

Chapitre 5.4 – L'onde de probabilité et le principe d'incertitude

L'interférence du photon

Les travaux de Compton porte à croire que le photon possède d'avantage un comportement corpusculaire qu'ondulatoire. Il ne faut pas oublier que l'expérience de Young à démontrer un comportement ondulatoire pour la lumière correspondant à un très grand flot de photons.

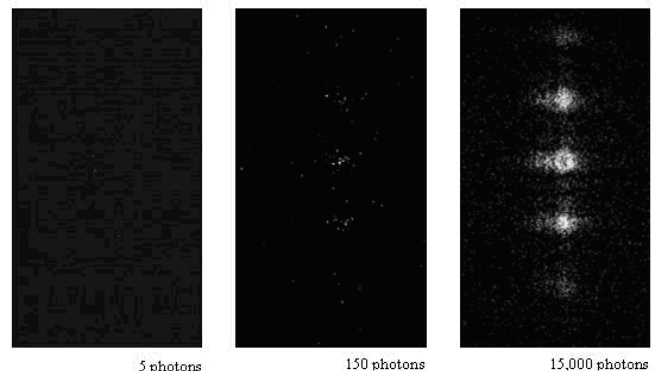
La question suivante semble tout à fait légitime :

Est-ce que le comportement ondulatoire de la lumière est uniquement observable lorsqu'il y a plusieurs photons pour interférer ensemble ?

Pour analyser le comportement ondulatoire d'un seul photon, nous pouvons construire une source de lumière permettant de « lancer un photon à la fois » sur un écran. Sans obstacle, ceux-ci termineront tous leur trajectoire sensiblement au même endroit.

Par contre, si l'on force ces photons à traverser un système de deux fentes rectiligne comme dans l'expérience de Young avec un laser, ceux-ci seront détectés à plusieurs endroits différents (voir image ci-contre).

Au début, le site de détection de chacun des photons semblent être aléatoire, mais après plusieurs détections, nous reconstruisons la figure d'interférence de Young combinée (diffraction et interférence) équivalente à avoir « lancé tous les photons en même temps ».



Accumulation « un photon à la fois », après interférence sur deux fentes circulaires tel que $a < \lambda$ et $d \ll \lambda$.

Conclusion de l'expérience :

- Il y a **interférence** du **photon** avec **lui-même**. L'onde associée à un photon traverse les deux fentes ce qui permet aux deux fentes de se comporter comme deux sources cohérentes. Il y a donc diffraction suivie d'une interférence causé par la différence de marche δ des deux fentes.
- Le photon est capté sur l'écran à un endroit dicté par une **probabilité de présence**. La fonction de probabilité dépend de la longueur d'onde λ du photon, de la distance d entre les deux fentes et de la largeur a des fentes.
- Il y a une probabilité de présence élevée au maximum centrale et aux maximums du patron d'interférence de Young.
- Il y a une probabilité de présence faible près des minimums du patron d'interférence de Young.

Patron d'interférence à plusieurs photons	Patron d'interférence à un photon
Le patron décrit comment l'intensité énergétique des photons est distribuée sur un écran.	Le patron décrit la probabilité qu'à un photon d'être capté à un endroit particulier sur l'écran.

La longueur d'onde de de Broglie

En 1924, le français Louis Victor de Broglie émet l'hypothèse que toutes particules transportant une quantité de mouvement p pouvaient être caractérisée par une longueur d'onde λ ce qui provoque une **dualité onde-particule** pour des **particules** ayant une masse autre que le **photon**. Puisque le photon se comporte comme une onde tout en transportant une quantité de mouvement, l'hypothèse de généraliser les phénomènes ondulatoires à toutes les particules semblait plausible.



Louis de Broglie
(1892-1987)

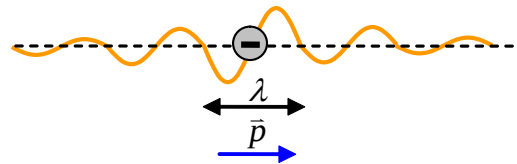
La longueur d'onde de de Broglie fut confirmée trois ans plus tard après avoir observé la **diffraction** des **électrons** dans un **réseau cristallin**¹. Louis de Broglie remportera le prix Nobel de physique en 1929 pour sa découverte et C. Thomson et G. Davisson obtiendront le prix Nobel de physique en 1937 pour les expériences confirmant la théorie.



Figure d'interférence après diffraction des électrons.

La longueur d'onde λ de de Broglie d'une particule correspond à la constante de Planck h divisée par la quantité de mouvement p transporté par la particule :

$$\lambda = \frac{h}{p}$$



où λ : Longueur d'onde caractéristique d'une particule (m)

h : Constante de Planck ($h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

p : Quantité de mouvement de la particule ($\text{kg} \cdot \text{m/s}$)

(Classique : $p = m\vec{v}$)

(Relativiste : $p = \gamma m\vec{v}$)

¹ Diffraction d'un faisceau d'électron sur un réseau cristallin affichée sur un écran de phosphore (poudre utilisée dans les télévisions cathodiques).

Situation X : La longueur d'onde de de Broglie. On désire déterminer la longueur d'onde de Broglie **(a)** d'un électron ($m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$) se déplaçant à 1500 m/s; **(b)** d'une particule de fumée ($m = 1 \times 10^{-12} \text{ kg}$) se déplaçant à 1 mm/s.

Évaluons la quantité de mouvement de l'électron à l'aide de l'expression classique $\vec{p} = m\vec{v}$:

$$p_x = mv_x \quad \Rightarrow \quad p_x = (9,11 \times 10^{-31})(1500)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{p_x = 1,367 \times 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m/s}}$$

Évaluons la longueur d'onde de de Broglie de l'électron :

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{(6,63 \times 10^{-34})}{(1,367 \times 10^{-27})}$$

$$\Rightarrow \quad \lambda = 4,85 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\lambda = 485 \text{ nm}} \quad \textbf{(a)} \quad (\text{comportement ondulatoire observable})$$

N.B. Cette longueur d'onde équivaut à la longueur d'onde d'un photon de lumière bleue. L'électron subira alors les mêmes phénomènes d'interférence que la lumière de cette longueur d'onde. Cependant, l'électron n'est pas un photon, car celui-ci transporte une masse et une charge électrique non nulle.

Évaluons la quantité de mouvement de la particule de fumée :

$$p_x = mv_x \quad \Rightarrow \quad p_x = (1 \times 10^{-12})(1 \times 10^{-3})$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{p_x = 1 \times 10^{-15} \text{ kg} \cdot \text{m/s}}$$

Évaluons la longueur d'onde de de Broglie de l'électron :

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{(6,63 \times 10^{-34})}{(1 \times 10^{-15})}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\lambda = 6,63 \times 10^{-19} \text{ m}} \quad \textbf{(b)} \quad (\text{aucun comportement ondulatoire observable})$$

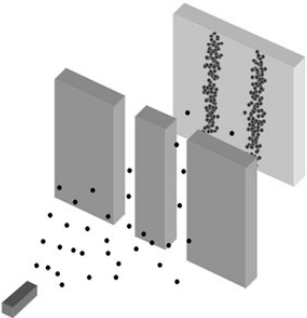
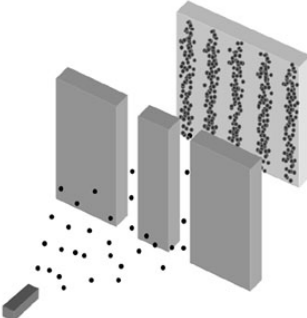
Conclusion :

Les comportements ondulatoires sont seulement observables chez les objets de petites masses comme les particules et les atomes, car ceux-ci peuvent transporter une petite quantité de mouvement p en raison de leur petite masse. Un objet macroscopique même immobile possède des mouvements de vibration de très faible vitesse, mais leur grande masse impose une trop grande valeur à la quantité de mouvement p ce qui en résulte à une très petite longueur d'onde de de Broglie. La mécanique ondulatoire prend tout son sens lorsque la longueur d'onde de de Broglie est comparable à la taille de l'objet.

L'expérience de Young avec plusieurs électrons

Selon l'hypothèse de de Broglie, toutes les particules peuvent être caractérisées par une longueur d'onde. Ainsi, un faisceau d'électron doit subir un phénomène d'interférence comme l'a démontré l'expérience de Young². Dans cette expérience, il y avait interférence si l'ouverture des fentes a était de taille comparable à la longueur d'onde λ .

Voici le résultat de l'expérience de Young avec un faisceau d'électron où les **points noirs** sur l'écran représentent des **endroits** où un **électron** a été **capté** :

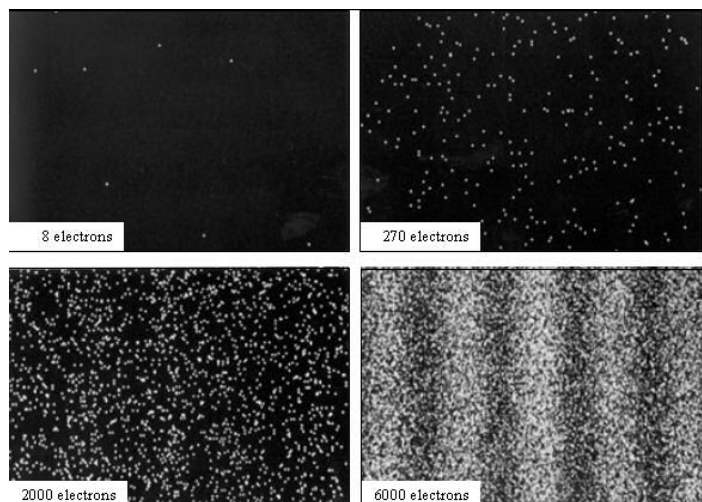
Propriété ondulatoire non présente	Propriété ondulatoire présente
$a \gg \lambda$  Les électrons se comportent individuellement comme des objets ponctuels (sans diffraction) ayant la possibilité de passer par la fente de gauche ou celle de droite.	$a > \lambda$  Les électrons se comportent ensemble comme une onde diffractée en deux sources cohérentes effectuant de l'interférence ce qui produit un patron d'interférence de Young.

Remarque : Bien que cette expérience démontre qu'un faisceau d'électron se comporte comme une onde, elle ne démontre pas qu'un électron individuel se comporte comme une onde.

L'expérience de Young avec un électron à la fois

Afin de prouver qu'un seul électron possède une propriété ondulatoire, nous devons effectuer l'expérience de Young en lançant un électron à la fois. Voici ce qui fut observé :

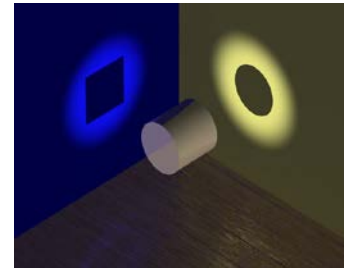
- ❖ Formation du patron d'interférence de Young après accumulation des électrons un à un.
- ❖ Il y a **diffraction** et **interférence** de **l'électron** avec **lui-même**, car son onde traverse les deux fentes tout en demeurant cohérente ce qui produit l'interférence (comme dans le cas du photon).



² L'expérience de Young de la lumière fut étudiée au chapitre 3.2
 Référence : Marc Séguin, Physique XXI Tome C
 Note de cours rédigée par : Simon Vézina

La mécanique quantique et l'onde de probabilité

La **mécanique quantique** est la branche de la physique qui étudie les interactions fondamentales de la matière à l'échelle atomique et subatomique en attribuant une dualité onde-particule aux éléments en interaction. Ainsi, la mécanique quantique utilise un **formalisme ondulatoire** pour **déplacer** les éléments en interaction à l'aide de propagations ondulatoires respectant les règles de **diffraction** et **d'interférence** et un **formalisme corpusculaire** lorsqu'une **mesure** est effectuée respectant les lois de la **conservation de l'énergie** et de la **quantité de mouvement**.



Si l'on avait seulement un plan de projection à observer, est-ce qu'un cylindre serait un carré ou un cercle ?

En 1926, le physicien d'origine allemande Max Born attribue à la nature ondulatoire de la mécanique quantique une interprétation probabiliste. L'**onde de probabilité** associée au **mouvement** d'une **particule** portant le nom de **fonction d'onde** $\Psi = \Psi(\vec{r}, t)$ permet de calculer la probabilité d'observer différentes mesures (ex : position, énergie) d'une particule. Il réalise que le module au carré de la fonction d'onde $|\Psi|^2$ correspond à une densité de probabilité de présence de la particule. Il a reçu le lauréat de la moitié du prix noble de physique en 1954 pour son interprétation statistique de la fonction d'onde.

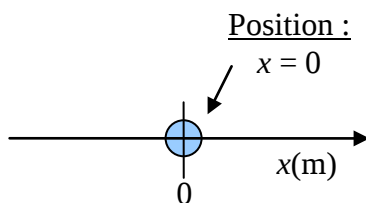


Max Born
(1882-1970)

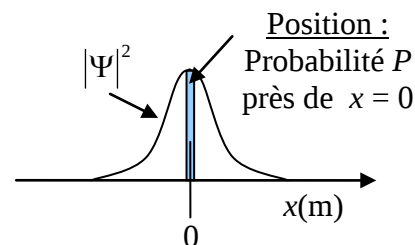
Puisque le module du carré de la fonction d'onde $|\Psi|^2$ n'est qu'une densité de probabilité, la probabilité d'observer une particule se déplaçant selon l'axe x entre la coordonnée x_1 et x_2 est égale à l'expression suivante :

Probabilité de présence (mesure position)	Condition de normalisation
$P = \int_{x=x_1}^{x_2} \Psi(x) ^2 dx$ ($P \leq 1$ d'observer la particule entre la coordonnée x_1 et x_2)	$\int_{x=-\infty}^{\infty} \Psi(x) ^2 dx = 1$ ($P = 1$ d'observer la particule à quelque part)

où P : Probabilité d'observer la particule entre la coordonnée x_1 et x_2 ($0 \leq P \leq 1$)
 $|\Psi|^2$: Densité de probabilité associée à la particule



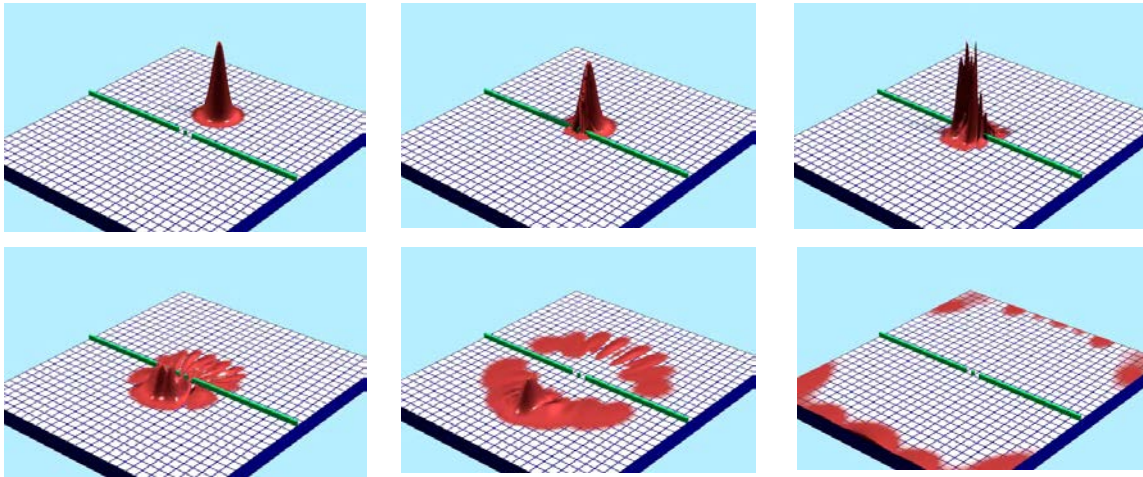
❖ La **mécanique classique** permet de localiser avec certitude la **position** d'une particule à un **endroit précis**.



❖ La **mécanique quantique** permet de calculer la **probabilité** de localiser une particule dans un **intervalle de position**.

Diffraction et interférence de la fonction d'onde

Voici une simulation numérique de la diffraction de la fonction d'onde au travers un système de deux fentes associé à la cinématique d'un électron (expérience de Young avec un électron). Cette simulation vise à illustrer comment une fonction d'onde Ψ peut évoluer après diffraction et subir de l'interférence afin de produire un patron dont le module au carré identifie la densité de probabilité de localiser un électron à un endroit donné :



- L'amplitude de la fonction d'onde à un endroit donné permet de calculer la probabilité de localiser l'électron près de cet endroit.
- Plus l'amplitude est élevée, plus la probabilité de présence est élevée.
- L'amplitude la plus élevée sur l'écran est située face aux deux fentes ce qui correspond au maximum central du patron d'interférence de l'expérience de Young.
- Puisque l'onde peut être transmise et réfléchi lors de l'interaction avec les deux fentes, l'électron pourra être observé d'un côté comme de l'autre du système des deux fentes.

Le choix quantique

La nature probabiliste de la mécanique quantique mène inévitablement à cette question existentielle :

Sachant que les interactions entre les particules font évoluer dans le temps les fonctions d'onde $\Psi(\vec{r}, t)$, lors d'une mesure, comment le choix quantique étant aléatoire selon un observateur est effectué ?

Selon Albert Einstein, il y avait encore des arguments physiques incompris qui pouvaient expliquer le processus « soi-disant » aléatoire du choix quantique. Selon Neils Bohr, l'interprétation rationnelle du choix quantique n'avait pas de sens. De nos jours, l'interprétation du choix aléatoire reste encore un débat ouvert et plusieurs hypothèses sont encore en vigueur.

ex : interprétation de Copenhague, mondes multiples (Hugh Everett)

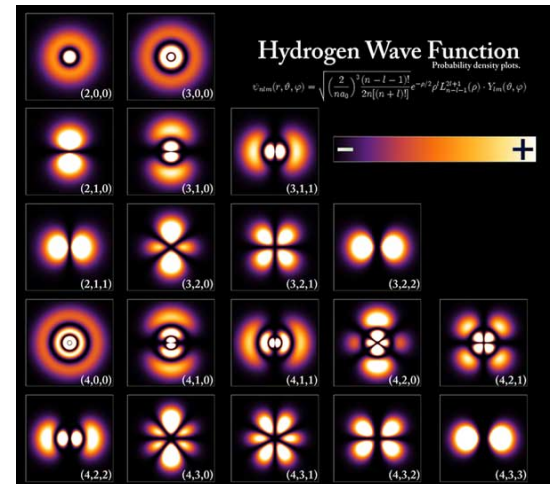


« God does not play dice. »
Albert Einstein
(1879-1955)

« Einstein, stop telling God
what to do. »
Neils Bohr
(1885-1962)

L'effondrement de la fonction d'onde

En mécanique quantique, lorsqu'on applique des lois de conservation (comme l'énergie) à une fonction d'onde, celle-ci se fait limiter par des contraintes et des conditions aux frontières ce qui réduit son ensemble d'états admissibles (comme une corde libre fixée à deux extrémités pouvant uniquement osciller dans des modes stationnaires particulier). Chaque état distinct porte le nom **d'état propre** (vecteur propre). Après l'application d'un **opérateur quantique** visant à extirper une mesure (ou valeur) physique particulière à une **fonction d'onde sans la modifier**, une valeur portant le nom de **valeur propre** est associée à chaque état. Puisque les états ne sont pas arbitraires et qu'ils sont dénombrables, on dit que les **états** sont **quantifiés**.



État propre de la fonction d'onde associée à l'atome d'hydrogène

La mécanique quantique autorise à une fonction d'onde d'être en superposition d'état et interagir avec son environnement de la sorte. Cependant, il y a **effondrement de la fonction d'onde** lorsqu'une observation est effectuée sur la fonction obligeant celle-ci à révéler une valeur macroscopique quantifiée unique de sa réalité. À ce moment précis, la fonction d'onde perd son état de superposition ondulatoire pour une représentation correspondant à l'état propre associée à la valeur propre observée.



Le mystère du choix quantique.

Le processus réduisant la superposition de la fonction d'onde à un seul état propre est aléatoire (coup de dé quantique) et « le choix » de l'état observé respecte toujours la règle de probabilité dictée par la fonction d'onde d'origine.

Exemple : La corde de violon

En « classique », on frotte une corde de violon fixée aux deux extrémités. La corde vibre dans une superposition de plusieurs modes propres impairs dont le mode #1 est plus dominant. Les sons entendus correspondent alors aux valeurs propres des différents modes en vibration et l'intensité du son entendu dépend des amplitudes des modes.

En « quantique », une telle corde ne pourrait qu'être « observée » oscillant que dans un seul mode (sans superposition). L'unique note entendue serait choisie aléatoirement dont « le choix » dépendrait de la probabilité définie par l'amplitude de chaque mode de l'état vibrationnel de la fonction d'onde quantique.

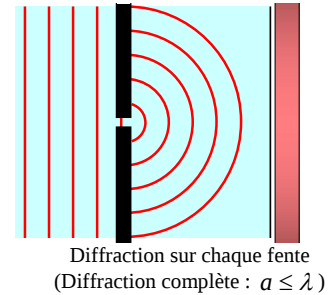


<http://www.commentfaire.ca/commentfaire.ca/apprendre-a-jouer-du-violon.html>

On peut observer une corde de violon classique vibrer dans une superposition de modes propres, car on peut entendre une superposition de notes différentes.

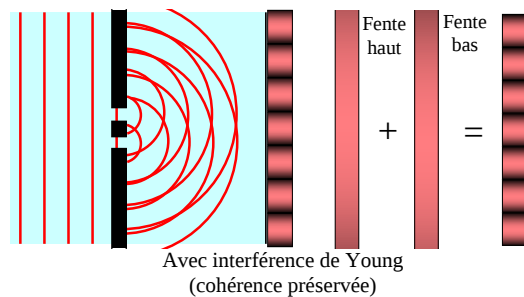
Observation dans l'interférence de Young et effondrement de la fonction d'onde

Lors d'une expérience de Young, la fonction d'onde $\Psi(\vec{r}, t)$ d'une particule traverse deux fentes simultanément et subie de la diffraction au travers les deux fentes selon la longueur d'onde λ de la particule et la taille de l'ouverture a . La fonction d'onde continue d'évoluer sans effondrement (demeure cohérente), car aucune observation n'a été encore effectuée et tous les scénarios véhiculés par la fonction d'onde sont possiblement réalisable.



Sans observation des fentes :

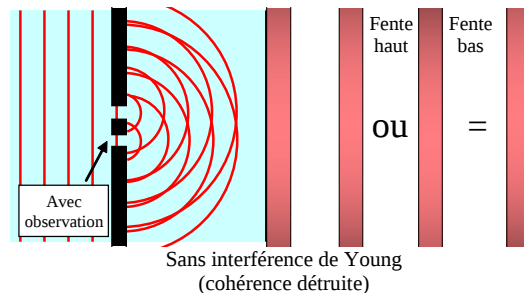
L'interaction des deux sections de fonction d'onde diffractées cohérentes permettra une interférence de Young constructive et destructive en différent point de l'espace selon la différence de marche associée aux deux fentes (influencé par la distance d entre les deux fentes) et la longueur d'onde λ de la particule.



Lors d'une observation sur un écran, on peut mesurer la densité de probabilité $|\Psi|^2$ de capter une particule en différent point de l'écran.

Avec observation d'une des deux fentes :

Si l'on fait une « observation » pour déterminer la fente qui sera traversée par la particule, la fonction d'onde $\Psi(\vec{r}, t)$ traversera uniquement l'une des deux fentes. Il y aura effondrement de la fonction d'onde $\Psi(\vec{r}, t)$ en une nouvelle fonction d'onde $\Psi_{\text{obs}}(\vec{r}, t)$ égale à l'état associé à l'observation.



Ainsi, **il n'y aura aucune interférence possible entre les deux fentes**, car la nouvelle fonction d'onde n'effectue qu'une seule diffraction (il faut deux ondes cohérentes pour interférer). On se retrouve alors avec le patron de diffraction de la fente du haut ou du bas sans interférence de Young. On peut alors mesurer la densité de probabilité $|\Psi_{\text{obs}}|^2$ de capter une particule en différent point de l'écran.

En mécanique quantique, faire une **observation** implique inévitablement une **perturbation** de la fonction d'onde et un **effondrement** de celle-ci en un **état précis**. La fonction d'onde voyage « dans le vide » en une superposition d'état, mais elle est observée dans « une interaction avec la matière » en un seul état à la fois.

L'analogie du dé à 6 faces

On peut comparer la mécanique quantique et la nature probabiliste de la fonction d'onde à l'analogie suivante :

Imaginez un dé à 6 faces dans un monde à deux dimensions.

La fonction d'onde : (le dé)

Le dé représente la fonction d'onde, car il évolue dans le temps, mais ne signifie rien physiquement pour un univers à deux dimensions. La troisième dimension manquante nous empêche de voir tous les côtés du dé en même temps.



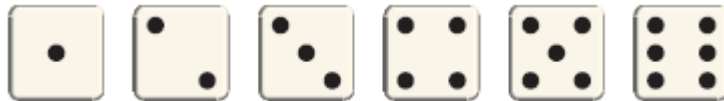
La mesure de la fonction d'onde : (regarder le dé)

Lorsqu'on observe le dé perpendiculairement à l'une de ses faces, on ne peut qu'observer qu'une seule face à la fois. Il y a effondrement du dé ce qui l'invite à prendre un état particulier (une position) et cet état nous donne sa valeur associée (ex : la valeur 4).



Les états possibles et valeurs associées : (les six faces 1, 2, 3, 4, 5 et 6)

Les six états admissibles du dé nous donnent accès aux six valeurs uniques associées représentées par les six faces du dé, car il y a seulement six faces différentes que l'on peut observer.



La probabilité : (règle combinatoire et statistique du dé)

Mathématiquement, on peut évaluer qu'il y a pour chaque face du dé « 1 chance sur 6 » d'être observée. Si le dé était « pipé », les probabilités seraient différentes pour chaque face, mais la somme des probabilités serait égale à « 1 » puisqu'il doit toujours y avoir une seule face observée à la fois (impossible de rien observer). C'est la fonction d'onde qui décrit la répartition des probabilités.

Le choix et l'effondrement de la fonction d'onde : (le hasard)

C'est le « hasard » qui décide de la face observée sur un dé à chaque fois qu'il est lancé. Ce choix aléatoire est guidé par les probabilités de réalisation de chaque état admissible. La question de savoir « qui fait le choix » demeure toujours en suspend. La seule chose qu'on sait, c'est que le processus de sélection de l'état « ne triche pas » les probabilités.



Exemple non équiprobable : (Somme de deux dés à six faces)

État :	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Probabilité :	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	2/36	1/36

