la vitesse du bloc (énoncé de la **situation 2**) :



$$x = 0{,}098\ \text{m} \qquad \text{et} \qquad v_x = -1\ \text{m/s}$$

(comme le bloc se déplace vers le bas, la composante selon x de sa vitesse est négative). Ainsi, nous pouvons écrire

$$x = A\sin(\omega t + \phi)$$
$$(0{,}098\ \text{m}) = A\sin((10\ \text{rad/s}) \times 0 + \phi)$$
$$A\sin\phi = (0{,}098\ \text{m})$$

et

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = A\omega\cos(\omega t + \phi)$$
$$(-1\ \text{m/s}) = (10\ \text{rad/s})A\cos((10\ \text{rad/s}) \times 0 + \phi)$$
$$A\cos\phi = \frac{(-1\ \text{m/s})}{(10\ \text{rad/s})} = (-0{,}1\ \text{m})$$

Or,

$$(A\sin\phi)^2 + (A\cos\phi)^2 = A^2(\sin^2\phi + \cos^2\phi) = A^2$$

d'où

$$A = \sqrt{(A\sin\phi)^2 + (A\cos\phi)^2} = \sqrt{(0{,}098\ \text{m})^2 + (-0{,}1\ \text{m})^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{A = 0{,}140\ \text{m} = 14{,}0\ \text{cm}}$$

Comme l'amplitude est, par définition, un paramètre positif, nous avons omis le signe ± devant la racine carrée.

Pour analyser cette situation, nous allons utiliser la méthode présentée dans la **section 1.5 : Les fonctions trigonométriques inverses et le MHS.**

Situation 4 : *Une chute sur un ressort, prise 3.* Dans la **situation 2**, on désire calculer la longueur du ressort 2 s après l'instant où le bloc est entré en contact avec lui.

Nous voulons savoir ce qui se passe à un instant précis. Comme le temps n'apparaît pas dans les équations de l'énergie, il faut utiliser l'équation qui décrit la position en fonction du temps,

$$x = A\sin(\omega t + \phi)$$

Afin de calculer la longueur du ressort à $t = 2\text{ s}$, nous devons déterminer la position x du bloc. Nous avons déjà $A = 14{,}0\text{ cm}$ = 0,14 m et $\omega = 10\text{ rad/s}$. Il ne reste plus qu'à trouver la constante de phase ϕ.

Dans la **situation 3**, nous avons obtenu l'équation

$$A\sin\phi = (0{,}098\text{ m})$$

d'où

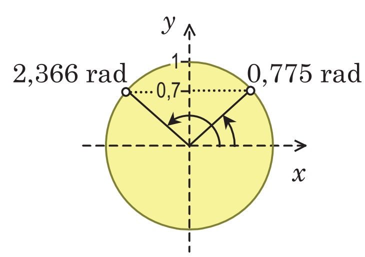
$$\sin\phi = \frac{(0{,}098\text{ m})}{A} = \frac{(0{,}098\text{ m})}{(0{,}14\text{ m})} = 0{,}7$$

D'après la calculatrice, une valeur possible de ϕ est

$$\arcsin(0{,}7) = 0{,}775\text{ rad}$$

D'après le cercle trigonométrique (schéma ci-contre), l'autre valeur possible pour ϕ (dans l'intervalle entre 0 et 2π rad) est

$$\pi - 0{,}775 = 2{,}367\text{ rad}$$



Si on remplace $\phi = 0{,}775$ rad dans l'équation pour la vitesse, $v_x = A\omega\cos(\omega t + \phi)$, on obtient $v_x = 1$ m/s à $t = 0$, ce qui est incorrect. Si on remplace $\phi = 2{,}367$ rad, on obtient la bonne vitesse : $v_x = -1$ m/s. Ainsi, l'équation qui décrit le MHS du bloc est

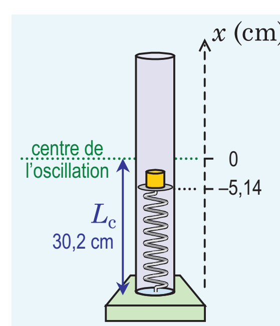
$$x = 0{,}14\sin(10t + 2{,}367)$$

où x est en mètres, t est en secondes et la phase est exprimée en radians. À $t = 2$ s,

$$x = 0{,}14\sin\big((10 \times 2) + 2{,}367\big) = -0{,}0514\text{ m}$$

Dans la **situation 2**, nous avons déterminé que la longueur du ressort à la position d'équilibre est $L_c = 30{,}2\text{ cm}$ (schéma ci-contre). Ainsi, la longueur du ressort lorsque le bloc est en $x = -5{,}14$ cm est

$$L = L_c + x = (30{,}2\text{ cm}) + (-5{,}14\text{ cm}) \quad \Rightarrow \quad \boxed{L = 25{,}1\text{ cm}}$$



QUESTIONS

Q1. Expliquez comment déterminer la position centrale de l'oscillation verticale d'un système bloc-ressort si l'on connaît la masse du bloc et la constante de rappel du ressort.

Q2. Vrai ou faux ? Un système bloc-ressort possède une certaine fréquence angulaire lorsqu'il oscille à l'horizontale ; s'il oscille à la verticale, la force de gravité fait en sorte que la fréquence angulaire augmente.

DÉMONSTRATIONS

D1. Considérez un axe x vertical dont l'origine coïncide avec la position d'équilibre d'un système bloc-ressort vertical. Démontrez que la composante selon x de la force résultante qui agit sur le bloc est donnée par

$$\sum F_x = -kx$$

où k est la constante de rappel du ressort.

D2. Démontrez que l'énergie potentielle totale d'un système bloc-ressort en oscillation verticale est nulle au centre de l'oscillation à condition que le zéro de l'énergie potentielle gravitationnelle du bloc soit situé à mi-chemin entre la position d'équilibre du bloc et la position de l'extrémité du ressort quand il est à sa longueur naturelle.

EXERCICES

○ Exercice dont la solution ne requiert ni calculatrice ni algèbre complexe.

RÉCHAUFFEMENT

1.6.1 ***Trouvez la constante de rappel.*** Au laboratoire, une pomme de 0,05 kg accrochée à un ressort vertical effectue une oscillation verticale toutes les 3 s. Quelle est la constante de rappel du ressort ?

1.6.2 ***Trouvez le module du champ gravitationnel.*** Sur une planète inconnue, une pomme immobile accrochée à un ressort vertical l'étire de 10 cm par rapport à sa longueur naturelle. Lorsqu'on donne un élan à la pomme, elle effectue deux oscillations verticales par seconde. Quel est le module du champ gravitationnel à la surface de la planète ?

SÉRIE PRINCIPALE

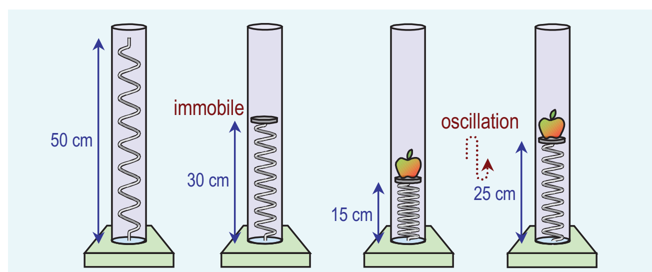
1.6.3 ***Une chute sur un ressort.*** On lâche un bloc de 5 kg initialement immobile : il tombe d'une hauteur de 1,5 m et entre en contact avec l'extrémité supérieure d'un ressort vertical dont la longueur naturelle est de 2,5 m et dont la constante de rappel est de 120 N/m. (L'extrémité inférieure du ressort est fixée au sol.) On a appliqué un peu de colle sous le bloc : par conséquent, il demeure collé au ressort et il oscille verticalement. Calculez **(a)** le module de la vitesse du bloc lorsqu'il entre en contact avec le ressort ; **(b)** la période de l'oscillation ; **(c)** la longueur du ressort lorsque le bloc passe à la position centrale de l'oscillation ; **(d)** l'amplitude de l'oscillation ; **(e)** les longueurs minimale et maximale du ressort lorsque le bloc oscille.

1.6.4 ***En revenant de Mars.*** Sur Mars (g = 3,72 N/kg), une pomme accrochée à un ressort vertical oscille verticalement avec une période de 0,35 s. Quelle sera la fréquence angulaire de l'oscillation si on déménage le montage sur Terre (g = 9,8 N/kg) ?

1.6.5 ***Yolande au gymnase.*** Un ressort est suspendu au plafond du gymnase : à l'extrémité inférieure du ressort se trouve un anneau de masse négligeable qui permet de s'y agripper. Lorsque personne n'est accroché au ressort, l'anneau est à 4 m du plafond. Yolande (m = 80 kg) se pend à l'anneau et oscille verticalement : au point le plus élevé de l'oscillation, l'anneau est à 5,5 m du plafond ; au point le plus bas, il est à 6,5 m du plafond. Alors que Yolande est momentanément immobile au point le plus bas de l'oscillation, sa petite nièce Zelda (m = 15 kg) s'accroche à ses jambes. Calculez **(a)** la nouvelle période de l'oscillation et **(b)** la nouvelle distance entre l'anneau et le plafond au point le plus élevé de l'oscillation.

1.6.6 ***Yolande au gymnase, prise 2.*** Répondez à la question **(b)** de l'**exercice 1.6.5** en supposant que c'est la sœur de Zelda, Zoé (m = 20 kg), qui s'accroche aux jambes de Yolande.

○ **1.6.7** ***Le pèse-pomme.*** Un ressort idéal de 50 cm est placé dans un tube vertical sans frottement dont le rôle est de le maintenir en position verticale (schéma ci-dessous). On installe un plateau de 0,18 kg sur le ressort et on observe qu'il demeure immobile, en équilibre, lorsque la longueur du ressort est de 30 cm. On place une pomme sur le plateau et on lui donne une poussée : pendant l'oscillation, la longueur du ressort oscille entre 15 cm et 25 cm. Quelle est la masse de la pomme ?



SÉRIE SUPPLÉMENTAIRE

Pour résoudre les **exercices 1.6.8** à **1.6.10**, la théorie présentée dans la **section 1.5 : Les fonctions trigonométriques inverses et le MHS** est utile.

1.6.8 ***Albert et le laser.*** Albert (m = 90 kg) est debout sur une plate-forme de 10 kg fixée à l'extrémité supérieure d'un ressort dont la constante de rappel est de 400 N/m. La distance entre la plate-forme et le plancher oscille entre 0,8 m et 3,2 m. Lorsque la plate-forme est au plus haut de son oscillation, qu'Albert se met sur la pointe des pieds et qu'il étire les bras vers le haut, le sommet de ses doigts est à 5,5 m au-dessus du plancher. À 5 m au-dessus du plancher, un rayon laser horizontal traverse la pièce en passant au-dessus de la plate-forme. À chaque oscillation, pendant combien de temps Albert est-il capable de toucher au rayon ?

1.6.9 ***Un ressort-trampoline.*** Un ressort vertical dont la constante de rappel est de 2000 N/m est placé sur le plancher du gymnase. En grimpant à une corde, Béatrice (m = 70 kg) se positionne, immobile, au-dessus du ressort : ses pieds sont à 80 cm du sommet du ressort. Elle lâche la corde (vitesse initiale nulle), rebondit sur le ressort et revient à sa hauteur initiale ; comme le ressort est idéal, il n'y a aucune perte d'énergie. **(a)** Quel est le module de la vitesse de Béatrice lorsqu'elle entre en contact avec le ressort ? (On considère Béatrice comme une particule.) **(b)** Tracez, à l'échelle, les graphiques $x(t)$ et $v_x(t)$ de Béatrice pour la portion de son mouvement où elle est en contact avec le ressort, en graduant les axes pour indiquer clairement l'échelle du graphique. **(c)** Combien de temps s'écoule-t-il entre l'instant où Béatrice lâche la corde et celui où elle revient à sa hauteur initiale ?

1.6.10 ***Une union temporaire.*** Un ressort idéal dont la longueur naturelle est de 2,6 m est pendu au plafond. On accroche un bloc **B** de 10 kg au ressort, et on observe que la longueur du ressort est de 4 m lorsque le bloc est immobile, en équilibre. Par en dessous, on lance un bloc **C** de 5 kg enduit de colle : immédiatement avant de frapper le bloc **B**, le bloc **C** se déplace à 6 m/s vers le haut. La collision est parfaitement inélastique : le bloc **C** demeure collé au bloc **B**. **(a)** Quelle distance les blocs parcourent-ils avant de momentanément s'arrêter ? **(b)** Pendant combien de temps les blocs se déplacent-ils avant de momentanément s'arrêter ? **(c)** À quel endroit de l'oscillation le bloc **C** a-t-il le plus tendance à décoller du bloc **B** ? Pourquoi ? **(d)** Si le bloc **C** se décolle à l'endroit déterminé en (c), de quelle distance le bloc **B** remonte-t-il avant de momentanément s'arrêter ?