Ce document présente un bref rappel de certaines notions que vous avez probablement vues au secondaire et qui seront utilisées dans le cours Physique NYA : Mécanique.

Première partie : révision mathématique basée sur l'annexe mathématique du livre Physique XXI

M1
Les opérations de base

M1.1 Addition, multiplication et division de fractions

Lorsqu'on multiplie deux fractions, on peut multiplier les numérateurs entre eux et faire de même pour les dénominateurs :

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$$

Lorsqu'on additionne deux fractions qui ont le même dénominateur, les numérateurs s'additionnent et le dénominateur demeure inchangé :

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$$

Lorsque les fractions à additionner n'ont pas le même dénominateur, il faut d'abord rendre les dénominateurs communs en multipliant chaque fraction par un facteur égal à 1 (ce qui ne modifie pas la valeur de la fraction) :

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\left(\frac{a}{b}\times\frac{d}{d}\right)+\left(\frac{c}{d}\times\frac{b}{b}\right)=\frac{ad}{bd}+\frac{cb}{bd}=\frac{ad+cb}{bd}$$

Diviser par une fraction revient à multiplier par la fraction inverse :

$$\frac{a}{\left(\frac{b}{c}\right)}=a\times\frac{c}{b}=\frac{ac}{b}$$

M1.2 Les systèmes d'équations

Les règles de la sous-section précédente sont utiles lorsqu'on désire isoler un paramètre inconnu dans une équation dont les autres paramètres sont connus. Par exemple, si on a l'équation

$$11=2x+3$$

on peut déterminer l'inconnue x :

$$11-3=2x \quad\Rightarrow\quad 8=2x \quad\Rightarrow\quad x=\frac{8}{2}=4$$

Lorsqu'on a un système de *deux* équations, on peut déterminer *deux* paramètres inconnus. Par exemple, si on a le système d'équations

$$4x+5y=9 \ \textbf{(i)} \qquad \text{et} \qquad x+2y=0 \ \textbf{(ii)}$$

on peut déterminer x et y. On commence par isoler une des inconnues dans une des équations, puis on la remplace dans l'autre. Lorsqu'une équation est plus simple que l'autre, il est suggéré d'isoler une inconnue dans l'équation la plus simple et de la remplacer dans l'autre équation. Ici, comme l'équation **(ii)** est plus simple, on peut isoler x,

$$x=-2y \qquad \textbf{(ii')}$$

puis insérer ce résultat dans l'équation **(i)** :

$$4(-2y)+5y=9$$

Cela permet de trouver y :

$$-8y+5y=9 \quad\Rightarrow\quad -3y=9 \quad\Rightarrow\quad y=\frac{-9}{3}=-3$$

En revenant à l'équation **(ii′)**, on peut trouver x :

$$x=-2y=-2(-3)=6$$

M2
Les exposants et la notation scientifique

M2.3 La notation scientifique

En combinant un signe + ou –, un nombre entre 1 et 10 et une puissance entière de 10, on peut exprimer n'importe quelle valeur numérique en **notation scientifique** :

$$\begin{aligned} 5\times10^0 &= 5\\ -2{,}5\times10^1 &= -25\\ 1\times10^4 &= 10^4 = 10\,000\\ -3{,}78\times10^6 &= -3\,780\,000\\ 1\times10^{-1} &= 10^{-1}=0{,}1\\ -5{,}940\,6\times10^{-3} &= -0{,}005\,940\,6\\ 8{,}00\times10^{-5} &= 0{,}000\,080\,0 = 0{,}000\,08 \end{aligned}$$

(Pour faciliter la lecture des nombres qui contiennent beaucoup de chiffres, il est suggéré de laisser un petit espace après chaque série de trois chiffres.) La notation scientifique permet d'écrire des valeurs numériques très grandes ou très petites sans avoir besoin d'utiliser un très grand nombre de zéros.

M2.5 La multiplication des binômes

La multiplication de deux binômes (addition de deux termes) génère quatre termes :

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

L'identité du **carré parfait**,

$$\boxed{a^2+2ab+b^2=(a+b)^2}$$ Carré parfait

découle de la multiplication de deux binômes identiques :

$$(a+b)^2=(a+b)(a+b)=aa+ab+ba+bb=a^2+2ab+b^2$$

L'identité de la **différence des carrés**,

$$\boxed{a^2-b^2=(a+b)(a-b)}$$ Différence des carrés

découle du cas particulier

$$(a+b)(a-b)=aa-ab+ba-bb=a^2-b^2$$

M2.6 Les solutions de l'équation quadratique

Les solutions de l'**équation quadratique**

$$ax^2+bx+c=0$$

sont

$$\boxed{ax^2+bx+c=0 \;\Rightarrow\; x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$$

Solutions de l'équation quadratique

(On suppose, bien sûr, que $a \neq 0$.)

Le nombre de solutions réelles dépend de la valeur du **déterminant** b^2-4ac. Lorsque le déterminant b^2-4ac est égal à zéro, il y a une seule solution :

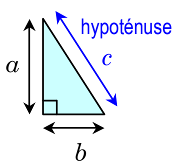
$$x=-\frac{b}{2a}$$

Lorsque le déterminant b^2-4ac est négatif, il n'y a pas de solution réelle, car la parenthèse au carré ne peut pas être égale à un nombre négatif. Lorsque le déterminant b^2-4ac est positif, la présence du ± fait en sorte qu'il y a deux solutions réelles.

M4
La géométrie de base

M4.2 Le théorème de Pythagore

Un **triangle rectangle** est un triangle qui possède un angle droit (schéma ci-contre). D'après le **théorème de Pythagore**, le carré de la longueur de l'**hypoténuse** (le côté opposé à l'angle droit) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés :



$$\boxed{c^2=a^2+b^2}$$

Théorème de Pythagore

M4.3 Le cercle et la sphère

Par définition, le nombre

$$\pi = 3{,}141\,592\,653\ldots$$

correspond au rapport de la circonférence C d'un cercle sur son diamètre D. Comme le diamètre est égal à deux fois le rayon r,

$$\pi=\frac{C}{D}=\frac{C}{2r}$$

d'où

$$\boxed{C=2\pi r}$$

Circonférence d'un cercle

L'aire d'un cercle de rayon r est

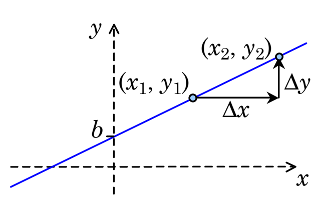
$$\boxed{A=\pi r^2}$$

Aire d'un cercle

Il est intéressant de remarquer que la circonférence, étant une longueur, est proportionnelle au rayon r ; l'aire d'un cercle, étant une surface, est proportionnelle au carré de r.

M4.4 L'équation d'une droite

Sur un graphique de y en fonction de x, une droite (schéma ci-contre) est décrite par l'équation



$$\boxed{y=mx+b}$$

Équation d'une droite

La valeur de b correspond à l'**ordonnée à l'origine** (la valeur de y lorsque $x=0$). La valeur de m correspond à la **pente** de la droite :

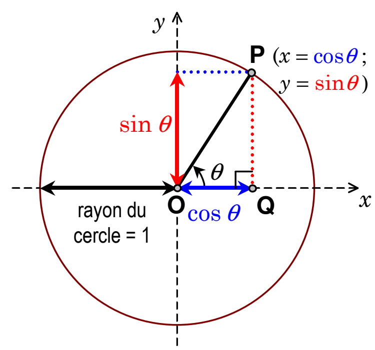
$$\boxed{m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}}$$

Pente d'une droite

M5
Les fonctions trigonométriques

M5.1 Le sinus, le cosinus et la tangente

Le **cercle trigonométrique** (schéma ci-dessous) est un cercle dont le rayon est égal à 1 et dont le centre coïncide avec l'origine d'un système d'axes xy (le plan xy est purement mathématique : les axes ne possèdent pas d'unité physique). Un segment part de l'origine **O** et rejoint le cercle au point **P** : il est incliné d'un angle θ mesuré dans le sens antihoraire à partir de la portion positive de l'axe x.

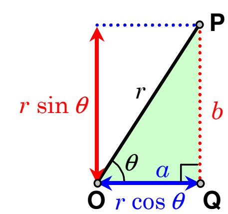


Par définition, sin θ (le **sinus** de l'angle θ) correspond à la coordonnée y du point **P**, et cos θ (le **cosinus** de l'angle θ) correspond à la coordonnée x :

$$\sin\theta = y$$

$$\cos\theta = x$$

On peut obtenir le schéma ci-contre en modifiant le schéma précédent : au lieu d'être égal à 1, le segment **OP** possède une longueur quelconque r. Cela revient à multiplier toutes les dimensions du triangle **OQP** par r.



Le triangle **OQP** est un triangle rectangle (l'angle au sommet **Q** est de 90°). Le segment **OP**, de longueur r, est l'hypoténuse du triangle. Comme la longueur du **côté adjacent** à l'angle θ (segment **OQ**) est

$$a = r\cos\theta$$

le cosinus de l'angle θ est égal au rapport de la longueur a du côté adjacent à θ sur la longueur r de l'hypoténuse :

$$\cos\theta=\frac{a}{r} \quad\Rightarrow\quad \boxed{\cos\theta=\frac{\text{côté adjacent à }\theta}{\text{hypoténuse}}}$$

Cosinus d'un angle dans un triangle rectangle

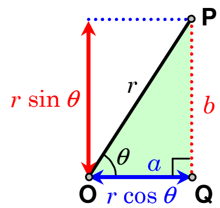
Comme longueur du **côté opposé** à l'angle θ (segment **QP**) est

$$b = r\sin\theta$$

le sinus de l'angle θ est égal au rapport de la longueur b du côté opposé à θ sur la longueur r de l'hypoténuse :

$\sin\theta = \dfrac{b}{r} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\sin\theta = \dfrac{\text{côté opposé à }\theta}{\text{hypoténuse}}}$ **Sinus d'un angle dans un triangle rectangle**

La tangente de l'angle θ est égale au rapport de la longueur b du côté opposé à θ sur la longueur a du côté adjacent :



$$\tan\theta = \frac{b}{a} = \frac{\text{côté opposé à }\theta}{\text{côté adjacent à }\theta}$$

Comme $b = r\sin\theta$ et $a = r\cos\theta$, on peut également écrire

$\tan\theta = \dfrac{r\sin\theta}{r\cos\theta} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}}$ **Relation entre la tangente, le sinus et le cosinus**

M5.2 Valeurs particulières du sinus et du cosinus

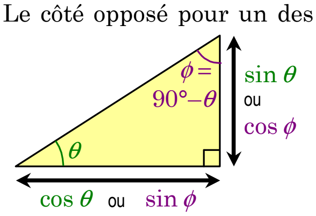
Le cosinus d'un angle est égal au sinus de son angle complémentaire et vice versa

$\boxed{\begin{aligned}\sin\theta &= \cos(90° - \theta)\\ \cos\theta &= \sin(90° - \theta)\end{aligned}}$ **Sinus et cosinus des angles complémentaires**

Par exemple,

$$\sin 30° = \cos 60° = 0{,}5$$

La complémentarité du sinus et du cosinus se démontre facilement à partir d'un triangle rectangle. Comme la somme des angles internes est égale à 180° et que l'angle droit est de 90°, la somme des deux autres angles est égale à 90° : ces angles sont complémentaires. Le côté opposé pour un des angles constitue le côté adjacent pour l'autre angle, et vice versa (schéma ci-contre). Ainsi, le sinus d'un des angles est égal au cosinus de l'autre angle, et vice versa.



M5.5 Les fonctions trigonométriques inverses

Les fonctions **arcsinus**, **arccosinus** et **arctangente** sont respectivement les fonctions inverses des fonctions sinus, cosinus et tangente ; sur la plupart des calculatrices, elles correspondent aux touches identifiées par $\boxed{\sin^{-1}}$, $\boxed{\cos^{-1}}$ et $\boxed{\tan^{-1}}$.

Par exemple, si

$$\sin\theta = 0{,}5$$

on peut appliquer la fonction arcsinus de part et d'autre du signe d'égalité :

$$\arcsin(\sin\theta) = \arcsin 0{,}5$$

L'effet de la fonction arcsinus annule celui de la fonction sinus, d'où

$$\theta = \arcsin 0{,}5$$

D'après la calculatrice, correctement réglée en mode degrés,

$$\arcsin 0{,}5 = 30°$$

d'où

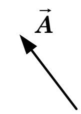
$$\theta = 30°$$

(*Note* : Si l'angle θ n'est pas limité à l'intervalle entre 0 et 90°, l'équation $\sin\theta = 0{,}5$ admet d'autres solutions ; pour plus de détails, consultez la **sous-section M5.5** de l'annexe mathématique du livre **Physique XXI**.)

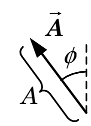
M7
Les vecteurs

M7.1 Les vecteurs et les scalaires

Un **vecteur** est une quantité qui possède un **module** (grandeur) et une orientation. Sur un schéma, on représente un vecteur par une flèche et on le désigne par une lettre surmontée d'une petite flèche : par exemple, $\vec{A}$ (schéma ci-contre).

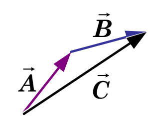


Dans une situation en deux dimensions, un vecteur peut être décrit par son module et un angle mesuré à partir d'une orientation de référence. Par convention, le module du vecteur est représenté par la lettre qui symbolise le vecteur, sans la petite flèche (schéma ci-contre).

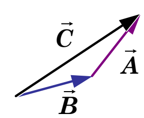


M7.2 L'addition graphique des vecteurs

Il arrive souvent que l'on doive additionner deux vecteurs. On peut obtenir graphiquement le **vecteur résultant** $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ en plaçant les vecteurs $\vec{A}$ et $\vec{B}$ afin que l'origine du vecteur $\vec{B}$ coïncide avec l'extrémité (la pointe de la flèche) du vecteur $\vec{A}$ (schéma ci-contre).

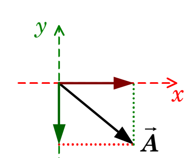


L'ordre d'addition des vecteurs n'a aucune importance : $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$. Autrement dit, l'addition vectorielle est *commutative*. (Comparez le schéma ci-contre à celui au-dessus.)

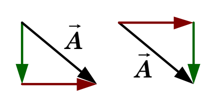


M7.3 Les composantes d'un vecteur

Dans une situation en deux dimensions, on peut décomposer un vecteur en deux **composantes** perpendiculaires entre elles. Le plus souvent, il s'agit des composantes selon les axes x et y (schéma ci-contre) ; les composantes correspondent aux *projections* du vecteur selon chacun des axes.

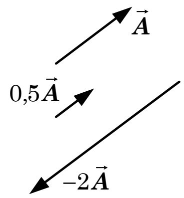


D'après la règle d'addition graphique des vecteurs, la somme vectorielle des composantes, peu importe l'ordre, redonne le vecteur (schéma ci-contre).



M7.4 La multiplication d'un vecteur par un scalaire

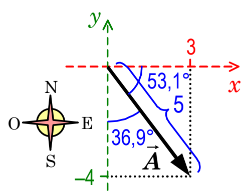
Lorsqu'on multiplie un vecteur par un scalaire, son module est multiplié par la valeur absolue du scalaire : lorsque le scalaire est positif, l'orientation du vecteur est inchangée ; lorsque le scalaire est négatif, l'orientation du vecteur est inversée (schéma ci-contre).



M7.6 La forme polaire et la forme cartésienne

En fonction de ses composantes, on peut exprimer le vecteur représenté sur le schéma ci-contre sous la forme

$$(A_x = 3\ ;\ A_y = -4)$$



Lorsqu'un vecteur est exprimé en fonction de ses composantes, on dit qu'il est sous **forme cartésienne**, en hommage au mathématicien René Descartes (1596-1650).

On peut également exprimer le vecteur en fonction de son module et de son orientation : on dit alors qu'il est sous **forme polaire**. Par exemple, en prenant comme référence l'orientation des axes sur la feuille de papier qui contient le schéma, on peut écrire

$$\vec{A} = 5 \text{ à } 36{,}9° \text{ à droite du bas}$$

ou

$$\vec{A} = 5 \text{ à } 53{,}1° \text{ en bas de la droite}$$

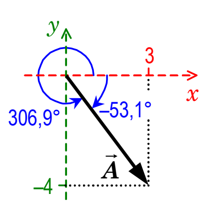
Comme on a indiqué des points cardinaux sur le schéma, on peut également écrire

$$\vec{A} = 5 \text{ à } 36{,}9° \text{ à l'est du sud}$$

ou

$$\vec{A} = 5 \text{ à } 53{,}1° \text{ au sud de l'est}$$

En physique, toutes ces manières d'exprimer le vecteur sont correctes. En mathématiques, lorsqu'on exprime l'orientation d'un vecteur dans le plan xy, on utilise habituellement la convention de la **sous-section M5.1** : la portion positive de l'axe x correspond à l'orientation 0 et la valeur de l'angle augmente lorsqu'on se déplace dans le sens antihoraire. Dans le cas à l'étude (schéma ci-contre), cela donne



$$\vec{A} = 5 \text{ à } 306{,}9° \text{ (conventionnel)}$$

ou

$$\vec{A} = 5 \text{ à } -53{,}1° \text{ (conventionnel)}$$

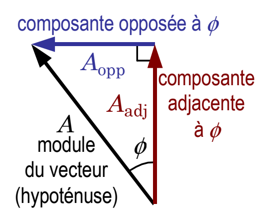
L'indication « conventionnel » exprime le fait que l'angle a été mesuré selon la convention mathématique. En physique, il est souvent pratique de mesurer les angles par rapport à d'autres repères. Ainsi, la convention mathématique n'est pas utilisée de manière systématique.

Lorsqu'on exprime un vecteur, que ce soit sous la forme cartésienne ou la forme polaire, il est essentiel de ne pas être ambigu. Par exemple, si l'on indique qu'un objet possède une vitesse « v_x = 3 m/s ; v_y = −4 m/s », cela ne veut pas dire grand-chose tant que l'on n'a pas spécifié quels sont les axes x et y qui ont servi à déterminer ces composantes. Il *ne faut pas* tenir pour acquis que le sens positif de l'axe x est orienté vers la droite et que le sens positif de l'axe y est orienté vers le haut, car ce n'est pas nécessairement le cas. Et, *même lorsque c'est le cas*, il faut prendre la peine de le dire explicitement ou de l'indiquer sur le schéma qui représente la situation.

De même, si l'on indique qu'une particule possède une vitesse de 5 m/s à 36,9°, cela n'est pas clair tant qu'on n'a pas spécifié l'orientation de référence qui a servi à mesurer cet angle, *ainsi que la façon dont l'angle a été mesuré*. Par exemple, dire que la vitesse est à 36,9° par rapport au sud ne suffit pas : il faut spécifier si cet angle a été mesuré à partir du sud vers l'est, vers l'ouest, vers le haut ou vers le bas. Pour éviter toute ambiguïté, il est préférable d'indiquer l'angle en question sur le schéma qui représente la situation.

M7.7 De la forme polaire à la forme cartésienne

Dans une situation en deux dimensions, un vecteur et ses composantes forment un triangle rectangle (schéma ci-contre). Appelons ϕ (phi) l'angle qui sert à exprimer l'orientation du vecteur : A_{adj} est la composante du vecteur adjacente à ϕ et A_{opp} est la composante du vecteur opposée à ϕ. Les valeurs de A_{opp} et de A_{adj} peuvent être positives ou négatives, selon l'orientation des composantes par rapport aux sens positifs des axes. Par conséquent, les longueurs des côtés du triangle rectangle sont $|A_{opp}|$ et $|A_{adj}|$.



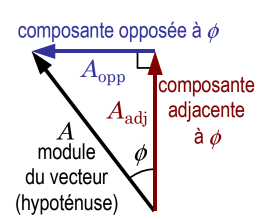
D'après la définition du sinus et du cosinus (voir **sous-section M5.1**),

$$\boxed{|A_{opp}| = A \sin\phi} \quad \textbf{Composante opposée} \qquad \boxed{|A_{adj}| = A \cos\phi} \quad \textbf{Composante adjacente}$$

Ces équations permettent de transformer un vecteur de la forme polaire (on connaît A et ϕ) à la forme cartésienne (on cherche A_{opp} et A_{adj}). Les signes des composantes doivent être choisis en fonction de l'orientation du vecteur par rapport aux sens positifs des axes.

M7.8 De la forme cartésienne à la forme polaire

À partir des composantes, on peut déterminer l'angle ϕ entre le vecteur et la composante adjacente (schéma ci-contre) en appliquant la relation entre la tangente, le sinus et le cosinus (voir **sous-section M5.1**) :



$$\tan\phi = \frac{\sin\phi}{\cos\phi} = \frac{|A_{opp}|}{|A_{adj}|}$$

Pour isoler ϕ, il faut appliquer la fonction inverse de la fonction tangente, la fonction arctangente (tan⁻¹ sur la plupart des calculatrices) :

$$\boxed{\phi = \arctan\left|\frac{A_{\text{opp}}}{A_{\text{adj}}}\right|}$$ **Angle entre le vecteur et la composante adjacente**

Comme les composantes et le vecteur forment un triangle rectangle, le module du vecteur est donné par le théorème de Pythagore (voir **sous-section M4.2**) :

$$\boxed{A = \sqrt{A_{\text{adj}}^{\,2} + A_{\text{opp}}^{\,2}}}$$ **Module d'un vecteur (théorème de Pythagore)**

Ces équations permettent de transformer un vecteur de la forme cartésienne (on connaît A_{opp} et A_{adj}) à la forme polaire (on cherche A et ϕ). Lorsqu'on exprime la réponse finale, il ne faut pas oublier de mentionner dans quel sens et par rapport à quelle orientation de référence l'angle ϕ est mesuré.

* * *

Deuxième partie : révision de physique mécanique basée sur les aperçus des sections du livre Physique XXI

1.1 Les unités du système international

Pour spécifier la valeur d'un paramètre physique, on utilise un nombre suivi, habituellement, d'une **unité physique**. Les unités des paramètres de la mécanique, la branche de la physique qui étudie le mouvement, peuvent être exprimées à l'aide des trois **unités fondamentales** du tableau ci-dessous ou d'une combinaison de ces unités.

Unité SI fondamentale	Symbole	Paramètre représenté
mètre	m	position
seconde	s	temps
kilogramme	kg	masse

Il est possible de combiner une unité physique avec un préfixe qui représente une puissance de 10 ; le tableau ci-dessous regroupe les préfixes les plus fréquents.

c	**centi**	10^{-2}			
m	**milli**	10^{-3}	k	**kilo**	10^{3}

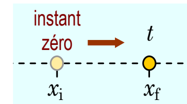
Pour transformer les unités (par exemple, passer des kilomètres par heure aux mètres par seconde), il suffit de remplacer chaque unité par l'équivalent souhaité. Par exemple,

$$72\ \text{km/h} = 72 \times \frac{1000\ \text{m}}{3600\ \text{s}} = \frac{72\,000}{3600}\ \text{m/s} = 20\ \text{m/s}$$

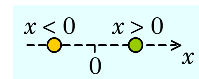
1.2 La vitesse moyenne

La **cinématique** est la branche de la mécanique qui s'intéresse à la description du mouvement.

Considérons un objet qui possède un mouvement en une dimension orienté selon un axe x (schéma ci-contre) : il passe de la position x_i à l'instant initial à la position x_f à un instant t.



Le signe de la position dépend de la position de l'**origine** ($x = 0$) et du sens positif de l'axe x (indiqué par une flèche au bout de l'axe) : la position x de l'objet est positive s'il se trouve du côté positif de l'axe et négative s'il se trouve du côté négatif de l'axe (schéma ci-contre).



Le **déplacement** de l'objet entre les instants initial et final est

$$\boxed{\Delta x = x_f - x_i}$$ **Déplacement en une dimension (axe x)**

L'**opérateur delta** (symbole : Δ, la lettre grecque delta majuscule) signifie « valeur finale moins valeur initiale ». Lorsque l'objet se déplace dans le sens positif de l'axe, $\Delta x > 0$; lorsqu'il se déplace dans le sens négatif, $\Delta x < 0$.

La **vitesse moyenne** de l'objet entre les instants initial et final correspond au déplacement divisé par l'intervalle de temps :

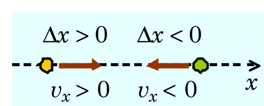
$$\boxed{\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$$ **Vitesse moyenne en une dimension (axe x)**

(La barre verticale au-dessus du symbole de la vitesse signifie « moyenne ».) Dans le SI, la vitesse s'exprime en mètres par seconde (m/s).

Ici, l'intervalle de temps est

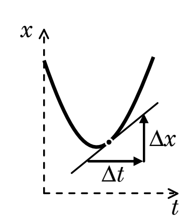
$$\Delta t = t_f - t_i$$

Comme Δt est toujours positif, le signe de la vitesse est le même que celui du déplacement : lorsque l'objet se déplace dans le sens positif de l'axe, $v_x > 0$ (l'indice x indique s'il s'agit de la composante de la vitesse selon l'axe x) ; lorsque l'objet se déplace dans le sens négatif, $v_x < 0$ (schéma ci-dessus).



1.3 La vitesse instantanée

Considérons un objet qui possède un mouvement en une dimension orienté selon l'axe x : on peut représenter ce mouvement à l'aide d'un graphique $x(t)$ (schéma ci-contre). La **vitesse instantanée** de l'objet (sa vitesse à un instant



précis) correspond à la **pente** (le rapport de la variation de la variable verticale sur celui de la variable horizontale) de la droite **tangente à la courbe** à l'instant qui nous intéresse. Autrement dit, la vitesse instantanée correspond à la vitesse moyenne lorsque l'intervalle de temps utilisé pour la calculer est très petit :

$$\boxed{v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \text{ avec } \Delta t \text{ très petit}}$$ **Vitesse en une dimension (axe x)**

Quand on mentionne la **vitesse** sans rien spécifier d'autre, on veut toujours parler de la vitesse instantanée.

1.5 L'accélération

Considérons un objet qui possède un mouvement en une dimension selon l'axe x. L'**accélération moyenne** de l'objet entre l'instant 0 et l'instant t correspond à la variation de sa vitesse divisée par l'intervalle de temps :

$$\boxed{\overline{a}_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}}$$ **Accélération moyenne en une dimension (axe x)**

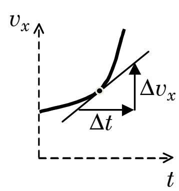
Dans le SI, l'accélération s'exprime en mètres par seconde carrée (m/s^2).

L'**accélération instantanée** correspond à l'accélération moyenne lorsque l'intervalle de temps utilisé pour la calculer est très petit :

$$\boxed{a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \text{ avec } \Delta t \text{ très petit}}$$ **Accélération en une dimension (axe x)**

En physique, quand on mentionne l'**accélération** sans rien spécifier d'autre, on veut toujours parler de l'accélération instantanée.

Sur un graphique $v_x(t)$, l'accélération a_x correspond, à chaque instant, à la pente de la droite tangente à la courbe (schéma ci-contre).



1.6 Le mouvement uniformément accéléré

Considérons un objet qui se déplace le long d'un axe x avec une accélération constante a_x : il possède un **mouvement uniformément accéléré (MUA)**. À l'instant initial, sa position est x_i et sa vitesse est $v_{x\mathrm{i}}$. Au bout d'un intervalle de temps Δt, sa vitesse et sa position sont données par les équations

$$\boxed{v_{x\mathrm{f}} = v_{x\mathrm{i}} + a_x \Delta t}$$ **$v_x(t)$ pour un MUA**

$$\boxed{x_\mathrm{f} = x_\mathrm{i} + v_{x\mathrm{i}} \Delta t + \tfrac{1}{2} a_x \Delta t^2}$$ **$x(t)$ pour un MUA**

1.7 Le MUA en une dimension sous l'effet de la gravité

Un projectile qui subit *uniquement* l'effet de la gravité terrestre (résistance de l'air négligeable) est en **chute libre**. Lorsque le projectile est lancé verticalement (vers le haut ou vers le bas) ou tout simplement lâché, il possède un MUA en une dimension selon la direction verticale. Pour décrire sa position, on utilise habituellement un axe y dont le sens positif est orienté vers le haut. (Dans les équations du MUA de la section précédente, il faut remplacer x par y partout.)

La composante selon y de l'accélération du projectile en chute libre est

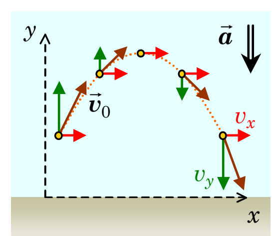
$$a_y = -g$$

où g est le module de l'**accélération de chute libre** (par définition, il s'agit d'une grandeur positive). Pour les situations qui se produisent près de la surface de la Terre, on utilise la valeur conventionnelle

$$\boxed{g = 9{,}8 \text{ m/s}^2}$$ **Module de l'accélération de chute libre près de la surface de la Terre**

1.10 La chute libre en deux dimensions

Considérons un projectile en chute libre (résistance de l'air négligeable). Lorsque la vitesse initiale du projectile possède une composante horizontale (schéma ci-contre), le mouvement est en deux dimensions. La composante verticale du mouvement n'est pas influencée par la composante horizontale. L'effet de la gravité terrestre est le même que pour une chute libre verticale : l'accélération est orientée vers le bas et son module est égal à g. Par rapport à un axe x horizontal et un axe y vertical dont le sens positif est orienté vers le haut,



$$a_x = 0 \qquad \text{et} \qquad a_y = -g$$

Pour analyser le mouvement, on peut écrire séparément les équations qui décrivent le mouvement selon les axes x et y (MUA). Comme l'accélération selon x est nulle, la composante horizontale de la vitesse du projectile (v_x) est constante.

La fonction $y(x)$ qui décrit la trajectoire est une parabole. Au sommet de la trajectoire, la composante verticale de la vitesse (v_y) est égale à 0.

2.1
Les lois du mouvement de Newton

La **dynamique** est la branche de la mécanique qui a pour but d'expliquer le mouvement d'un objet en considérant les forces qui agissent sur lui.

D'après le **principe d'inertie**, le vecteur vitesse d'un objet a tendance à demeurer inchangé : un objet au repos a tendance à demeurer au repos et un objet en mouvement a tendance à se déplacer en ligne droite à vitesse constante. Autrement dit, le **mouvement naturel** d'un objet (le mouvement en l'absence d'influence extérieure) consiste à se déplacer en ligne droite à vitesse constante (le vecteur vitesse est constant) : la situation au repos est un cas particulier pour lequel la vitesse constante est égale à 0.

Une **force** est une influence qui agit sur un objet et qui a tendance à *modifier* son vecteur vitesse. La force est un vecteur : pour la décrire, il faut spécifier son module, mais aussi l'orientation selon laquelle elle agit. Afin de décrire l'effet de plusieurs forces qui agissent simultanément sur un objet, il est utile de calculer la **force résultante**, c'est-à-dire la somme vectorielle des forces qui agissent sur l'objet : $\sum \vec{F}$. (Au secondaire, au lieu d'utiliser la lettre sigma majuscule pour représenter la somme des forces, on utilise souvent l'indice « rés » pour indiquer qu'il s'agit de la force résultante).

La **masse** d'un objet (symbole : m) est une mesure de son inertie : plus la masse est grande, plus il est difficile de modifier le vecteur vitesse de l'objet.

D'après la **première loi de Newton**, tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite dans lequel il se trouve, à moins qu'une force résultante n'agisse sur lui.

La **deuxième loi de Newton** est une relation de cause à effet entre la force résultante $\sum \vec{F}$ (la cause) qui agit sur un objet et son accélération $\vec{a}$ (l'effet) :

$$\boxed{\sum \vec{F} = m\vec{a}}$$

Deuxième loi de Newton

Comme la masse m est un scalaire positif, le vecteur force résultante et le vecteur accélération ont la même orientation.

Pour une force résultante donnée, l'accélération d'un objet est inversement proportionnelle à sa masse :

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}$$

Lorsqu'on analyse la dynamique d'une situation dans un plan xy, il est utile de décomposer la deuxième loi de Newton selon chacun des axes de la situation :

$$\sum F_x = ma_x \quad \text{et} \quad \sum F_y = ma_y$$

Dans le SI, l'unité de masse est le kilogramme (symbole : kg) ; comme l'accélération s'exprime en mètres par seconde, la force s'exprime en kilogrammes-mètres par seconde carrée, ce qui correspond au **newton** (symbole : N) :

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m/s}^2$$

2.2
La force gravitationnelle

Un objet de masse m placé dans un **champ gravitationnel** $\vec{g}$ subit une **force gravitationnelle**

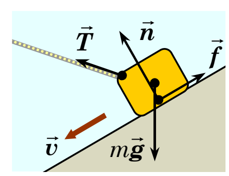
$$\boxed{\vec{F}_g = m\vec{g}}$$

Force gravitationnelle (poids)

Comme la masse est toujours positive, la force gravitationnelle est orientée dans le même sens que $\vec{g}$. Dans le SI, le champ gravitationnel s'exprime en newtons par kilogramme (N/kg), ce qui est équivalent aux mètres par seconde carrée. Le terme **poids** est synonyme de « force gravitationnelle ». La masse est une propriété intrinsèque d'un objet, tandis que son poids dépend de la valeur du champ gravitationnel à l'endroit où il se trouve.

2.3
Les forces de contact

À l'exception de la force gravitationnelle (le poids), toutes les forces que l'on considère en mécanique sont des **forces de contact** : un objet doit être en contact direct avec la source de la force pour la ressentir. Le bloc du schéma ci-dessous subit trois forces de contact : une **force normale** (symbole : $\vec{n}$) perpendiculaire à la surface du plan incliné sur lequel il est appuyé, une **tension** (symbole : $\vec{T}$) en provenance de la corde et une **force de frottement** (symbole : $\vec{f}$) qui s'oppose au glissement.



3.1
Le travail et l'énergie cinétique

L'**énergie** est une quantité scalaire dont les unités correspondent à celles d'une force multipliée par une distance, qui peut se manifester sous différentes formes et qui a la propriété remarquable de se *conserver*. L'unité SI de l'énergie est le **joule** (symbole : J) :

$$1\ \text{J} = 1\ \text{N·m} = 1\ \text{kg·m}^2/\text{s}^2$$

D'après le **principe de conservation de l'énergie**, la quantité totale d'énergie que possède un système isolé est constante. Par **système isolé**, on entend un système dont les limites sont définies de manière à ce qu'il ne subisse pas d'influences extérieures notables.

L'**énergie cinétique** K d'un objet de masse m qui se déplace à une vitesse de module v est

$$\boxed{K = \tfrac{1}{2}mv^2}$$ **Définition de l'énergie cinétique**

3.3
L'énergie potentielle gravitationnelle

L'**énergie potentielle** d'un système est l'énergie « emmagasinée » dans le système en vertu des forces que les composantes du système exercent les unes sur les autres.

Considérons un objet de masse m situé près de la surface d'une planète, dans une région où règne un champ gravitationnel de module g que l'on peut considérer comme étant uniforme. Le système composé de l'objet et de la planète possède une **énergie potentielle gravitationnelle**

$$\boxed{U_g = mgy}$$ **Énergie potentielle gravitationnelle (axe y positif vers le haut)**

où y est la position de l'objet mesurée par rapport à un axe vertical dont le sens positif est orienté vers le haut. La valeur de l'énergie potentielle gravitationnelle dans une situation donnée dépend du choix arbitraire de l'origine (y = 0). En revanche, la *variation* de l'énergie potentielle gravitationnelle associée à un changement de hauteur Δy est indépendante du choix de l'origine :

$$\boxed{\Delta U_g = mg\Delta y}$$ **Variation de l'énergie potentielle gravitationnelle (axe y positif vers le haut)**

3.4
Le principe de conservation de l'énergie

L'**énergie mécanique** (symbole : E) d'un système correspond à la somme des énergies cinétiques et potentielles du système :

$$\boxed{E = K + U}$$ **Définition de l'énergie mécanique**

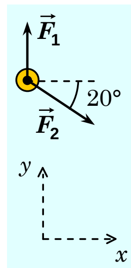
En l'absence de frottement et de toute autre force (autre que les forces associées à des énergies potentielles, comme la force gravitationnelle), l'énergie mécanique du système est conservée (elle demeure constante).

ANNEXE : Un exemple d'addition vectorielle de forces

Comme on l'a mentionné à la section 2.1, lorsqu'on analyse la dynamique d'une situation dans un plan xy, on peut écrire la deuxième loi de Newton selon chacun des axes de la situation :

$$\sum F_x = ma_x \quad \text{et} \quad \sum F_y = ma_y$$

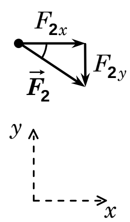
Voici un exemple. Considérons un objet de 5 kg qui subit deux forces : une force $\vec{F}_1$ de 2 N orientée vers le haut et une force $\vec{F}_2$ de 3 N orientée vers la droite, à 20° en dessous de l'horizontale (schéma ci-contre). On définit un axe x horizontal dont le sens positif est orienté vers la droite et un axe y vertical dont le sens positif est orienté vers le haut, et on désire déterminer les composantes a_x et a_y de l'accélération de l'objet.



Comme la force $\vec{F}_1$ est orientée selon l'axe y, on a

$$F_{1x} = 0 \qquad \text{et} \qquad F_{1y} = 2 \text{ N}$$

Comme la force $\vec{F}_2$ n'est pas orientée selon un des axes, il faut la décomposer (schéma ci-contre) en utilisant les définitions du sinus et du cosinus (section M5.1). La composante *adjacente* à l'angle de 20° est égale au module du vecteur multiplié par le *cosinus* :



$$F_{2x} = F_2 \cos 20° = (3 \text{ N}) \times 0{,}9397 = 2{,}819 \text{ N}$$

Pour la composante *opposée* à l'angle de 20°, il faut multiplier par le *sinus* :

$$F_{2y} = -F_2 \sin 20° = -(3 \text{ N}) \times 0{,}342 = -1{,}026 \text{ N}$$

On a mis un signe négatif pour F_{2y} car la composante est orientée dans le sens négatif de l'axe y.

On a donc

$$\sum F_x = 2{,}819 \text{ N}$$

et

$$\sum F_y = 2 - 1{,}026 = 0{,}974 \text{ N}$$

d'où

$$a_x = \frac{\sum F_x}{m} = \frac{(2{,}819 \text{ N})}{(5 \text{ kg})} = 0{,}564 \text{ N/kg} \;=\; 0{,}564 \text{ m/s}^2$$

et

$$a_y = \frac{\sum F_y}{m} = \frac{(0{,}974 \text{ N})}{(5 \text{ kg})} = 0{,}195 \text{ N/kg} \;=\; 0{,}195 \text{ m/s}^2$$

(Comme 1 N = 1 kg·m/s^2, l'unité N/kg est équivalente à m/s^2.)