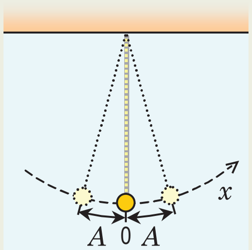
1.4

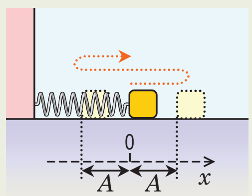
L'énergie et le mouvement harmonique simple

Après l'étude de cette section, le lecteur pourra analyser un mouvement harmonique simple à l'aide du principe de conservation de l'énergie.

Aperçu

Considérons un objet de masse m qui oscille selon un MHS d'amplitude A avec une fréquence angulaire ω (comme c'est le cas sur chacun des schémas ci-dessous).





Il est pratique de poser que l'énergie potentielle U est égale à zéro au centre de l'oscillation. Dans ce cas,

$$\boxed{U = \tfrac{1}{2} m\omega^2 x^2}$$ **Énergie potentielle pour un MHS**

où x est la position de l'objet par rapport au centre de l'oscillation.

Aux extrémités de l'oscillation, lorsque $x = \pm A$, l'objet est momentanément immobile : l'énergie cinétique

$$K = \tfrac{1}{2} m v^2$$

est nulle et l'énergie mécanique

$$E = K + U$$

est entièrement sous forme potentielle. Par conséquent, l'énergie mécanique est

$$\boxed{E = \tfrac{1}{2} m\omega^2 A^2}$$ **Énergie mécanique pour un MHS**

Dans le cas particulier d'un système bloc-ressort, nous avons vu à la **section 1.2 : La dynamique du mouvement harmonique simple** que $m\omega^2$ est égal à k, la constante de rappel du ressort. Ainsi, pour un système bloc-ressort,

$$U = \tfrac{1}{2} k x^2 \qquad \text{et} \qquad E = \tfrac{1}{2} k A^2$$

Exposé

Dans le **tome A**, au **chapitre 3 : Principes de conservation**, nous avons défini l'énergie cinétique, l'énergie potentielle du ressort, l'énergie potentielle gravitationnelle et l'énergie mécanique (tableau ci-contre). Dans cette section, nous allons utiliser le concept d'énergie pour analyser le mouvement harmonique simple.

énergie cinétique	$K = \frac{1}{2} m v^2$
énergie potentielle du ressort	$U_r = \frac{1}{2} k e^2$
énergie potentielle gravitationnelle	$U_g = mgy$
énergie mécanique	$E = K + U$

Dans la **section 1.2 : La dynamique du mouvement harmonique simple**, nous avons vu que la même équation générale,

$$\sum F_x = -m\omega^2 x$$

permet d'analyser aussi bien la dynamique d'un système bloc-ressort que celle d'un pendule. Du point de vue de l'énergie, il existe également des équations générales qui permettent de calculer l'énergie pour n'importe quel système possédant un MHS.

La première de ces équations est

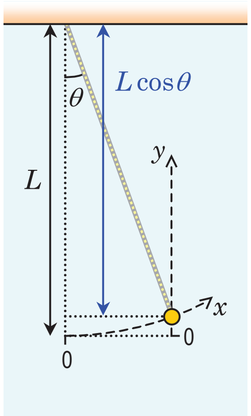
$$\boxed{U = \tfrac{1}{2} m\omega^2 x^2}$$ **Énergie potentielle pour un MHS**

où m est la masse de l'objet qui oscille, ω est la fréquence angulaire naturelle de l'oscillation et x est la position de l'objet le long d'un axe qui suit sa trajectoire, mesurée par rapport au *centre* de l'oscillation. D'après cette équation, l'énergie potentielle est nulle au centre de l'oscillation : $U = 0$ quand $x = 0$.

Pour un système bloc-ressort oscillant à l'horizontale, il est facile de montrer que l'équation $U = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$ s'applique : en effet, la fréquence naturelle de l'oscillation est $\omega = \sqrt{k/m}$, d'où

$$U = \tfrac{1}{2}m\omega^2x^2 = \tfrac{1}{2}m\left(\frac{k}{m}\right)x^2 = \tfrac{1}{2}kx^2$$

Or, dans cette situation, $x = e$: on retrouve ainsi l'équation $U = \frac{1}{2}ke^2$ qui donne l'énergie potentielle d'un ressort.



Pour un pendule (schéma ci-contre), l'énergie potentielle est gravitationnelle : $U = mgy$. Lorsque la corde de longueur L fait un angle θ avec la verticale, la hauteur y de la bille par rapport à sa hauteur lorsqu'elle est au centre de l'oscillation est

$$y = L - L\cos\theta = L(1 - \cos\theta)$$

Pour que le pendule oscille selon un MHS, l'angle θ doit demeurer petit par rapport à 1 rad, ce qui permet d'utiliser l'approximation

$$\cos\theta \approx 1 - \tfrac{1}{2}\theta^2$$

L'approximation ci-contre est démontrée dans la **sous-section M6.2 : Les approximations du petit angle** de l'annexe mathématique.

pour obtenir

$$y = L\left(1 - (1 - \tfrac{1}{2}\theta^2)\right) = \tfrac{1}{2}L\theta^2$$

(l'approximation est vraie à condition que l'angle θ soit exprimé en radians). D'après la définition d'un angle en radians, la position x de la bille le long de l'axe x courbe qui suit sa trajectoire est

$$x = L\theta$$

d'où

$$\theta = \frac{x}{L}$$

et

$$y = \tfrac{1}{2}L\left(\frac{x}{L}\right)^2 = \tfrac{1}{2}\frac{x^2}{L}$$

L'énergie potentielle gravitationnelle est

$$U = mgy = mg\left(\tfrac{1}{2}\frac{x^2}{L}\right) = \tfrac{1}{2}m\frac{g}{L}x^2$$

Comme la fréquence angulaire naturelle du pendule est $\omega = \sqrt{g/L}$, on obtient, encore une fois,

$$U = \tfrac{1}{2}m\omega^2x^2$$

On peut démontrer de manière plus générale que l'équation $U = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$ s'applique à tout MHS en prenant comme point de départ la définition dynamique du MHS, $\sum F_x = -m\omega^2 x$, et en utilisant le fait que la relation entre la force et l'énergie potentielle est

$$F_x = -\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x}$$

(voir la **section 3.5 : Les forces conservatives** du **tome A**). Ainsi, la fonction $U(x)$ qui décrit l'énergie potentielle d'un MHS est telle que

$$-\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x} = -m\omega^2 x \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x} = m\omega^2 x$$

Comme $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}x^2 = 2x$, la fonction en question est

$$U = \frac{1}{2}m\omega^2x^2 + C$$

où C est une constante arbitraire. Si l'on pose que l'énergie potentielle U est égale à 0 au centre de l'oscillation, la constante C est égale à 0 et on obtient $U = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$.

La seconde équation générale qui permet de décrire n'importe quel MHS du point de vue de l'énergie est

$$\boxed{E = \frac{1}{2}m\omega^2A^2}$$

Énergie mécanique pour un MHS

Par définition, l'énergie mécanique E est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle :

Il est important de ne pas confondre l'énergie cinétique (K majuscule) et la constante de rappel du ressort (k minuscule).

$$E = K + U$$

Aux extrémités de l'oscillation, lorsque $x = \pm A$, l'énergie potentielle est

$$U = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

Comme l'objet est momentanément immobile, son énergie cinétique est nulle, et l'énergie mécanique est égale à l'énergie potentielle, ce qui permet de conclure que $E = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$. On peut arriver à la même conclusion d'une autre manière en notant que l'énergie potentielle est nulle au centre de l'oscillation, ce qui fait en sorte que l'énergie mécanique est égale à l'énergie cinétique

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Or, dans la **section 1.1 : Les oscillations**, nous avons vu que le module de la vitesse de l'objet possède sa valeur maximale au centre de l'oscillation :

$$v = v_{\text{max}} = A\omega$$

Ainsi, l'énergie cinétique au centre de l'oscillation est

$$K = \frac{1}{2}m(A\omega)^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

ce qui permet de conclure, encore une fois, que l'énergie mécanique est

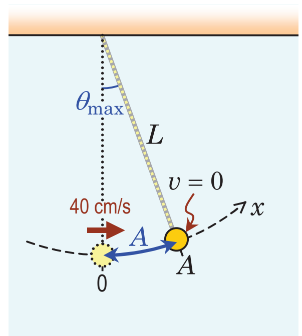
$$E = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

En raison du principe de conservation de l'énergie, l'énergie mécanique E possède la même valeur en tout point de l'oscillation (tableau ci-dessous).

	x	v_x	$K = \frac{1}{2}mv^2$	$U = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$	$E = K + U$
centre de l'oscillation	0	$\pm A\omega$	$\frac{1}{2}m(A\omega)^2$	0	$\frac{1}{2}m\omega^2 A^2$
extrémités de l'oscillation	$\pm A$	0	0	$\frac{1}{2}m\omega^2 A^2$	$\frac{1}{2}m\omega^2 A^2$

Situation 1 : *L'énergie d'un pendule.* Une bille est accrochée à l'extrémité d'une corde de 50 cm de longueur afin de former un pendule. Sachant que la bille se déplace à 40 cm/s lorsqu'elle passe au point le plus bas de sa trajectoire, on désire déterminer **(a)** l'amplitude de l'oscillation (c'est-à-dire la distance parcourue par la bille le long de sa trajectoire entre le centre de l'oscillation et l'une des deux extrémités) ; **(b)** l'angle maximal que fait la corde avec la verticale ; **(c)** le module de la vitesse de la bille lorsque la corde fait un angle de 5° avec la verticale.

En **(a)**, nous voulons déterminer l'amplitude A du mouvement de la bille (schéma ci-contre). La longueur du pendule est $L = 0{,}5$ m . D'après la théorie présentée dans la **section 1.2 : La dynamique du mouvement harmonique simple**, la fréquence angulaire est



Il est possible d'analyser cette situation en utilisant les techniques que nous avons présentées dans le **tome A**, à la **section 3.4 : Le principe de conservation de l'énergie** : en effet, l'énergie potentielle gravitationnelle au point le plus haut de la trajectoire est égale à l'énergie cinétique au point le plus bas, ce qui permet de calculer Δy, la variation de la hauteur de la bille, puis, par géométrie, l'amplitude A. Toutefois, la théorie du MHS permet d'obtenir l'amplitude beaucoup plus rapide ment.

$$\omega = \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{\frac{(9{,}8\ \text{N/kg})}{(0{,}5\ \text{m})}} = 4{,}427\ \text{rad/s}$$

Au point le plus bas de la trajectoire, le module de la vitesse de la bille est $v = 0{,}4$ m/s : il s'agit, bien sûr, de la vitesse maximale de la bille. Ainsi,

$$v_{max} = A\omega$$

$$A = \frac{v_{max}}{\omega} = \frac{(0{,}4\ \text{m/s})}{(4{,}427\ \text{rad/s})} = 0{,}09035\ \text{m}$$

$$\boxed{A = 9{,}04\ \text{cm}}$$

En **(b)**, nous voulons déterminer l'angle θ_{max} entre la corde et la verticale au point le plus élevé de l'oscillation. Nous pouvons appliquer directement la définition d'un angle en radians :

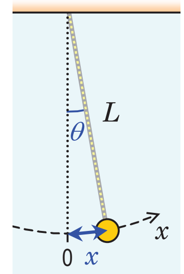
$$\theta_{max} = \frac{A}{L} = \frac{(0{,}09035\ \text{m})}{(0{,}5\ \text{m})} = 0{,}1807\ \text{rad}$$

ce qui correspond, en degrés, à

$$\theta_{max} = 0{,}1807\ \text{rad} \times \frac{360°}{2\pi\ \text{rad}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\theta_{max} = 10{,}4°}$$

Comme il s'agit d'un angle inférieur à 15°, il était justifié d'utiliser la théorie du MHS pour analyser l'oscillation.

En **(c)**, nous voulons déterminer le module de la vitesse de la bille lorsque l'angle entre la corde et la verticale est $\theta = 5°$ (schéma ci-contre), ce qui correspond, en radians, à



$$\theta = 5° \times \frac{2\pi \text{ rad}}{360°} = 0{,}08727 \text{ rad}$$

Par la définition d'un angle en radians, la position de la bille est

$$\theta = \frac{x}{L} \qquad \Rightarrow \qquad x = L\theta = (0{,}5 \text{ m})(0{,}08727 \text{ rad}) = 0{,}04364 \text{ m}$$

Lorsqu'on analyse un MHS à l'aide de l'énergie, il est habituellement utile de commencer par écrire l'équation $E = K + U$, puis de remplacer chacune des énergies par son expression équivalente :

$$E = K + U$$
$$\tfrac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

En divisant tous les termes par $\frac{1}{2}m$, nous obtenons

On remarque que la masse disparaît de l'équation, ce qui est une bonne chose, car elle n'était pas spécifiée dans l'énoncé.

$$\omega^2 A^2 = v^2 + \omega^2 x^2$$

d'où

$$\begin{aligned} v^2 &= \omega^2 A^2 - \omega^2 x^2 \\ &= \omega^2 (A^2 - x^2) \end{aligned}$$

et

Comme le module v de la vitesse est nécessairement positif, nous avons omis le signe $\pm$ devant la racine carrée.

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\omega^2 (A^2 - x^2)} \\ &= \omega\sqrt{(A^2 - x^2)} \\ &= (4{,}427 \text{ rad/s})\sqrt{(0{,}09035 \text{ m})^2 - (0{,}04364 \text{ m})^2} \\ &= 0{,}3502 \text{ m/s} \end{aligned}$$

ou encore

$$\boxed{v = 35{,}0 \text{ cm/s}}$$

L'énergie mécanique d'un système bloc-ressort

Dans la **section 1.2 : La dynamique du mouvement harmonique simple**, nous avons vu que, dans le cas particulier d'un système bloc-ressort sans frottement oscillant à l'horizontale,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \Leftrightarrow \qquad k = m\omega^2$$

Ainsi, les équations générales

À la **section 1.6 : L'oscillation verticale d'un système bloc-ressort**, nous verrons que ces équations s'appliquent également lorsque le système bloc-ressort oscille à la verticale, à condition de poser que l'énergie potentielle du système est nulle à la position centrale de l'oscillation.

$$U = \tfrac{1}{2}m\omega^2 x^2 \qquad \text{et} \qquad E = \tfrac{1}{2}m\omega^2 A^2$$

qui s'appliquent à tout MHS, deviennent

$$U = \tfrac{1}{2}kx^2 \qquad \text{et} \qquad E = \tfrac{1}{2}kA^2$$

Situation 2 : *L'énergie d'un système bloc-ressort oscillant à l'horizontale.* Un système bloc-ressort oscille à l'horizontale : la masse du bloc est de 1,5 kg, et la constante de rappel du ressort est de 500 N/m. À un instant donné, le ressort est étiré de 20 cm et le bloc se déplace à 2 m/s. On désire déterminer **(a)** l'amplitude de l'oscillation ; **(b)** l'étirement du ressort lorsque l'énergie potentielle est égale à la moitié de l'énergie cinétique ; **(c)** le module de la vitesse du bloc lorsque l'énergie cinétique est égale à trois fois l'énergie potentielle.

Il est possible de répondre à la question **(a)** sans passer par l'énergie, mais cela est relativement ardu : il faut d'abord réaliser que la réponse ne peut dépendre de la constante de phase, ce qui permet d'écrire $x = A\sin(\omega t)$; il faut ensuite dériver pour trouver l'équation correspondante pour v_x, remplacer ω par $\sqrt{k/m}$ dans les équations pour x et v_x, puis finalement résoudre un système de deux équations à deux inconnues (A et t). Par l'énergie, la solution est beaucoup plus simple.

En **(a)**, nous voulons déterminer l'amplitude de l'oscillation. Nous avons $m = 1{,}5\ \text{kg}$, $k = 500\ \text{N/m}$, $x = 20\ \text{cm} = 0{,}2$ m et $v = 2\ \text{m/s}$. Comme pour la **situation 1**, nous allons commencer par écrire l'équation $E = K + U$, puis remplacer chacune des énergies par son expression équivalente :

$$\begin{aligned} E &= K + U \\ \tfrac{1}{2}kA^2 &= \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}kx^2 \\ A^2 &= \frac{\tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}kx^2}{\tfrac{1}{2}k} = \frac{mv^2}{k} + x^2 \end{aligned}$$

d'où

$$A = \sqrt{\frac{mv^2}{k} + x^2} = \sqrt{\frac{(1{,}5\ \text{kg})(2\ \text{m/s})^2}{(500\ \text{N/m})} + (0{,}2\ \text{m})^2} = 0{,}2280\ \text{m} \quad \Rightarrow \quad \boxed{A = 22{,}8\ \text{cm}}$$

Comme l'amplitude est, par définition, un paramètre positif, nous avons omis le signe ± devant la racine carrée.

En **(b)**, nous voulons déterminer l'étirement e du ressort, qui est égal à la position x du bloc, puisqu'il s'agit d'une oscillation horizontale. Nous savons que l'énergie potentielle est égale à la moitié de l'énergie cinétique, ce qui s'écrit

$$U = \tfrac{1}{2}K \qquad \text{ou} \qquad K = 2U$$

Comme nous voulons déterminer x et que ce paramètre apparaît dans l'expression pour U, il est utile de garder U et de remplacer K en fonction de U :

$$\begin{aligned} E &= K + U = 2U + U = 3U \\ \tfrac{1}{2}kA^2 &= 3 \times \tfrac{1}{2}kx^2 \\ A^2 &= 3x^2 \\ x &= \pm\sqrt{\frac{A^2}{3}} = \pm\frac{A}{\sqrt{3}} = \pm\frac{(0{,}2280\ \text{m})}{1{,}732} = \pm 0{,}1316\ \text{m} \end{aligned}$$

Ainsi,

$$\boxed{e = \pm 13{,}2\ \text{cm}}$$

Le signe ± signifie que l'énergie potentielle est égale à la moitié de l'énergie cinétique lorsque le ressort est *allongé* de 13,2 cm, mais aussi lorsqu'il est *comprimé* de 13,2 cm.

En **(c)**, l'énergie cinétique est égale à trois fois l'énergie potentielle, ce qui s'écrit

$$K = 3U \qquad \text{ou} \qquad U = \tfrac{1}{3}K$$

Comme nous cherchons le module v de la vitesse du bloc et que ce paramètre apparaît dans l'expression pour K, il est utile de garder K et de remplacer U en fonction de K :

Comme le module v de la vitesse est nécessairement positif, nous avons omis le signe $\pm$ devant la racine carrée.

$$E = K + U = K + \tfrac{1}{3}K = \tfrac{4}{3}K$$

$$\tfrac{1}{2}kA^2 = \tfrac{4}{3} \times \tfrac{1}{2}mv^2$$

$$kA^2 = \tfrac{4}{3}mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{3kA^2}{4m}} = \sqrt{\frac{3 \times (500\ \text{N/m})(0{,}2280\ \text{m})^2}{4 \times (1{,}5\ \text{kg})}}$$

$$\boxed{v = 3{,}60\ \text{m/s}}$$

QUESTION

Q1. Au centre de l'oscillation, l'énergie mécanique d'un système bloc-ressort est entièrement constituée d'énergie ________________ ; aux extrémités de l'oscillation, elle est entièrement constituée d'énergie ________________.

DÉMONSTRATION

D1. Un bloc de masse m oscille avec une amplitude A à l'extrémité d'un ressort dont la constante de rappel est égale à k. Démontrez que les deux équations permettant de calculer l'énergie mécanique,

$$E = \tfrac{1}{2} m\omega^2 A^2 \qquad \text{et} \qquad E = \tfrac{1}{2} kA^2$$

sont équivalentes.

EXERCICES

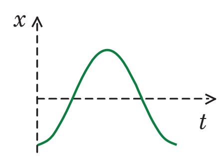
○ Exercice dont la solution ne requiert ni calculatrice ni algèbre complexe.

Dans les exercices, on suppose que, au centre de l'oscillation, la position x et l'énergie potentielle sont nulles. Lorsqu'on spécifie l'équation $x(t)$ d'un MHS à l'aide de valeurs numériques, x est en mètres, t est en secondes et la phase est en radians.

RÉCHAUFFEMENT

○ **1.4.1** ***La conservation de l'énergie.*** Considérons un système bloc-ressort en oscillation horizontale sur une surface sans frottement. À $t = 0$, l'énergie cinétique du bloc est de 4 J et l'énergie potentielle du ressort est de 5 J. **(a)** Quelle est l'énergie cinétique du bloc lorsqu'il passe à la position centrale de l'oscillation ? **(b)** Quelle est l'énergie potentielle du ressort lorsque le bloc est à la plus grande distance du centre de l'oscillation ?

○ **1.4.2** ***Les graphiques de l'énergie.*** Un système bloc-ressort horizontal oscille selon un MHS : la position du bloc en fonction du temps est représentée sur le schéma ci-contre. Tracez qualitativement, l'un en dessous de l'autre, les graphiques de l'énergie cinétique du bloc, de l'énergie potentielle du ressort et de l'énergie mécanique du système en fonction du temps.



1.4.3 ***L'énergie d'un système bloc-ressort.*** Dans un système bloc-ressort en oscillation horizontale, la constante de rappel du ressort est de 200 N/m, et l'amplitude de l'oscillation est de 30 cm. Déterminez **(a)** l'énergie mécanique du système ; **(b)** l'énergie potentielle lorsque $x = -20$ cm ; **(c)** l'énergie cinétique lorsque $x = 10$ cm.

1.4.4 ***L'énergie d'un système bloc-ressort, prise 2.*** Dans un système bloc-ressort en oscillation horizontale, la constante de rappel du ressort est de 50 N/m et la fréquence est de 2 Hz. À un instant donné, l'énergie cinétique est de 0,2 J et l'énergie potentielle de 0,6 J. Déterminez **(a)** la position x du bloc lorsque l'énergie potentielle est égale à l'énergie cinétique ; **(b)** l'amplitude de l'oscillation ; **(c)** la masse du bloc.

1.4.5 ***L'énergie d'un pendule.*** La vitesse de la bille d'un pendule de 90 cm de longueur est de 30 cm/s lorsque la corde est inclinée à 6° par rapport à la verticale. Déterminez **(a)** le module de la vitesse de la bille lorsque la corde est inclinée de 8° par rapport à la verticale et **(b)** l'angle maximal que fait la corde avec la verticale pendant l'oscillation.

SÉRIE PRINCIPALE

1.4.6 ***L'énergie d'un système bloc-ressort, prise 3.*** Dans un système bloc-ressort en oscillation horizontale, la masse du bloc est de 200 g et la période est de 1,5 s. Lorsque le bloc est à la position $x = -0{,}5$ m, l'énergie cinétique est égale à la moitié de l'énergie potentielle. Déterminez **(a)** l'énergie mécanique du système ; **(b)** l'amplitude de l'oscillation ; **(c)** la position x du bloc lorsque le module de la vitesse est de 2 m/s.

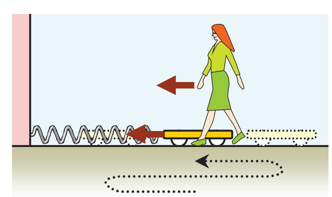
1.4.7 ***L'énergie d'un système bloc-ressort, prise 4.*** Un système bloc-ressort oscille horizontalement selon un axe x. Le ressort a une constante de rappel de 2 N/m et le bloc a une masse de 250 g. À un instant donné, le ressort est comprimé de 15 cm et le bloc se déplace à 20 cm/s. Déterminez **(a)** l'étirement du ressort lorsque l'énergie potentielle est égale à deux fois l'énergie cinétique ; **(b)** la composante selon x de la vitesse du bloc lorsque l'énergie cinétique est égale au tiers de l'énergie potentielle.

1.4.8 ***La vitesse à une certaine position.*** Un bloc a une masse de 300 g et sa position en fonction du temps est

$$x = 0{,}2 \sin(1{,}5t + 3)$$

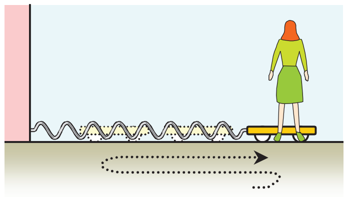
Déterminez la composante selon x de sa vitesse lorsqu'il se trouve à la position $x = 0{,}14$ m.

1.4.9 ***La vitesse d'un pendule.*** On incline la corde d'un pendule de 0,15 rad (par rapport à la verticale) et on le lâche (vitesse initiale nulle). Lorsque la corde est inclinée à 0,1 rad par rapport à la verticale, la bille du pendule se déplace à 12 cm/s. **(a)** Quelle est la longueur de la corde ? **(b)** Quel est le module de la vitesse de la bille lorsque la corde est inclinée à 0,05 rad par rapport à la verticale ?



1.4.10 ***Béatrice et la plate-forme harmonique simple.*** Une plate-forme à roulettes de 50 kg est accrochée à un ressort horizontal dont la constante de rappel est de 18 N/m : l'autre extrémité du ressort est fixée au mur. Le frottement entre la plate-forme et le plancher est négligeable. On éloigne la plate-forme du mur afin d'allonger le ressort de 2 m, puis on la lâche (vitesse initiale nulle). Béatrice, dont la masse est de 70 kg, marche à côté de la plate-forme en s'efforçant d'aller à la même vitesse ; quand la plate-forme est au centre de l'oscillation, elle monte dessus (schéma ci-dessus). **(a)** Déterminez l'amplitude et la période d'oscillation une fois que Béatrice est sur la plate-forme. **(b)** Calculez l'énergie mécanique de Béatrice et de la plate-forme avant qu'elle n'y monte et une fois qu'elle y est montée. Si l'énergie mécanique totale n'est pas conservée, expliquez pourquoi.

1.4.11 ***Béatrice et la plate-forme harmonique simple, prise 2.*** Répondez de nouveau aux questions de l'**exercice 1.4.10**, mais en supposant, cette fois, que Béatrice attend, immobile, à côté de l'endroit où la plate-forme se trouve lorsque la longueur du ressort est maximale (schéma ci-contre) ; quand la plate-forme passe par cet endroit, elle y monte.



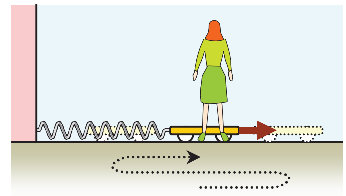
SÉRIE SUPPLÉMENTAIRE

1.4.12 ***La position pour une certaine vitesse.*** Un bloc oscille à l'extrémité d'un ressort dont la constante de rappel est de 32 N/m ; sa position en fonction du temps est

$$x = 0{,}2\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Déterminez la position x lorsque $v_x = -0{,}3$ m/s.

1.4.13 ***Béatrice et la plate-forme harmonique simple, prise 3.*** Répondez de nouveau aux questions de l'**exercice 1.4.10**, mais en supposant, cette fois, que Béatrice attend, immobile, à côté de l'endroit où la plate-forme se trouve lorsqu'elle passe par la position centrale de l'oscillation (schéma ci-contre) ; quand la plate-forme passe par cet endroit, elle y monte.



1.4.14 ***Le retour du pendule balistique.*** Un pendule constitué d'une corde de 2 m de longueur et d'un cube de bois de 5 kg est immobile. Une balle de fusil de 10 g voyageant horizontalement à 400 m/s pénètre dans le bloc et s'y incruste. En supposant que le temps que prend la balle pour s'immobiliser dans le bloc est négligeable, calculez l'intervalle de temps entre l'impact de la balle et le premier instant où le pendule est au point le plus élevé de sa trajectoire.