

COMPLÉMENT 12.1

En voyage dans le système solaire

Ce complément traite de quelques aspects importants des voyages interplanétaires. On y montre comment voyager le plus économiquement possible entre les planètes du système solaire et comment déterminer le moment du départ.

Le chemin le plus économique

Une sonde interplanétaire qui se déplace dans le système solaire tous réacteurs éteints obéit aux lois de Kepler: sa trajectoire est une ellipse (ou du moins une portion d'ellipse) dont le Soleil occupe l'un des foyers. Si on veut que la sonde se déplace sur une orbite de forme différente (y compris la ligne droite), il faut allumer les réacteurs et brûler du carburant. Dès que les réacteurs sont éteints, la trajectoire redevient elliptique. Ainsi, le plan à suivre pour envoyer une sonde vers une autre planète, tout en économisant le plus possible de carburant, est simple. Au départ, on ajuste la vitesse de la sonde pour qu'elle se place sur une trajectoire elliptique qui l'amène jusqu'à l'orbite de la planète (figure 12.37). Une fois la vitesse désirée atteinte, on ferme les réacteurs pour laisser la sonde « glisser » dans le champ gravitationnel du Soleil et atteindre sa destination. À la fin, on peut allumer de nouveau les réacteurs afin d'ajuster la vitesse de la sonde de manière à ce qu'elle se place en orbite autour de la planète. Ou encore, on peut se servir de la gravitation de la planète pour propulser la sonde encore plus loin (voir le complément 12.3).

Pour calculer la vitesse que l'on doit donner à une sonde afin qu'elle se rende jusqu'à une planète donnée, on doit déterminer le demi-grand axe et l'excentricité de l'orbite désirée, puis utiliser les équations du complément 3.1. La durée du voyage se calcule à l'aide de la troisième loi de Kepler.

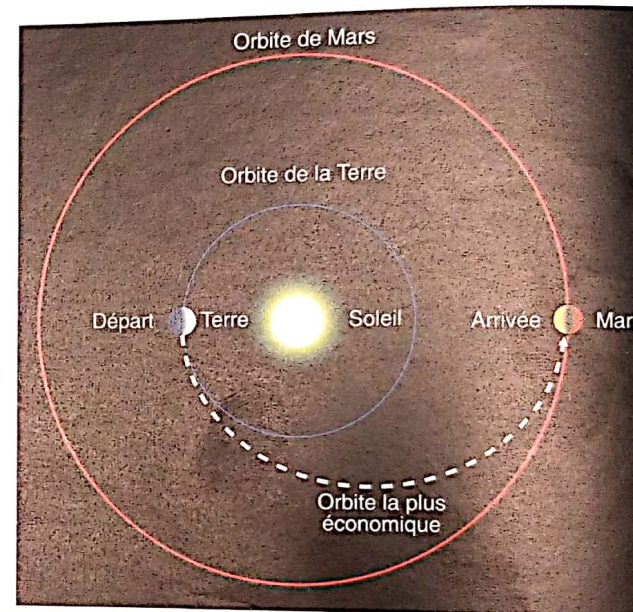


Figure 12.37

L'orbite illustrée permet d'envoyer une sonde vers la planète Mars en dépensant le moins de carburant possible. La trajectoire de la sonde est une portion d'ellipse dont le périhélie correspond à la distance Terre-Soleil et dont l'aphélie correspond à la distance Mars-Soleil.

EXEMPLE 12.1

- Combien de temps durera un voyage entre la Terre et Vénus le long de l'orbite qui demande le moins de carburant? Utilisez les données de l'annexe VIII relatives à Vénus.
- À quelle vitesse *par rapport à la Terre* doit-on lancer la sonde pour qu'elle se place sur cette orbite?

Solution

- La situation est semblable à celle qui est illustrée à la figure 12.37. Toutefois, puisque la destination est plus proche du Soleil que la Terre, c'est l'*aphélie* de l'orbite de la sonde qui

est égal à la distance Terre-Soleil ($D_A = 1 \text{ UA}$) et le *périhélie* qui est égal à la distance Vénus-Soleil ($D_p = 0,723 \text{ UA}$). Le grand axe de l'orbite égale $D_A + D_p = 1,723 \text{ UA}$, ce qui donne un demi-grand axe $a = 1,723/2 = 0,862 \text{ UA}$. D'après la troisième loi de Kepler (équation 3.2), la période pour parcourir cette orbite elliptique est

$$T = \sqrt{a^3 (\text{UA})} = 0,8 \text{ a}$$

Puisque le trajet de la sonde correspond à la moitié de l'ellipse, le voyage dure 0,4 a, ou encore 146 jours.

b) D'après l'équation 3.9, l'excentricité égale $e = (D_A/a) - 1 = 0,16$. D'après les équations 3.12 et 3.13, la vitesse que la sonde doit avoir au départ est $v_A = (2\pi a/T)(1 - e^2)^{-1/2}(1 - e)$. Avant de résoudre l'équation, on doit transformer a en mètres et T en secondes: $a = 1,28 \times 10^{11} \text{ m}$ et $T = 2,52 \times 10^7 \text{ s}$. (Attention: T correspond à la période de l'orbite elliptique au complet, soit 0,8 a.) On trouve ainsi $v_A = 27,2 \text{ km/s}$. Puisque la Terre se déplace sur son orbite à une vitesse moyenne de 29,7 km/s (voir l'exemple 3.5), il faut ralentir la sonde de $29,7 - 27,2 = 2,5 \text{ km/s}$, c'est-à-dire la lancer à 2,5 km/s par rapport à la Terre *dans la direction opposée au mouvement de la Terre sur son orbite*.

Les fenêtres de lancement

Pour que la mission d'une sonde spatiale soit couronnée de succès, il ne suffit pas qu'elle se rende jusqu'à l'orbite de la planète à visiter, encore faut-il que celle-ci soit au rendez-vous! On nomme **fenêtre de lancement** l'intervalle de quelques jours propice au lancement d'une sonde vers une planète donnée. Pour déterminer cet intervalle, on calcule quelle doit être la position relative de la planète par rapport à la Terre au moment du lancement pour que le mouvement de la

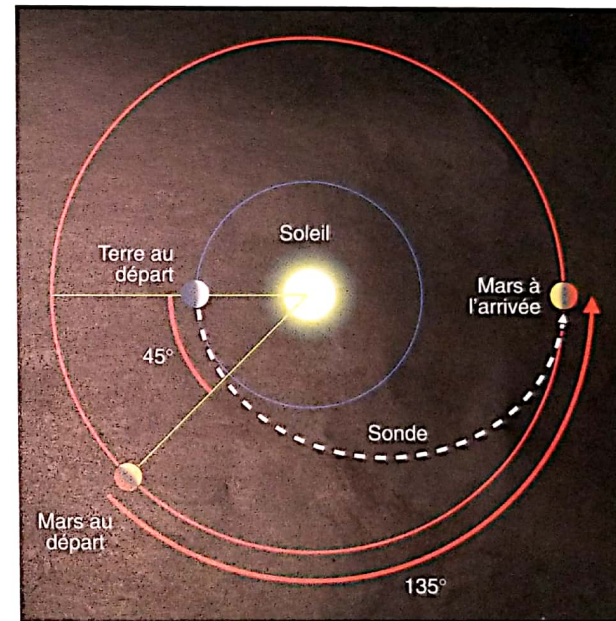


Figure 12.38

Pour que Mars soit au rendez-vous au moment de l'arrivée de la sonde, il doit être situé à 45° devant la Terre au moment du départ de la sonde.

planète pendant le voyage de la sonde l'amène au point prévu pour le rendez-vous.

Nous allons illustrer le problème par un voyage hypothétique vers la planète Mars. La durée de ce voyage peut être calculée à l'aide de la méthode exposée à l'exemple 12.1; elle est de 0,707 a. La planète Mars effectue une révolution complète (360°) en 1,88 a (voir l'annexe VIII); en 0,707 a, elle parcourt donc $360^\circ(0,707/1,88) = 135^\circ*$. Ainsi, pour que Mars soit au rendez-vous lors de l'arrivée de la sonde, il faut qu'elle soit située au moment du départ à 135° derrière le point

* En réalité, les orbites de planètes sont des ellipses et la vitesse d'une planète le long de son orbite n'est pas constante: les calculs véritables servant à déterminer les fenêtres de lancement sont donc plus complexes que ce que nous présentons dans ce complément.

de rendez-vous. Mais, puisque le point de rendez-vous est diamétralement opposé au point de départ (la sonde parcourt une demi-ellipse), Mars doit être à $180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$ devant la Terre lors du lancement (figure 12.38).

Si on suppose que les orbites de planètes sont des cercles parcourus à vitesse constante, il est relativement facile de déterminer la fenêtre de lancement d'une sonde partant pour Mars, c'est-à-dire le moment où Mars est à 45° devant la Terre. Imaginons que l'on connaisse la date de la prochaine opposition de Mars (vue de la Terre, Mars est alors diamétralement opposée au Soleil). Comme la Terre voyage plus rapidement que Mars, l'opposition se produit alors que la Terre « rattrape » Mars. Le moment propice pour lancer une sonde se produit donc avant l'opposition, lorsque la Terre est à 45° derrière Mars. Or, la Terre se déplace sur son orbite en 365,25 jours, ce qui correspond à $360^\circ/365,25 = 0,986^\circ$ par jour. Mars se déplace plus lentement, faisant un tour en 687 jours, ce qui donne $360^\circ/687 = 0,524^\circ$ par jour. La différence entre les deux mouvements correspond à $0,986^\circ - 0,524^\circ = 0,462^\circ$ par jour. Pour produire une différence relative de 45° à ce rythme, il faudra $45/0,462 = 97,4$ jours. Ainsi, le moment propice pour entreprendre un voyage vers Mars le long de l'orbite la plus économique a lieu environ 97 jours avant chaque opposition.

COMPLÉMENT 12.2

L'orbite d'une sonde : notions avancées

Dans ce complément, nous allons déterminer les caractéristiques de l'orbite elliptique d'une sonde à partir de la connaissance, à un instant donné, de sa vitesse, de sa position par rapport au Soleil, et de l'angle entre la vitesse et la droite qui relie la sonde au Soleil. Contrairement à ce que nous avons vu au complément précédent, la méthode que nous allons exposer est générale: elle permet de déterminer la trajectoire,

même si les données dont on dispose ne correspondent ni au périhélie, ni à l'aphélie de la trajectoire de la sonde. Nous allons utiliser l'énergie mécanique totale de la sonde, et appliquer le principe de conservation du moment cinétique. Ces concepts sont généralement traités, en détail, dans un ouvrage de mécanique*: la présentation que nous en ferons ici sera très succincte.

Soit une sonde de masse m située à une distance r du Soleil et se déplaçant à une vitesse v . Son énergie cinétique est égale à $K = 1/2 mv^2$ et son énergie potentielle à $U = -GMm/r$, où M est la masse du Soleil. On peut montrer que son énergie mécanique totale E , définie comme étant la somme de K et de U , correspond à $E = -GMm/(2a)$, où a est le demi-grand axe de l'ellipse. Ainsi, on peut écrire

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = \frac{-GMm}{2a} \quad (12.1)$$

Si on isole a dans l'équation 12.1, on obtient

$$a = \frac{GMr}{2GM - rv^2} \quad (12.2)$$

On s'aperçoit que la masse m de la sonde s'est simplifiée: pour une position et une vitesse données, l'orbite suivie par la sonde ne dépend pas de sa masse.

Par définition, le moment cinétique de la sonde vaut

$$L = mrv \sin \alpha \quad (12.3)$$

où α est l'angle entre la vitesse de la sonde et la droite qui la relie au Soleil. On peut appliquer le principe de conservation du moment cinétique entre la position de la sonde, qui correspond aux données dont on dispose, et le périhélie. On obtient alors

$$mrv \sin \alpha = mD_P v_P \quad (12.4)$$

car l'angle α vaut 90° au périhélie.

* Voir par exemple les chapitres 8, 12 et 13 du livre *Physique 1: Mécanique*, de Harris Benson (ERPI et DeBoeck).