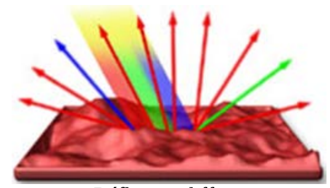
Chapitre 2.2 – La réflexion et les miroirs plans

La loi de la réflexion

La **réflexion** est le phénomène qui permet à la lumière de subir un changement de direction à la rencontre d'une interface principalement dans la direction perpendiculaire à la surface afin de demeurer dans le milieu d'origine.


Réflexion spéculaire


Réflexion diffuse

Une réflexion est **spéculaire** lorsqu'elle répond à la loi de la réflexion ($\theta = \theta'$) et se comporte alors comme un miroir. Une réflexion est **diffuse** lorsque la lumière est réfléchie dans différentes directions. Un objet qui n'est pas une source de lumière se comporte comme un **objet réel** lorsqu'il réfléchi de façon diffuse la lumière provenant de son environnement.


La sphère réfléchie la lumière ambiante comme un miroir.

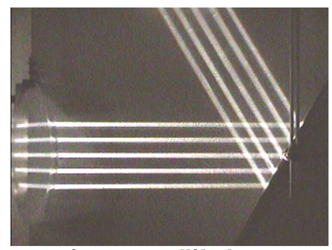

La poussière déposée sur la Lune réfléchie la lumière directionnelle provenant du Soleil dans toutes les directions.

La loi de la réflexion permet d'évaluer l'angle de réflexion θ' à partir d'un angle d'incidence θ d'un rayon de lumière par rapport à la normale à la surface (perpendiculaire à la surface). Le trajet optique respect le principe de Fermat :

$$\theta' = \theta$$

où θ' : Angle de réflexion par rapport à la normale à la surface.

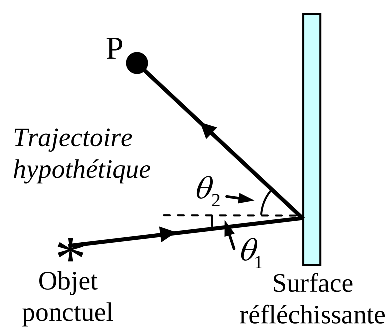
θ : Angle incident par rapport à la normale à la surface


Un faisceau parallèle demeure parallèle après une réflexion sur un miroir.

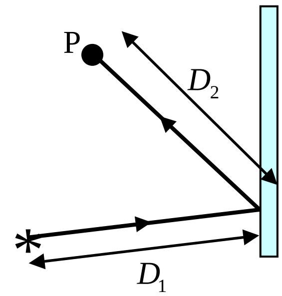
<u>Preuve :</u>

Considérons un objet ponctuel qui émet de la lumière dans toutes les directions. Étudions la trajectoire de la lumière qui réfléchie sur une surface plane et qui passe par un point P.

Grâce au **principe de Fermat**, évaluons la **trajectoire** de la lumière qui **minimise le temps de parcours** t afin d'établir un lien entre l'angle d'incidence θ_1 et l'angle de réflexion θ_2.



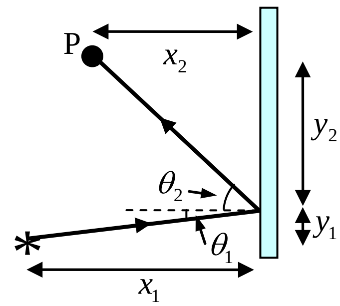
Puisque la lumière voyage toujours dans le même milieu, elle se déplace donc à vitesse constante c. À partir des équations du MUA, nous pouvons déterminer la relation suivante entre le temps de parcours t et la distance à parcourir D, car la **lumière voyage en ligne droite** :



$$\Delta x = vt \quad \Rightarrow \quad (D) = (c)t$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{t = (D_1 + D_2)/c}$$

À partir du théorème de Pythagore, nous pouvons évaluer la distance D_1 à partir de x_1 et y_1 et la distance D_2 à partir de x_2 et y_2 :



$$D_1 = D_1(y_1) = \sqrt{x_1^{\,2} + y_1^{\,2}} \;,\; x_1 = \text{constante}$$

et

$$D_2 = D_2(y_2) = \sqrt{x_2^{\,2} + y_2^{\,2}} \;,\; x_2 = \text{constante}$$

<u>Important :</u> $y_1 + y_2 = \text{constante}$, donc $\mathrm{d}y_1 + \mathrm{d}y_2 = 0$

Dans le calcul, les **<u>variables libres</u>** sont y_1 et y_2. Ces variables détermineront l'endroit où se produira la réflexion le long du miroir.

Appliquons la **dérivée à l'équation du temps de parcours** t précédente et égalisons la à **zéro** afin de trouver la **solution qui minimise le temps de parcours** :

$$\mathrm{d}t = 0 \qquad \text{(Minimiser } t\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \mathrm{d}\left(\frac{D_1 + D_2}{c}\right) = 0 \qquad \text{(Remplacer } t = \frac{D_1 + D_2}{c}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{c}\mathrm{d}(D_1 + D_2) = 0 \qquad \text{(Factoriser } 1/c\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \mathrm{d}(D_1 + D_2) = 0 \qquad \text{(Multiplier par } c\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial}{\partial y_1}(D_1 + D_2)\mathrm{d}y_1 + \frac{\partial}{\partial y_2}(D_1 + D_2)\mathrm{d}y_2 = 0 \qquad \text{(Différentiel : } \mathrm{d}f(x,y) = \frac{\partial f}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial f}{\partial y}\mathrm{d}y\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \left(\frac{\partial D_1}{\partial y_1} + \frac{\partial D_2}{\partial y_1}\right)\mathrm{d}y_1 + \left(\frac{\partial D_1}{\partial y_2} + \frac{\partial D_2}{\partial y_2}\right)\mathrm{d}y_2 = 0 \qquad \text{(Distribuer la dérivée)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial D_1}{\partial y_1}\mathrm{d}y_1 + \frac{\partial D_2}{\partial y_2}\mathrm{d}y_2 = 0 \qquad \left(\frac{\partial D_1(y_1)}{\partial y_2} = 0 \text{ et } \frac{\partial D_2(y_2)}{\partial y_1} = 0\right)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\frac{\partial D_1}{\partial y_1}\mathrm{d}y_1 = -\frac{\partial D_2}{\partial y_2}\mathrm{d}y_2} \qquad \text{(Séparer les termes)}$$

Lorsqu'on recherche la position où se produit la réflexion sur la surface, il faut faire varier y_1 par $\mathrm{d}y_1$ et y_2 par $\mathrm{d}y_2$. Étant donné que y_1 et y_2 se partage un espace constant ($y_1 + y_2 = \text{constante}$), les variations de ces deux variables sont toujours de sens contraire (si $\mathrm{d}y_1 \uparrow$, alors $\mathrm{d}y_2 \downarrow$). On peut donc affirmer la relation suivante :

$$\mathrm{d}y_1 + \mathrm{d}y_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{d}y_2 = -\mathrm{d}y_1$$

Cette relation nous permet alors d'obtenir :

$$\frac{\partial D_1}{\partial y_1}\mathrm{d}y_1 = -\frac{\partial D_2}{\partial y_2}\mathrm{d}y_2 \qquad \text{(Équation précédente)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial D_1}{\partial y_1}\mathrm{d}y_1 = -\frac{\partial D_2}{\partial y_2}\left(-\mathrm{d}y_1\right) \qquad \text{(Remplacer } \mathrm{d}y_2 = -\mathrm{d}y_1\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial D_1}{\partial y_1} = \frac{\partial D_2}{\partial y_2} \qquad \text{(Simplifier } \mathrm{d}y_1\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial}{\partial y_1}\left(\sqrt{x_1^{\,2} + y_1^{\,2}}\right) = \frac{\partial}{\partial y_2}\left(\sqrt{x_2^{\,2} + y_2^{\,2}}\right) \qquad \text{(Pythagore : } D_{1,2} = \sqrt{x_{1,2}^{\,2} + y_{1,2}^{\,2}}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2\sqrt{x_1^{\,2} + y_1^{\,2}}}\frac{\partial\left(x_1^{\,2} + y_1^{\,2}\right)}{\partial y_1} = \frac{1}{2\sqrt{x_2^{\,2} + y_2^{\,2}}}\frac{\partial\left(x_2^{\,2} + y_2^{\,2}\right)}{\partial y_2} \qquad \text{(Dérivée : } \frac{\partial\left(f(x)^n\right)}{\partial x} = n\,f(x)^{n-1}\frac{\partial f(x)}{\partial x}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2\sqrt{x_1^{\,2} + y_1^{\,2}}}\left(2y_1\right) = \frac{1}{2\sqrt{x_2^{\,2} + y_2^{\,2}}}\left(2y_2\right) \qquad \text{(Dérivée : } \frac{\partial\left(x^n\right)}{\partial x} = n\,x^{n-1}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{y_1}{\sqrt{x_1^{\,2} + y_1^{\,2}}} = \frac{y_2}{\sqrt{x_2^{\,2} + y_2^{\,2}}} \qquad \text{(Simplifier facteur 2)}$$

$$\Rightarrow \quad y_1\sqrt{x_2^{\,2} + y_2^{\,2}} = y_2\sqrt{x_1^{\,2} + y_1^{\,2}} \qquad \text{(Multiplier pour retirer dénomi.)}$$

$$\Rightarrow \quad y_1^{\,2}\left(x_2^{\,2} + y_2^{\,2}\right) = y_2^{\,2}\left(x_1^{\,2} + y_1^{\,2}\right) \qquad \text{(Mettre au carré)}$$

$$\Rightarrow \quad y_1^{\,2}x_2^{\,2} + y_1^{\,2}y_2^{\,2} = y_2^{\,2}x_1^{\,2} + y_2^{\,2}y_1^{\,2} \qquad \text{(Distribution)}$$

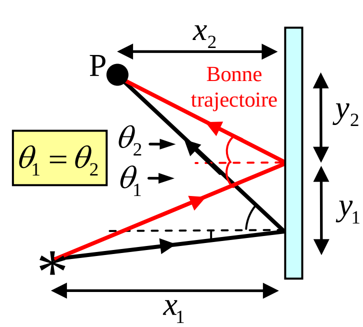
$$\Rightarrow \quad y_1^{\,2}x_2^{\,2} = y_2^{\,2}x_1^{\,2} \qquad \text{(Soustraire } y_1^{\,2}y_2^{\,2}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad y_1 x_2 = y_2 x_1 \qquad \text{(Appliquer racine)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} \qquad \text{(Exprimer en } y/x\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \tan(\theta_1) = \tan(\theta_2) \qquad (\tan(\theta) = y/x)$$

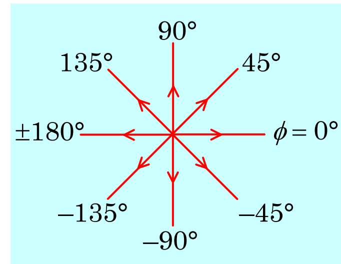
$$\Rightarrow \quad \theta_1 = \theta_2 \quad \blacksquare \qquad \text{(Solution unique)}$$



(schéma de la bonne trajectoire)

L'angle de déviation

Lorsqu'un rayon de lumière subit un changement de direction, il est alors dévié de sa trajectoire rectiligne d'origine dont l'orientation est selon un angle ϕ_i par un angle de déviation δ ce qui lui donne une orientation selon un angle ϕ_f. La déviation correspond alors à la soustraction entre l'orientation finale et l'orientation initiale :



L'orientation d'un rayon est basée sur le cercle trigonométrique.

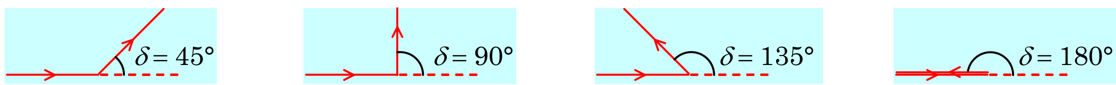
$$\phi_2 = \phi_1 + \delta_{12} \quad \text{ou bien} \quad \delta_{12} = \phi_2 - \phi_1$$

où δ_{12} : Angle de déviation d'un rayon (degré ou rad)

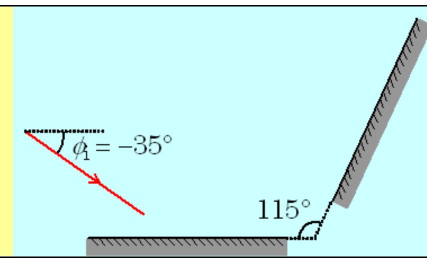
ϕ_1 : Orientation initiale d'un rayon (degré ou rad)

ϕ_2 : Orientation finale d'un rayon (degré ou rad)

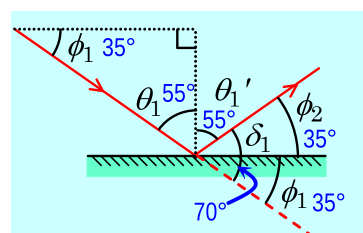
<u>Exemple :</u> ($\phi_i = 0$ et $\phi_f = \delta$)



Situation 1 : ***Une double réflexion.*** Un rayon dont l'orientation initiale est $\phi_i = -35°$ est réfléchi par un miroir horizontal, puis par un second miroir incliné à $115°$ par rapport au premier (schéma ci-contre). On désire déterminer **(a)** l'angle de déviation total par rapport au rayon initial ainsi que **(b)** l'orientation finale du rayon (après la seconde réflexion)



Évaluons l'angle de réflexion θ_1' à partir de la loi de la réflexion et l'orientation initiale ϕ_i : (avec angle en valeur absolue)



$\theta_1' = \theta_1 \quad \Rightarrow \quad \theta_1' = (180° - 90° - \phi_1)$ (180° dans triangle)

$\Rightarrow \quad \theta_1' = 90° - (35°)$ (Remplacer val. num.)

$\Rightarrow \quad \boxed{\theta_1' = 55°}$ (Évaluer θ_1')

Évaluons l'angle de réflexion θ_2' :

$\theta_2' = \theta_2$ (Loi de la réflexion)

$\Rightarrow \quad \theta_2' = (90° - \beta)$ (Angle droit)

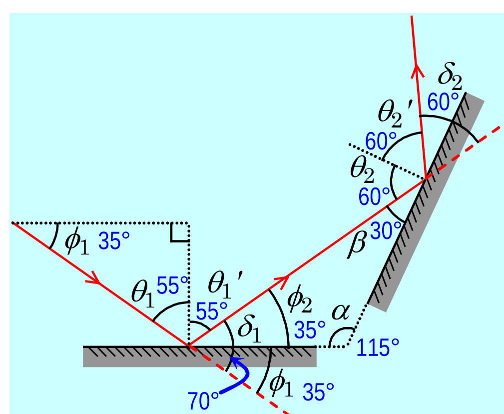
$\Rightarrow \quad \theta_2' = 90° - (180° - \phi_2 - \alpha)$ (180° dans triangle)

$\Rightarrow \quad \theta_2' = -90° + \phi_2 + \alpha$ (Simplifier)

$\Rightarrow \quad \theta_2' = -90° + (90° - \theta_1') + \alpha$ (Angle droit)

$\Rightarrow \quad \theta_2' = -(55) + (115°)$ (Simplifier et rempl.)

$\Rightarrow \quad \boxed{\theta_2' = 60°}$



Nous pouvons évaluer la déviation du rayon incident en effectuant les calculs suivants :

$$\delta_1 = 180° - \theta_1 - \theta_1' \quad \Rightarrow \quad \delta_1 = 180° - (55°) - (55°)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\delta_1 = 70°}$$

$$\delta_2 = 180° - \theta_2 - \theta_2' \quad \Rightarrow \quad \delta_2 = 180° - (60°) - (60°)$$

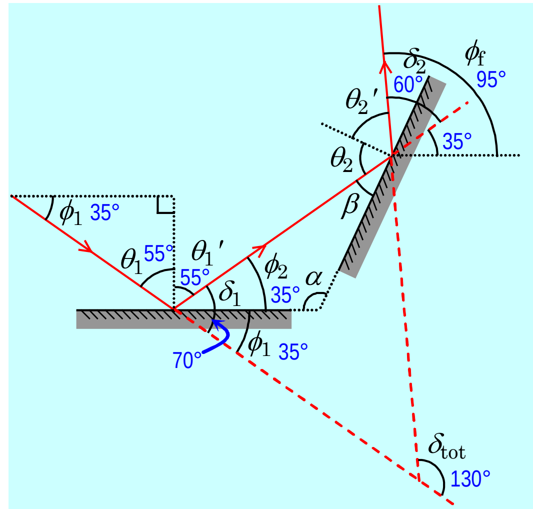
$$\Rightarrow \quad \boxed{\delta_2 = 60°}$$

$$\delta_{tot} = \delta_1 + \delta_2 \quad \Rightarrow \quad \delta_{tot} = (70°) + (60°)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\delta_{tot} = 130°} \quad \textbf{(a)}$$

$$\delta_{tot} = \phi_f - \phi_i \quad \Rightarrow \quad (130°) = \phi_f - (-35°)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\phi_f = 95°} \quad \textbf{(b)}$$



<u>Remarque :</u>

On réalise que la déviation d'un rayon sous une réflexion correspond à

$$\delta = 180° - 2\theta$$

où δ est la déviation du rayon sous une réflexion et θ est l'angle d'incidence du rayon réfléchi.

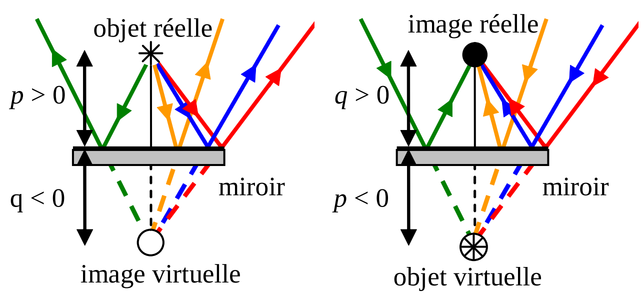
La position des images avec réflexion sur un miroir plan

La position d'une image associée à la réflexion sur un miroir plan d'un objet (réel ou virtuel) est située face à l'objet de l'autre côté du miroir :

$$q = -p$$

où q : Distance entre l'image et le miroir (m)

p : Distance entre l'objet et le miroir (m)



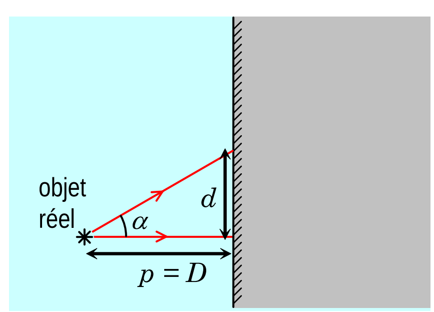
<u>Convention :</u>

- $p > 0$: objet réel
- $p < 0$: objet virtuel
- $q > 0$: image réelle
- $q < 0$: image virtuelle

<u>Preuve :</u>

Considérons un objet situé à une distance $p = D$ d'un miroir. Lançons un 1^ier rayon perpendiculairement sur la surface du miroir et un 2^ième à un angle α par rapport à l'autre rayon. C'est deux rayons toucherons le miroir séparé par une distance d tel que

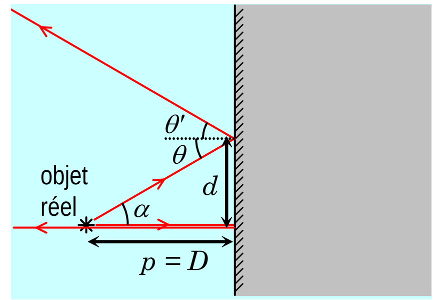
$$\tan(\alpha) = \frac{d}{D} \quad .$$



En appliquant la **loi de la réflexion**, le 1ier rayon est dévié d'un angle $\delta_1 = 180°$ (revient sur ses pas) et le 2ième sera dévié d'un angle

$$\delta_2 = 180° - 2\alpha$$

(remarque précédente)



car nous avons les relations d'égalité suivante entre nos angles :

- $\alpha = \theta$ (angle alterne-interne)
- $\theta' = \theta$ (loi de la réflexion)

Si l'on prolonge du côté virtuel nos deux rayons réfléchis, nous trouvons un point d'intersection à une distance q du miroir dont le croissement fait un angle α par rapport au 1ier rayon. Par une analyse de triangle semblable, nous pouvons démontrer que $q = -p$:

$\tan(\beta) = \dfrac{d}{q}$ $\Rightarrow$ $\tan(\theta') = \dfrac{d}{q}$ (angle correspondant)

$\Rightarrow$ $\tan(\theta) = \dfrac{d}{q}$ (loi de la réflexion)

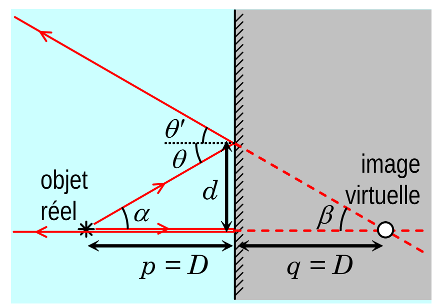
$\Rightarrow$ $\tan(\alpha) = \dfrac{d}{q}$ (angle alterne-interne)

$\Rightarrow$ $\dfrac{d}{D} = \dfrac{d}{q}$ (définition tangente)

$\Rightarrow$ $q = D$ (Simplifier d)

$\Rightarrow$ $q = p$ (Remplacer $p = D$)

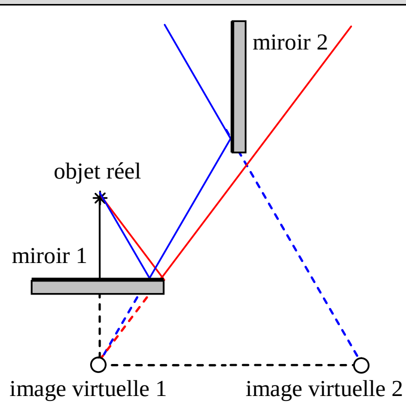
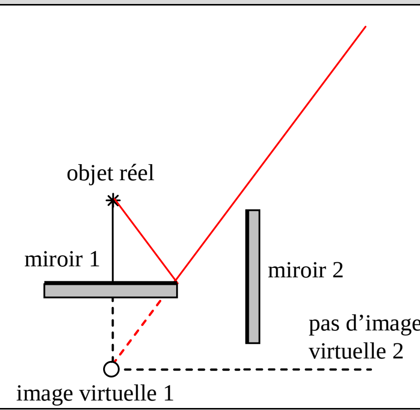
$\Rightarrow$ $q = -p$ ■ (Appliquer conven. signe)



Cette démonstration est effectuée avec un objet réel, mais elle reste valable avec un objet virtuel.

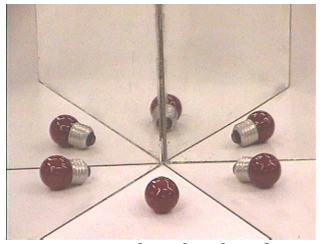
Une réflexion multiple et procédure itérative

Après une réflexion sur un miroir, **l'image formée** devient source d'un faisceau divergent et joue le rôle **d'objet** pour une **seconde déviation**. L'équation précédente s'applique seulement si le second miroir se retrouve dans le champ de réflexion du premier miroir.

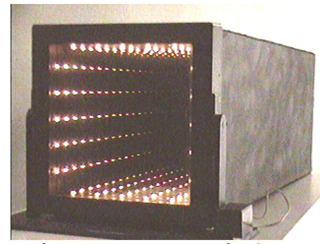
Double réflexion	Réflexion simple
	

Pour trouver **l'ensemble des images** formées à partir d'un **objet réel initial**, il faut **itérer** sur **l'ensemble des possibilités admissibles** de réflexion.

Selon la configuration des miroirs, nous pouvons observer un nombre fini ou infini d'image.

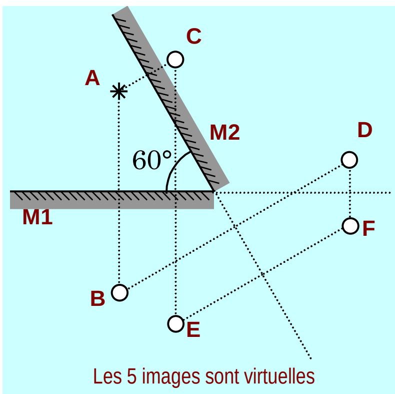


Deux miroirs plans dont l'angle qui les sépare est inférieur de 60°. (5 images)



Boîte avec un miroir au fond et une plaque semi-transparente à l'avant. (nombre infini d'images)

Situation 2 : ***Combien d'images?*** On place un objet réel entre deux miroirs qui font un angle de 60° entre eux. On désire représenter la situation sur un schéma en indiquant la position de toutes les images qui se forment. (On peut placer l'objet n'importe où entre les deux miroirs.)



A : objet réel;
B : image de **A** dans le miroir **M1**
C : image de A dans le miroir **M2**
D : image de B dans le prolongement du miroir **M2**
E : image de C dans le miroir **M1**
F : image de E dans le prolongement du miroir **M2**
ou image de D dans le prolongement du miroir **M1**

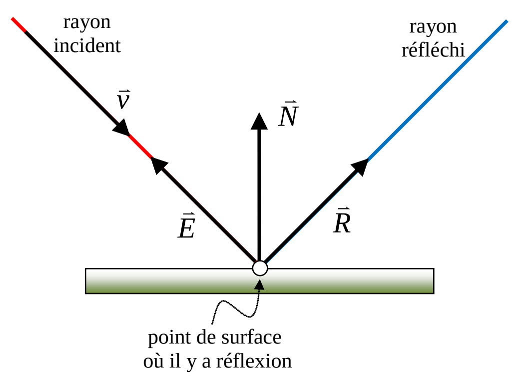
Toutes les autres réflexions se superposent sur les images déjà existantes (images toutes localisées).

La réflexion sous forme vectorielle (complément informatique)

À l'aide d'une représentation vectorielle d'un rayon, un rayon incident $\vec{v}$ à une normale à la surface $\vec{N}$ peut être réorienté dans la direction $\vec{R}$ par la loi de la réflexion grâce à l'équation suivante :

$$\vec{R} = \vec{v} + 2\left(\vec{E}\cdot\vec{N}\right)\vec{N}$$

$$\text{et} \qquad \vec{E} = -\vec{v}$$



où $\quad \vec{R}$: Orientation du rayon réfléchi (vecteur unitaire, $\left|\vec{R}\right| = 1$).

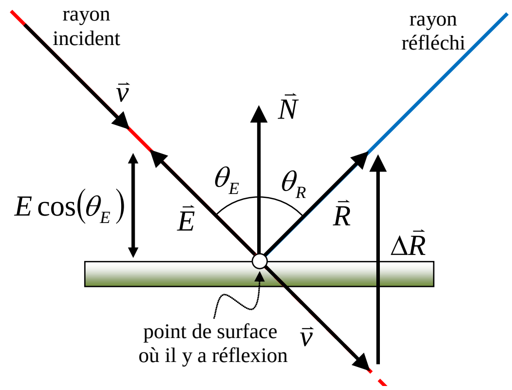
$\vec{v}$: Orientation du rayon incident (vecteur unitaire, $\left|\vec{v}\right| = 1$).

$\vec{N}$: Orientation de la normale à la surface (vecteur unitaire, $\left|\vec{N}\right| = 1$).

$\vec{E}$: Orientation inverse du rayon incident (vecteur unitaire, $\left|\vec{E}\right| = 1$).

Preuve :

Considérons un rayon incident d'orientation (vecteur unitaire) $\vec{v}$ se dirigeant vers une surface dont la normale est orientée selon le vecteur $\vec{N}$ tel qu'illustré sur le schéma ci-contre.



Évaluons le vecteur réfléchi $\vec{R}$ à l'aide du vecteur $\vec{E} = -\vec{v}$ en respectant la loi de la réflexion étant

$$\theta_R = \theta_E$$

où θ_R représente l'angle entre le rayon réfléchi et la normale à la surface et θ_E représente l'angle entre le rayon incident inversé et la normale à la surface.

Puisque la réflexion nécessite d'inverser la composante du vecteur $\vec{v}$ orientée selon la normale $\vec{N}$, nous réalisons que $E\cos(\theta_E)$ correspond au module de la composante de $\vec{v}$ parallèle à $\vec{N}$ puisque $\vec{E} = -\vec{v}$. En ajoutant deux fois cette contribution dans le sens de la normale $\vec{N}$ au vecteur $\vec{v}$ sous la forme d'un changement de direction $\Delta\vec{R}$, nous obtenons le vecteur $\vec{R}$:

$$\vec{R} = \vec{v} + \Delta\vec{R} \quad \Rightarrow \quad \vec{R} = \vec{v} + 2E\cos(\theta_E)\vec{N} \qquad \text{(Remplacer } \Delta\vec{R} = 2E\cos(\theta_E)\vec{N}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{R} = \vec{v} + 2\left|\vec{E}\right|\cos(\theta_E)\left|\vec{N}\right|\vec{N} \qquad \text{(Remplacer } E = \left|\vec{E}\right| = 1 \text{ et } \vec{N} = \left|\vec{N}\right|\vec{N}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{R} = \vec{v} + 2\left|\vec{E}\right|\left|\vec{N}\right|\cos(\theta_E)\vec{N} \qquad \text{(Réorganisation)}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{R} = \vec{v} + 2\left(\vec{E}\cdot\vec{N}\right)\vec{N} \quad \blacksquare \qquad \text{(Remplacer } \vec{E}\cdot\vec{N} = \left|\vec{E}\right|\left|\vec{N}\right|\cos(\theta_E) > 0\text{)}$$