

SECTION 6

QUESTIONS

- Q1** Quel est le principe physique par lequel on peut expliquer la propulsion des fusées ? Quelle loi de Newton est à la base de ce principe ?
- Q2** Dites pourquoi, lorsqu'on compare la quantité de mouvement $p(t)$ et $p(t + dt)$ d'une fusée qui est en train de se propulser, on considère que la vitesse de la masse expulsée est $v - v_{\text{ex}}$ et non seulement v_{ex} ? (Voir diapositive « La propulsion d'une fusée ».)
- Q3** Dans l'équation de la force de propulsion d'une fusée pourquoi le terme $\frac{dM}{dt}$ est-il négatif ?
- Q4** Dans l'équation de la vitesse d'une fusée, que représentent les termes M_0 et M ? Ces termes incluent-ils le carburant de la fusée ?
- Q5** Pourquoi ne peut-on pas simplement remplacer g par 9,8 dans l'équation $v = v_0 + v_{\text{ex}} \ln\left(\frac{M_0}{M}\right) - gt$ pour calculer la vitesse d'une fusée qui décolle du sol, qui s'élève dans les airs et qui va se mettre en orbite circulaire autour de la Terre ?
- Q6** Mis à part pour assurer la survie de ses occupants, pourquoi une fusée doit-elle transporter de l'oxygène ?
- Q7** Pourquoi les fusées se séparent-elles en plusieurs morceaux pendant le décollage ?
- Q8** Décrivez la forme de la trajectoire la plus économique (qui minimise l'usage de carburant) qui permet de passer d'une première orbite circulaire à une seconde orbite circulaire. À quel(s) moment(s) la sonde doit-elle allumer ses réacteurs pour effectuer ce transfert d'orbite ?
- Q9** Que signifie l'expression « fenêtre de lancement » ?

EXERCICES

- 6.1 L'analyse de la propulsion d'une fusée en fonction du temps.** Une fusée de 9×10^6 kg est initialement immobile dans l'espace, loin de toute influence gravitationnelle. À $t = 0$, elle allume ses réacteurs et se met à expulser du carburant à un rythme constant de 5 000 kg/s avec une vitesse d'éjection de 3 500 m/s. Calculez la masse M de la fusée, le module F_P de sa force de propulsion, le module a de son accélération ainsi que le module v de sa vitesse :
- (a) à $t = 0$ (immédiatement après l'allumage des réacteurs)
 - (b) à $t = 100$ s
 - (c) à $t = 200$ s
 - (d) à $t = 300$ s

6.2 La vitesse d'une fusée qui a éjecté tout son carburant. Une fusée composée à 80 % de carburant a une masse initiale de 1×10^6 kg et elle éjecte son carburant à une vitesse de 3 000 m/s. Si on suppose que la fusée est initialement immobile et loin de tout champ gravitationnel, quelle sera sa vitesse lorsqu'elle aura éjecté tout son carburant ?

6.3 Ying et Yang inc. *Ying inc.* et *Yang inc.* sont deux compagnies rivales qui développent chacune des fusées spatiales destinées à être utilisées dans l'espace, loin de toute influence gravitationnelle. Les deux compagnies travaillent indépendamment sur un prototype de fusée qui possède une masse totale de 40 000 kg et qui est composée à 95 % de carburant. La fusée de *Ying inc.* possède un réacteur qui éjecte le carburant à un rythme constant de 400 kg/s avec une vitesse d'expulsion de 3 000 m/s. La fusée de *Yang inc.* possède un réacteur qui a l'avantage d'éjecter le carburant à un rythme constant supérieur : 500 kg/s, mais qui en contrepartie possède une vitesse d'expulsion plus faible : 2 400 m/s.



- (a) Calculez le module de la force de propulsion F_P de chaque fusée, puis comparez-les.
- (b) Calculez le gain de vitesse ($\Delta v = v - v_0$) de chaque fusée lorsqu'elle consomme tout son carburant disponible, puis comparez-les.
- (c) Calculez l'intervalle de temps Δt requis pour que chaque fusée exécute sa manoeuvre d'accélération, puis comparez-les.
- (d) Calculez l'accélération moyenne ($a_{\text{moy}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$) pendant la manoeuvre de chaque fusée, puis comparez-les.
- (e) Voyant que leurs fusées sont équivalentes, les deux compagnies décident de fusionner et de former une mégacorporation : *Ying & Yang inc.*. Ils développent conjointement un nouveau prototype de fusée qui combine les meilleures technologies de rythme d'éjection de carburant et de vitesse d'expulsion. Calculez la force de propulsion F_P ainsi que l'accélération moyenne a_{moy} de leur fusée ultime, puis constatez que celle-ci est davantage performante que leurs premiers prototypes respectifs.

6.4 La force et l'accélération d'une fusée qui décolle. Une fusée initialement immobile sur Terre a une masse de $7,1 \times 10^5$ kg. Elle décolle (vers le haut) en éjectant son carburant à une vitesse de 3 200 m/s à un rythme constant de $3,4 \times 10^3$ kg/s.

- (a) Quel est le module de sa force de propulsion ?
- (b) Quel est le module de son accélération au moment où elle décolle ?

6.5 Lorsque la gravité entre en jeu. Reprenez l'exercice 6.2 en considérant que la fusée est soumise à la gravité terrestre. Elle éjecte le carburant à un rythme de 3 200 kg/s. Admirez la perte d'efficacité de la propulsion lorsque la gravité entre en jeu !

6.6 Dix secondes après le décollage. Une fusée ayant une masse initiale de 135 000 kg décolle de la Terre (on tient compte de la gravitation dans ce problème) en étant soumise à une force de propulsion de $1,8 \times 10^6$ N et en expulsant son carburant à une vitesse de 2 000 m/s. Quelle est sa vitesse 10 s après le décollage ?

6.7 Le poids de l'ambition. Une énorme fusée ayant une masse totale 5×10^7 kg (50 000 tonnes!) et composée à 96 % de carburant possède des réacteurs qui éjectent du carburant à un rythme constant de 5 000 kg/s à une vitesse d'expulsion de 4 500 m/s. À $t = 0$, la fusée allume ses réacteurs et consomme tout son carburant.

(a) Cette énorme fusée contient une quantité ridiculement élevée de carburant ! Calculez pendant combien de temps les réacteurs doivent fonctionner pour consommer tout le carburant disponible.

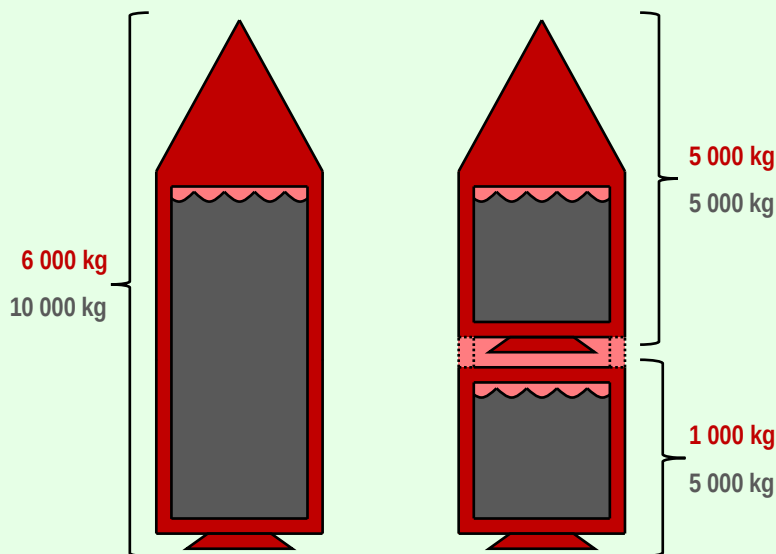
(b) Calculez la vitesse finale de la fusée si celle-ci est initialement immobile dans l'espace loin de toute influence gravitationnelle.

(c) Calculez la vitesse finale de la fusée si celle-ci est initialement immobile et décolle verticalement à partir d'une rampe de lancement à la surface de la Terre. (Attention ! Il ne s'agit pas d'un décollage typique ! À $t = 0$, la force de propulsion de la fusée était insuffisante pour la faire décoller ! La fusée est donc demeurée longtemps immobile sur la rampe de lancement à éjecter du carburant.)



6.8 Évasion lunaire. Calculez l'énergie que chaque kilogramme d'un objet doit posséder afin de s'échapper de l'attraction gravitationnelle lunaire à partir de la surface de la Lune.

6.9 L'avantage des étages. Deux fusées sont initialement immobiles dans l'espace loin de toute influence gravitationnelle. La fusée 1 est formée d'une structure de 6 000 kg et contient 10 000 kg de carburant. La fusée 2 possède la même masse totale, mais possède un « étage » de 1 000 kg qui peut se détacher lorsque qu'il a consommé ses 5 000 kg de carburant. Une fois cet étage détaché, il demeure une structure de 5 000 kg qui contient 5 000 kg de carburant (voir schéma ci-dessous).



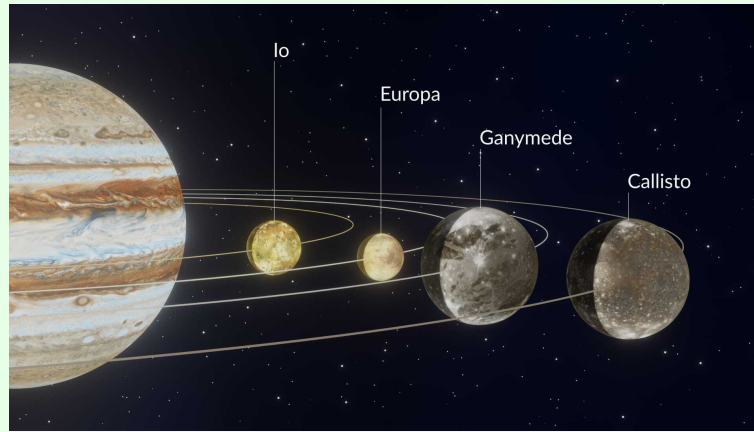
On suppose que tous les réacteurs expulsent leur carburant à une vitesse de 2 000 m/s.

(a) Calculez la vitesse finale qu'atteint la fusée 1 lorsqu'elle a consommé tout son carburant.

(b) Calculez la vitesse finale qu'atteint la fusée 2 lorsqu'elle a consommé tout son carburant, en considérant qu'elle a largué instantanément son réservoir détachable lorsque celui-ci ne contenait plus de carburant.

(c) Calculez la vitesse finale qui serait atteinte par une fusée 3 qui serait formée de 2 étages détachables ayant chacun une masse de 1 000 kg et contenant chacun 4 000 kg de carburant (la dernière partie restante ayant donc une masse de 4 000 kg et 2 000 kg de carburant).

6.10 Les transferts joviens. L'image ci-dessous illustre les quatre principales lunes de Jupiter (l'image n'est pas à l'échelle). Appelons r_I , r_E , r_G et r_C les rayons orbitaux respectifs d'Io, d'Europa, de Ganymède et de Callisto (on suppose que les orbites sont circulaires).

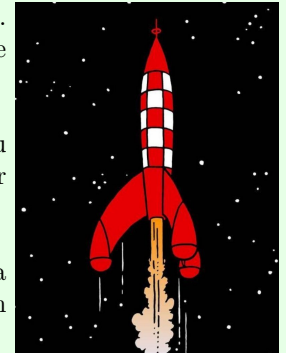


Imaginons que des fusées effectuent des voyages entre les différentes lunes en empruntant à chaque fois les trajectoires qui nécessitent le moins de carburant possible. Répondez aux questions suivantes :

- (a) Une fusée décolle d'Io pour se rendre sur Ganymède, que valent D_P et D_A pour l'orbite de transfert ?
- (b) Une fusée décolle de Callisto pour se rendre sur Europa, que valent D_P et D_A pour l'orbite de transfert ?
- (c) Sachant que $r_G = 2,5r_I$, calculez le demi-grand axe et l'excentricité de l'orbite de transfert entre Io et Ganymède.
- (d) Vrai ou faux : voyager de Io vers Callisto prendrait davantage de temps que de voyager de Callisto vers Io.

6.11 Objectif Lune. Une fusée est initialement en orbite géostationnaire autour de la Terre. Elle souhaite atteindre la Lune en empruntant l'orbite de transfert qui minimise l'usage de carburant.

- (a) Combien de temps durera le voyage entre sa position initiale et la Lune ?
- (b) Quel angle θ_0 doit-il y avoir entre la ligne Terre-fusée et la ligne Terre-Lune au moment de la manoeuvre de la fusée ? (La Lune met 27,3 jours pour effectuer un tour complet autour de la Terre.)
- (c) Quel gain de vitesse Δv la fusée doit-elle acquérir pendant sa manoeuvre ?
- (d) Pendant combien de temps la fusée doit-elle allumer ses réacteurs pour effectuer sa manoeuvre ? On suppose que la fusée a une masse initiale de 25 000 kg et qu'elle éjecte son carburant un rythme constant de 1 000 kg/s à une vitesse d'expulsion de 3 000 m/s.



6.12 L'énergie de transfert. Une sonde spatiale de 5000 kg est en orbite circulaire de rayon $r_1 = 2 \text{ UA}$ autour du Soleil. On veut utiliser une orbite de transfert pour placer la sonde sur une nouvelle orbite circulaire de rayon $r_2 = 8 \text{ UA}$.

- (a) Calculez les vitesses circulaires v_{circ1} et v_{circ2} qui correspondent aux orbites circulaires de rayons r_1 et r_2 .
- (b) Calculez l'énergie totale du système Soleil-sonde lorsque la sonde se trouve sur l'orbite circulaire de rayon r_1 , lorsqu'elle se trouve sur l'orbite circulaire de rayon r_2 , et calculez la différence d'énergie entre ces deux orbites.
- (c) Calculez la vitesse au périhélie v_P et la vitesse à l'aphélie v_A qui correspondent à l'orbite de transfert.
- (d) Calculez le travail W_1 qui s'exerce sur la sonde lors de sa première manoeuvre (celle qui lui permet de passer de la vitesse v_{circ1} à la vitesse v_P .)
- (e) Calculez le travail W_2 qui s'exerce sur la sonde lors de sa seconde manoeuvre (celle qui lui permet de passer de la vitesse v_A à la vitesse v_{circ2} .)
- (f) Calculez le travail total $W_1 + W_2$ des deux manoeuvres effectuées par la sonde. Que remarquez vous ?

RÉPONSES

- 6.1** (a) $M = 9,0 \times 10^6 \text{ kg}$ $F_P = 1,75 \times 10^7 \text{ N}$ $a = 1,94 \text{ m/s}^2$ $v = 0 \text{ m/s}$
 (b) $M = 8,5 \times 10^6 \text{ kg}$ $F_P = 1,75 \times 10^7 \text{ N}$ $a = 2,06 \text{ m/s}^2$ $v = 200 \text{ m/s}$
 (c) $M = 8,0 \times 10^6 \text{ kg}$ $F_P = 1,75 \times 10^7 \text{ N}$ $a = 2,19 \text{ m/s}^2$ $v = 412 \text{ m/s}$
 (d) $M = 7,5 \times 10^6 \text{ kg}$ $F_P = 1,75 \times 10^7 \text{ N}$ $a = 2,33 \text{ m/s}^2$ $v = 638 \text{ m/s}$

- 6.2** 4 828 m/s

- 6.3** (a) $F_{P(\text{Ying})} = F_{P(\text{Yang})} = 1,2 \times 10^6 \text{ N}$
 (b) $\Delta v_{(\text{Ying})} = 8\,987 \text{ m/s} > \Delta v_{(\text{Yang})} = 7\,190 \text{ m/s}$
 (c) $\Delta t_{(\text{Ying})} = 95 \text{ s} > \Delta t_{(\text{Yang})} = 76 \text{ s}$
 (d) $a_{\text{moy}(\text{Ying})} = a_{\text{moy}(\text{Yang})} = 94,6 \text{ m/s}^2$
 (d) $F_{P(\text{Ying\&Yang})} = 1,5 \times 10^6 \text{ N}$ et $a_{\text{moy}(\text{Ying\&Yang})} = 118 \text{ m/s}^2$

- 6.4** (a) 10,88 MN (b) 5,52 m/s²
 Si vous n'obtenez pas la bonne réponse à la question (b), c'est que vous oubliez probablement qu'il y a deux forces qui agissent sur la fusée !

- 6.5** On doit d'abord trouver que la fusée prend 250 s pour éjecter tout son carburant à rythme constant :
 $M = M_0 + \frac{dM}{dt}t$. On utilise ensuite l'équation de la fusée en présence de gravité pour trouver 2 378 m/s.

- 6.6** Par l'équation $\vec{F} = \frac{dM}{dt} \vec{v}_{\text{ex}}$, on trouve $\frac{dM}{dt} = -900 \text{ kg/s}$, $M_{t=10\text{s}} = 126\,000 \text{ kg}$, ce qui donne une vitesse de 40,0 m/s.

- 6.7** (a) 9 600 s (soit 2 heures et 40 minutes !)
 (b) $14,5 \times 10^3 \text{ m/s}$
 (c) 41 m/s seulement ! (La fusée est demeurée immobile sur la rampe de lancement pendant les 9 541 premières secondes du décollage !)

- 6.8** Chaque kilogramme de l'objet doit posséder une énergie de 2,82 MJ.

- 6.9** (a) $v = v_{\text{ex}} \ln \left(\frac{16\,000}{10\,000} \right) = 1\,962 \text{ m/s}$
 (b) $v = v_{\text{ex}} \ln \left(\frac{16\,000}{11\,000} \right) + v_{\text{ex}} \ln \left(\frac{10\,000}{5\,000} \right) = 2\,136 \text{ m/s}$
 (c) $v = v_{\text{ex}} \ln \left(\frac{16\,000}{12\,000} \right) + v_{\text{ex}} \ln \left(\frac{11\,000}{7\,000} \right) + v_{\text{ex}} \ln \left(\frac{6\,000}{4\,000} \right) = 2\,290 \text{ m/s}$

- 6.10** (a) $D_P = r_I$ et $D_A = r_G$
 (b) $D_P = r_E$ et $D_A = r_C$
 (c) $a = 1,75 r_I$ et $e = 0,429$
 (d) Faux : la durée du voyage serait exactement la même dans les deux cas.

- 6.11** (a) Avec $D_P = 4,222 \times 10^7 \text{ m}$ et $D_A = 3,84 \times 10^8 \text{ m}$, on trouve $\Delta t = 4,90 \times 10^5 \text{ s}$.
 (b) $\theta_0 = 105^\circ$ et la Lune doit se trouver « devant la fusée ».
 (c) La fusée doit passer de $v_{\text{circ}} = 3\,071 \text{ m/s}$ à $v_P = 4\,122 \text{ m/s}$, donc $\Delta v = 1\,051 \text{ m/s}$.
 (d) La fusée doit allumer ses réacteurs pendant 7,38 s.

- 6.12** (a) $v_{\text{circ1}} = 21,1 \text{ km/s}$ $v_{\text{circ2}} = 10,6 \text{ km/s}$
(b) $E_1 = -1,11 \times 10^{12} \text{ J}$ $E_2 = -2,78 \times 10^{11} \text{ J}$ $\Delta E = E_2 - E_1 = 8,35 \times 10^{11} \text{ J}$
(c) $v_P = 26,7 \text{ km/s}$ $v_A = 6,67 \text{ km/s}$
(d) $W_1 = 6,68 \times 10^{11} \text{ J}$
(e) $W_2 = 1,67 \times 10^{11} \text{ J}$
(f) $W_1 + W_2 = 8,35 \times 10^{11} \text{ J}$. On constate que $W_1 + W_2 = \Delta E$ obtenu à la question (b).