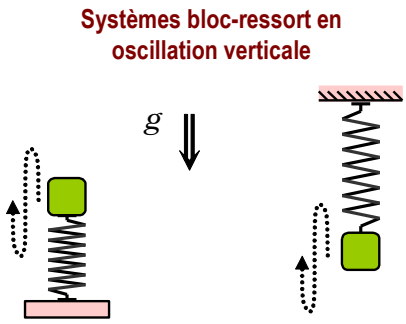
Chapitre 1.6 – L'oscillation verticale d'un système bloc-ressort

La dynamique d'un système masse-ressort à la verticale

L'application de la 2ième loi de Newton à un système masse-ressort oscillant à la verticale sans frottement sous l'effet de la gravité génère une équation différentielle égale à l'oscillateur harmonique simple OHS dont la solution est le mouvement harmonique simple MHS. La fréquence naturelle d'oscillation ω_0 associée au système masse-ressort dépend de la racine carrée du rapport entre la constante de rappel k du ressort et de la masse m de l'objet :



$$x(t) = A\sin(\omega_0 t + \phi) \quad \text{tel que} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

où $x(t)$: Position de la masse selon l'axe x ($x = 0$ est à l'équilibre) (m)

A : Amplitude du mouvement (m)

ω_0 : Fréquence angulaire naturelle d'oscillation du système masse-ressort (rad/s)

k : Constante de rappel du ressort (N/m)

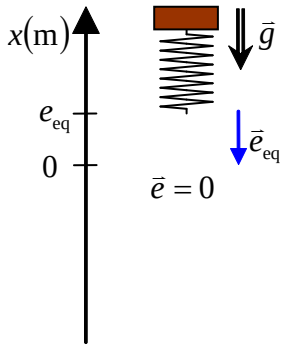
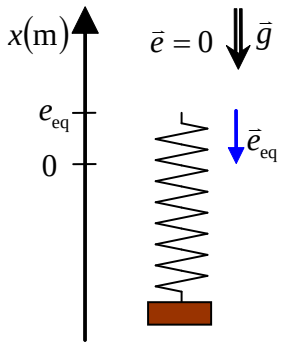
m : Masse de l'objet en oscillation (kg)

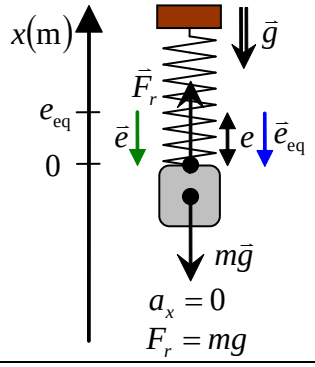
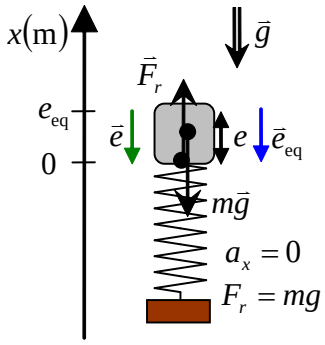
t : Temps écoulé durant l'oscillation (s)

ϕ : Constante de phase (rad)

<u>Preuve :</u>

À partir de la 2ième loi de Newton, évaluons la position d'équilibre d'un système masse-ressort oscillant à la verticale sous l'influence de la gravité :

	Masse sous le ressort	Masse au-dessus du ressort
Ressort au repos non déformé (sans masse)		

	Masse sous le ressort	Masse au-dessus du ressort
Ressort à l'équilibre ($a_x = 0$)		

<u>Remarque :</u>

- Les positions de la masse $x = 0$ coïncide avec la position à l'équilibre ($\sum F_x = 0$).
- On utilise le vecteur $\vec{e}_{\mathrm{eq}}$ pour mesurer l'étirement du ressort à l'équilibre.
- Le point d'équilibre $x = 0$ est toujours <u>sous</u> la position du ressort non déformé.

À l'équilibre, nous avons $\sum \vec{F} = 0$:

$$\sum \vec{F} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_r + m\vec{g} = 0 \qquad \text{(Force du ressort et force gravitationnelle)}$$

$$\Rightarrow \quad -k\vec{e} + m\vec{g} = 0 \qquad \text{(Remplacer la force du ressort, } \vec{F}_r = -ke\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad -k(\vec{e}_{\mathrm{eq}}) + m\vec{g} = 0 \qquad \text{(Remplacer l'étirement à l'équilibre, } \vec{e} = \vec{e}_{\mathrm{eq}}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad k\vec{e}_{\mathrm{eq}} = m\vec{g} \qquad \text{(Isoler } k\vec{e}_{\mathrm{eq}}\text{, relation à l'équilibre vectorielle)}$$

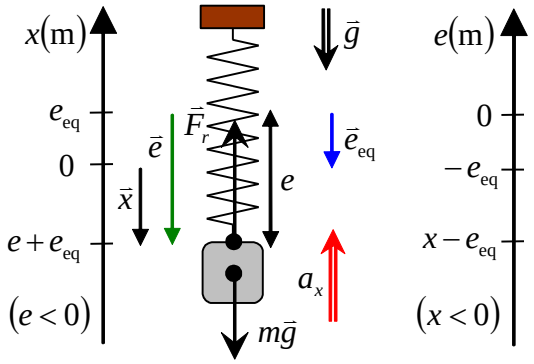
$$\Rightarrow \quad \boxed{ke_{\mathrm{eq}} = mg} \qquad \text{(Relation à l'équilibre en module)}$$

De plus, on peut exprimer la force F_r exercée par le ressort par rapport à l'axe x avec $e_{\mathrm{eq}} = mg/k$:

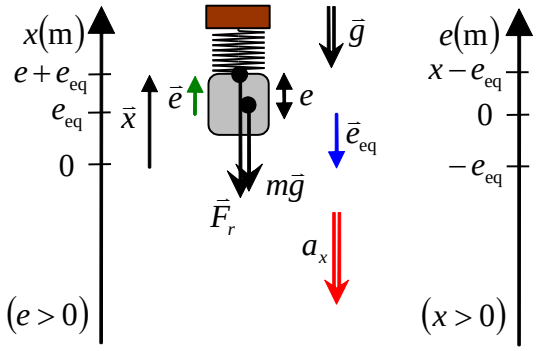
- Définition vectorielle : $\vec{F}_r = -k(\vec{x} + \vec{e}_{\mathrm{eq}})$ où $\vec{e} = \vec{x} + \vec{e}_{\mathrm{eq}}$
- Définition scalaire selon l'axe x : $F_r = -k(x - e_{\mathrm{eq}})$ où $e = x - e_{\mathrm{eq}}$

N.B. Puisque $\vec{e}_{\mathrm{eq}}$ est toujours orienté vers le bas, il est dans le sens négatif de l'axe x.

<u>Masse sous le point d'équilibre :</u> ($a_x > 0$)



<u>Masse au-dessus du point d'équilibre :</u> ($a_x < 0$)



Appliquons la 2ième loi de Newton à notre masse :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_r + m\vec{g} = m\vec{a}$$ (Force du ressort et force gravitationnelle)

$$\Rightarrow \quad -k\left(\vec{x} + \vec{e}_{\text{eq}}\right) + m\vec{g} = m\vec{a}$$ (Remplacer $\vec{F}_r = -k\left(\vec{x} + \vec{e}_{\text{eq}}\right)$)

$$\Rightarrow \quad -k\vec{x} - k\vec{e}_{\text{eq}} + m\vec{g} = m\vec{a}$$ (Distribution de k)

$$\Rightarrow \quad -k\vec{x} - \left(m\vec{g}\right) + m\vec{g} = m\vec{a}$$ (Position d'équilibre, $k\vec{e}_{\text{eq}} = m\vec{g}$)

$$\Rightarrow \quad -k\vec{x} = m\vec{a}$$ (Simplifier $m\vec{g}$)

$$\Rightarrow \quad -kx = ma_x$$ (Décomposer selon l'axe x)

$$\Rightarrow \quad a_x = -\frac{k}{m}x$$ (Isoler a_x)

$$\Rightarrow \quad a_x = -\omega_0{}^2 x$$ (Remplacer $\omega_0{}^2 = k/m$, forme de l'OHS)

$$\Rightarrow \quad x = A\sin\left(\omega_0 t + \phi\right) \quad \blacksquare$$ (Solution de l'OHS : MHS)

Situation 1 : *La détermination du champ gravitationnel*. Albert fait un naufrage sur une planète inconnue. Il accroche une pierre à un ressort idéal vertical de masse négligeable dont l'extrémité supérieure est maintenue fixe. Il observe que la position d'équilibre de la pierre correspond à un étirement de 50 cm par rapport à la longueur naturelle du ressort. En donnant une impulsion verticale à la pierre, il observe qu'elle oscille verticalement en effectuant 36 oscillations en 1 minute. À partir de ces observations, Albert désire déterminer le module du champ gravitationnel à la surface de la planète. (Il ne connaît ni la constante de rappel, ni la masse de la pierre!)

À partir des 36 oscillations par minutes, évaluons la fréquence naturelle f_0 de l'oscillation :

$$f_0 = \frac{\text{nb tours}}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad f_0 = \frac{(36)}{(60)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{f_0 = 0{,}6 \text{ s}^{-1}}$$

Évaluons maintenant la fréquence angulaire naturelle ω_0 de l'oscillation :

$$\omega_0 = 2\pi f_0 \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = 2\pi(0{,}6) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\omega_0 = 3{,}77 \text{ rad/s}}$$

Avec l'allongement $e_{\text{eq}} = 50$ cm du ressort à l'équilibre, nous pouvons développer la relation suivante avec la 2ième loi de Newton selon l'axe y :

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad F_r - mg = 0$$ (Force du ressort et force gravitationnelle)

$$\Rightarrow \quad ke - mg = 0$$ (Remplacer la force du ressort, $F_r = ke$)

$$\Rightarrow \quad \boxed{k = \frac{mg}{e_{\text{eq}}}}$$ (Isoler k et remplacer $e = e_{\text{eq}}$, équilibre)

Avec l'expression de la fréquence angulaire en fonction de k et m, nous pouvons évaluer le champ gravitationnel g :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{(mg/e_{\text{eq}})}{m}} \qquad \text{(Remplacer } k = \frac{mg}{e_{\text{eq}}}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{e_{\text{eq}}}} \qquad \text{(Simplifier } m \text{ et manipulation)}$$

$$\Rightarrow \quad \omega_0{}^2 = \frac{g}{e_{\text{eq}}} \qquad \text{(Mettre au carré)}$$

$$\Rightarrow \quad g = e_{\text{eq}}\,\omega_0{}^2 \qquad \text{(Isoler } g\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad g = (0{,}5)(3{,}77)^2 \qquad \text{(Remplacer valeurs numériques)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{g = 7{,}11 \text{ N/kg}} \qquad \text{(Évaluer } g\text{)}$$

L'énergie d'un système masse-ressort à la verticale

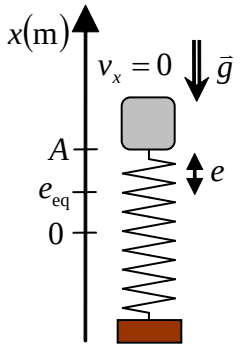
Analysons l'énergie d'un système masse-ressort oscillant à la verticale avec les équations du mouvement suivantes selon la convention $x = y = 0$:

$$x(t) = A\sin(\omega t + \phi)$$

$$\text{et} \qquad v_x(t) = \frac{\mathrm{d}\,x(t)}{\mathrm{d}t} = A\omega\cos(\omega t + \phi)$$

où $\omega = \sqrt{k/m}$ <u>Condition d'équilibre :</u> $x = y = 0$ lorsque $e = e_{\text{eq}}$ et $mg = ke_{\text{eq}}$

<u>Situation 1 :</u> Hauteur maximale



$$E = K + U_r + U_g \quad \Rightarrow \quad E = U_r + U_g \qquad (K = 0\text{, car } v = 0)$$

$$\Rightarrow \quad E = \frac{1}{2}ke^2 + mgy \qquad \text{(Définition de } U_r \text{ et } U_g\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad E = \frac{1}{2}k(A - e_{\text{eq}})^2 + mgA \qquad (e = x - e_{\text{eq}} \text{ et } x = y = A)$$

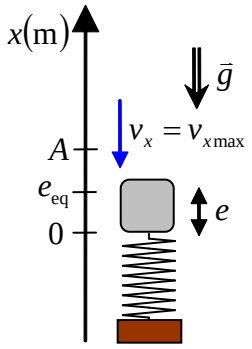
$$\Rightarrow \quad E = \frac{1}{2}k\left(A^2 - 2Ae_{\text{eq}} + e_{\text{eq}}{}^2\right) + mgA \qquad \text{(Distribution du carré)}$$

$$\Rightarrow \quad E = \frac{1}{2}kA^2 + \frac{1}{2}ke_{\text{eq}}{}^2 - kAe_{\text{eq}} + mgA \qquad \text{(Distribution de } \frac{1}{2}k\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad E = \frac{1}{2}kA^2 + \frac{1}{2}ke_{\text{eq}}{}^2 + A(mg - ke_{\text{eq}}) \qquad \text{(Factoriser } A\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{E = \frac{1}{2}kA^2 + \frac{1}{2}ke_{\text{eq}}{}^2} \qquad \text{(Utiliser } mg = ke_{\text{eq}}\text{)}$$

Situation 2 : Vitesse maximale et position d'équilibre



$$E = K + U_r + U_g \quad \Rightarrow \quad E = K + U_r \qquad (U_g = 0, \text{ car } y = 0)$$

$$\Rightarrow \quad E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}ke^2 \qquad (\text{Définition de } K \text{ et } U_r)$$

$$\Rightarrow \quad E = \frac{1}{2}m(A\omega)^2 + \frac{1}{2}k(e_{\mathrm{eq}})^2 \qquad (v = v_{\max} = A\omega, \ e = e_{\mathrm{eq}})$$

$$\Rightarrow \quad E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 + \frac{1}{2}ke_{\mathrm{eq}}{}^2 \qquad (\text{Distribution du carré})$$

$$\Rightarrow \quad E = \frac{1}{2}mA^2\frac{k}{m} + \frac{1}{2}ke_{\mathrm{eq}}{}^2 \qquad (\text{Remplacer } \omega^2 = k/m)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{E = \frac{1}{2}kA^2 + \frac{1}{2}ke_{\mathrm{eq}}{}^2} \qquad (\text{Simplifier } m)$$

L'énergie d'un système masse-ressort sans frottement à la verticale lorsque l'équilibre n'est pas à énergie potentielle nulle

Avec le théorème de la conservation de l'énergie, nous pouvons affirmer que l'énergie totale d'un système masse-ressort oscillant sans frottement à la verticale est définie par l'équation suivante selon la convention $x = y = 0$:

$$E = \frac{1}{2}m\omega^2\left(A^2 + e_{\mathrm{eq}}{}^2\right) \quad \text{ou} \quad E = \frac{1}{2}k\left(A^2 + e_{\mathrm{eq}}{}^2\right)$$

Condition d'équilibre : $x = y = 0$ lorsque $e = e_{\mathrm{eq}}$ et $mg = ke_{\mathrm{eq}}$

où E : Énergie total du système masse-ressort à la verticale (J).

k : Constant du ressort (N/m).

A : Amplitude maximale de l'oscillation (m).

ω : Fréquence angulaire des oscillations avec $\omega = \sqrt{k/m}$ (rad/s).

e_{eq} : Étirement ou compression du ressort à l'équilibre (m).

Preuve :

Considérons un système bloc-ressort oscillant à la verticale. Évaluons l'expression de l'énergie totale du système à une position quelconque de l'oscillation :

$$E = K + U_r + U_g$$

$$\Rightarrow \quad E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}ke^2 + mgy \qquad (\text{Déf. de } K, U_r \text{ et } U_g)$$

Continuons la démonstration en remplaçant la relation position-étirement par l'expression $e = x - e_{\text{eq}}$ te la relation position-hauteur par l'expression $y = x$:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}ke^2 + mgy$$ (équation précédente)

$$\Rightarrow \quad E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k\left(x - e_{\text{eq}}\right)^2 + mg\left(x\right)$$ ($e = x - e_{\text{eq}}$ et $y = x$)

$$\Rightarrow \quad E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k\left(x^2 - 2xe_{\text{eq}} + e_{\text{eq}}{}^2\right) + mgx$$ (Développer le carré)

$$\Rightarrow \quad E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 - kxe_{\text{eq}} + \frac{1}{2}ke_{\text{eq}}{}^2 + mgx$$ (Distribuer $\frac{1}{2}k$)

$$\Rightarrow \quad E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}ke_{\text{eq}}{}^2 + x\left(mg - ke_{\text{eq}}\right)$$ (Factoriser x)

$$\Rightarrow \quad E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}ke_{\text{eq}}{}^2$$ (Utiliser $mg = ke_{\text{eq}}$)

$$\Rightarrow \quad E = \frac{1}{2}m\left(A\omega\cos\left(W\right)\right)^2 + \frac{1}{2}k\left(A\sin\left(W\right)\right)^2 + \frac{1}{2}ke_{\text{eq}}{}^2$$ (Remplacer x et v)

$$\Rightarrow \quad E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\cos^2\left(W\right) + \frac{1}{2}kA^2\sin^2\left(W\right) + \frac{1}{2}ke_{\text{eq}}{}^2$$ (Développer le carré)

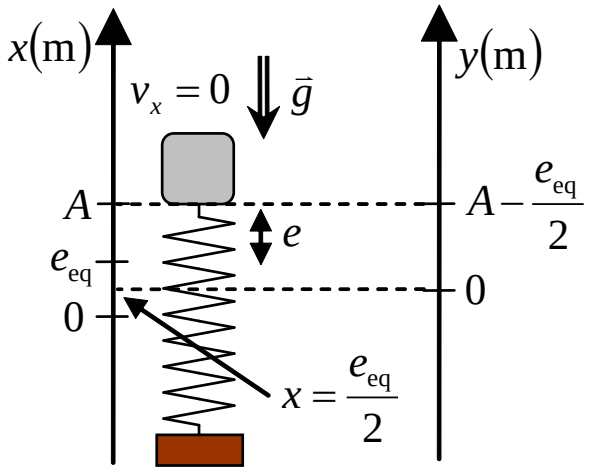
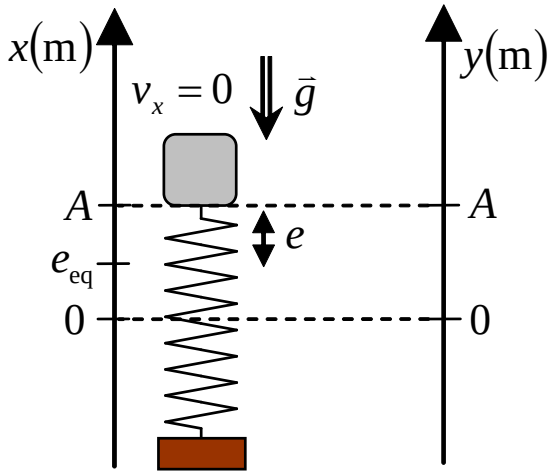
$$\Rightarrow \quad E = \frac{1}{2}kA^2\cos^2\left(W\right) + \frac{1}{2}kA^2\sin^2\left(W\right) + \frac{1}{2}ke_{\text{eq}}{}^2$$ ($\frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \frac{1}{2}kA^2$)

$$\Rightarrow \quad E = \frac{1}{2}kA^2\left[\cos^2\left(W\right) + \sin^2\left(W\right)\right] + \frac{1}{2}ke_{\text{eq}}{}^2$$ (Factoriser $\frac{1}{2}kA^2$)

$$\Rightarrow \quad \boxed{E = \frac{1}{2}kA^2 + \frac{1}{2}ke_{\text{eq}}{}^2} \quad \text{ou} \quad \boxed{E = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 + \frac{1}{2}ke_{\text{eq}}{}^2} \quad \blacksquare$$ ($\cos^2\left(\theta\right) + \sin^2\left(\theta\right) = 1$)

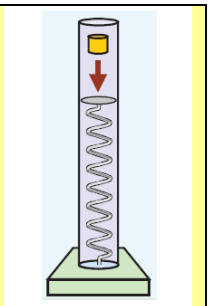
L'énergie et l'association à l'amplitude

Pour avoir un système masse-ressort oscillant à la verticale sous l'effet de la gravité ayant une énergie totale égale à $E = ½kA^2$, il faut établir une <u>relation particulière</u> entre x et y ($x \neq y = 0$). Ainsi, la position $y = 0$ n'est pas située au centre de l'oscillation $x = 0$. Ceci est une conséquence de l'équation $U_g = mgy$ qui possède une position $y = 0$ arbitraire.

Relation énergie totale classique[1]	Relation énergie totale précédente
<u>Relation position-hauteur :</u> $x = y + e_{\text{eq}}/2$	<u>Relation position-hauteur :</u> $x = y$
$E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}kA^2$ tel que $E = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 + \frac{1}{2}mv^2$ où $x = 0$ à l'équilibre.	$E = \frac{1}{2}k\left(A^2 + e_{\text{eq}}{}^2\right)$ tel que $E = mgy + \frac{1}{2}ke^2 + \frac{1}{2}mv^2$ où $y = 0$ à l'équilibre.
<u>À l'équilibre :</u> $U = U_g + U_r = 0$	<u>À l'équilibre :</u> $U = U_g + U_r = \frac{1}{2}ke_{\text{eq}}{}^2$
	

[1] La preuve est disponible dans le livre de référence à la page 63.

Situation 2 : ***Une chute sur un ressort.*** Un ressort idéal de 40 cm de longueur, dont la constante de rappel est de 25 N/m, est placé dans un tube vertical sans frottement dont le rôle est de le maintenir en position verticale (schéma ci-contre). On laisse tomber un bloc de 0,25 kg dans le tube : au moment où il entre en contact avec le ressort, il se déplace à 1 m/s. On a appliqué un peu de colle sous le bloc : par conséquent, il demeure collé au ressort et oscille verticalement. On désire déterminer la longueur du ressort **(a)** au point le plus haut et **(b)** au point le plus bas de l'oscillation.



Évaluons la compression du ressort e_{eq} lorsque le bloc est à l'équilibre à l'aide de la 2ième loi de Newton selon l'axe y. La compression e_{eq} correspond à la compression du ressort lorsque le bloc est au centre de son MHS :

$\sum F_y = ma_y$	$\Rightarrow$	$F_r - mg = ma_y$	(Remplacer forces)
	$\Rightarrow$	$F_r - mg = 0$	($a_y = 0$, car équilibre)
	$\Rightarrow$	$(ke) - mg = 0$	(Remplacer $F_r = ke$)
	$\Rightarrow$	$k(e_{eq}) - mg = 0$	(Remplacer $e = e_{eq}$, car équilibre)
	$\Rightarrow$	$(25)e_{eq} - (0{,}25)(9{,}8) = 0$	(Remplacer valeurs num.)
	$\Rightarrow$	$\boxed{e_{eq} = 0{,}098 \text{ m}}$	(Évaluer e_{eq})

N.B. Puisque le bloc tombe sur le ressort, cette mesure est une compression.

Évaluons l'énergie totale E du système au moment où le bloc entre en contact avec le ressort. Prenons comme convention $x = y = 0$ à la position d'équilibre :

- $v = -1$ m/s (vitesse du bloc au contact)
- $y = e_{eq} = 0{,}098$ m (au-dessus du point d'équilibre)
- $e = 0$ (ressort à longueur naturelle)

$E = K + U$	$\Rightarrow$	$E = K + (U_r + U_g)$	(Remplacer $U = U_r + U_g$)
	$\Rightarrow$	$E = K + (0) + U_g$	($U_r = 0$, car $e = 0$)
	$\Rightarrow$	$E = \left(\frac{1}{2}mv^2\right) + (mgy)$	(Remplacer K et U_g)
	$\Rightarrow$	$E = \frac{1}{2}(0{,}25)(1)^2 + (0{,}25)(9{,}8)(0{,}098)$	(Remplacer valeurs num.)
	$\Rightarrow$	$\boxed{E = 0{,}3651 \text{ J}}$	(Évaluer E)

Évaluons l'amplitude A des oscillations à partir de l'énergie en choisissant l'équation appropriée à notre convention $x = y = 0$ à la position d'équilibre :

$$E = \frac{1}{2}k\left(A^2 + e_{\text{eq}}{}^2\right) \quad \Rightarrow \quad A = \sqrt{\frac{2E}{k} - e_{\text{eq}}{}^2} \qquad \text{(Isoler A)}$$

$$\Rightarrow \quad A = \sqrt{\frac{2(0{,}3651)}{25} - (0{,}098)^2} \qquad \text{(Remplacer valeurs num.)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{A = 0{,}1400 \text{ m}} \qquad \text{(Évaluer } A\text{)}$$

Au point le <u>plus haut</u>, le ressort sera <u>très étiré</u>. Évaluons la longueur maximale L_{max} du ressort à l'aide de la longueur naturelle L_{nat}, de la compression à l'équilibre e_{eq} et de l'amplitude A :

$$L_{\text{max}} = L_{\text{nat}} - e_{\text{eq}} + A \quad \Rightarrow \quad L_{\text{max}} = (0{,}40) - (0{,}098) + (0{,}1400)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{L_{\text{max}} = 0{,}4420 \text{ m}} \qquad \textbf{(a)}$$

P.S. Si le ressort était étiré à l'équilibre, l'équation serait $L_{\text{max}} = L_{\text{nat}} + e_{\text{eq}} + A$

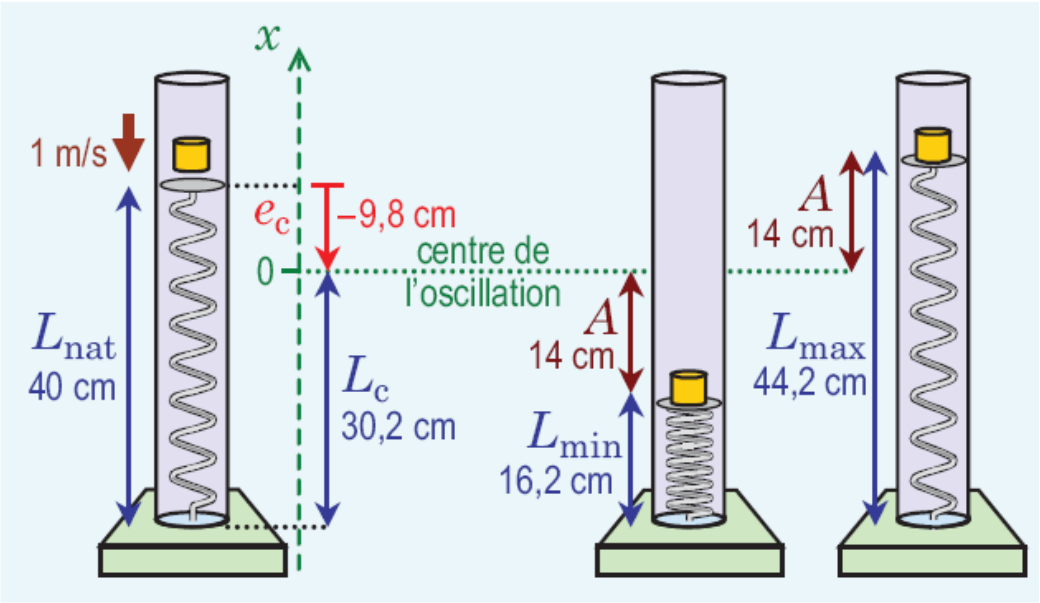
Au point le <u>plus bas</u>, le ressort sera <u>très comprimé</u>. Évaluons la longueur minimale L_{min} du ressort à l'aide de la longueur naturelle L_{nat}, de la compression à l'équilibre e_{eq} et de l'amplitude A :

$$L_{\text{min}} = L_{\text{nat}} - e_{\text{eq}} - A \quad \Rightarrow \quad L_{\text{min}} = (0{,}40) - (0{,}098) - (0{,}1400)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{L_{\text{min}} = 0{,}1620 \text{ m}} \qquad \textbf{(b)}$$

P.S. Si le ressort était étiré à l'équilibre, l'équation serait $L_{\text{min}} = L_{\text{nat}} + e_{\text{eq}} - A$

<u>Résumé de la situation :</u>



Physique XXI - Tome C - p. 66 - © ERPI

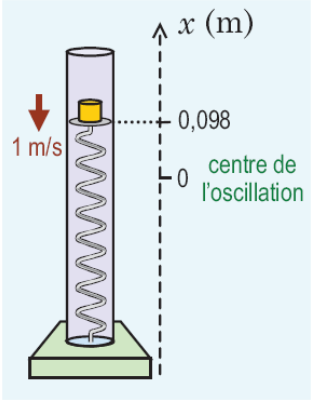
Situation 4 : *Une chute sur un ressort, prise 3*. Dans la **situation 2**, on désire calculer la longueur du ressort 2 s après l'instant où le bloc est entré en contact avec lui.

Évaluons la fréquence angulaire naturelle d'oscillation du système :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{(25)}{(0{,}25)}}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\omega_0 = 10 \text{ rad/s}}$$

À partir des informations recueillies à la **situation 2**, exprimons les informations disponibles à l'instant où le bloc entre en contact avec le bloc :



Physique XXI - Tome C - p. 67 - © ERPI

- $e_{eq} = 0{,}098 \text{ m}$ (compression à l'équilibre)
- $A = 0{,}1400 \text{ m}$ (amplitude des oscillations)
- $\omega_0 = 10 \text{ rad/s}$ (fréquence angulaire)
- $x = A\sin(\omega_0 t + \phi)$ (équation position)
- $v_x = \frac{dx}{dt} = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$ (équation vitesse)
- $x_0 = e_{eq} = 0{,}098 \text{ m}$ (au-dessus du point d'équilibre $x = 0$, donc $x > 0$)
- $v_{x0} = -1 \text{ m/s}$ (chute sur le ressort, donc $v_{x0} < 0$ vers le bas)
- $t = 0$ (débuter le MHS à $t = 0$)

Évaluons la constante de phase ϕ à partir de l'équation de la position à $t = 0$:

$$x = A\sin(\omega_0 t + \phi) \quad \Rightarrow \quad (0{,}098) = (0{,}1400)\sin((10)(0) + \phi) \quad \text{(Remplacer pour } t = 0\text{)}$$

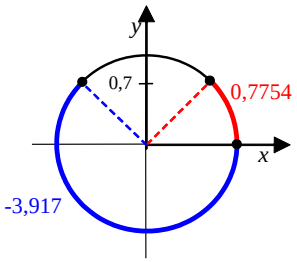
$$\Rightarrow \quad \boxed{0{,}7 = \sin(\phi)} \quad \text{(Simplification)}$$

Nous pouvons obtenir les constantes de phase admissibles :

$$0{,}7 = \sin(\phi) \quad \Rightarrow \quad \phi = \sin^{-1}(0{,}7)$$

$$\Rightarrow \quad \phi = \{\ldots, -3{,}917,\ 0{,}7754, \ldots\}$$

<u>P.S.</u> Calculatrice : $\phi = 0{,}7754$ rad



Évaluons la vitesse à $t = 0$ pour ces deux constantes de phase :

$$v_x = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \phi) \Rightarrow \quad v_x = (0{,}1400)(10)\cos((10)(0) + (-3{,}917)) \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_x = -1{,}003 \text{ m/s}}$$

$$v_x = (0{,}1400)(10)\cos((10)(0) + (0{,}7754)) \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_x = 1{,}000 \text{ m/s}}$$

Puisque le bloc se déplace dans le sens négatif de l'axe x ($v_{x0} < 0$), nous choisissons la constante de phase suivante :

$$\boxed{\phi = -3{,}917 \text{ rad}}$$

(équivalent à $\phi = 2\pi - 3{,}917 = 2{,}366 \text{ rad}$)

Évaluons la position du bloc à $t = 2 \text{ s}$:

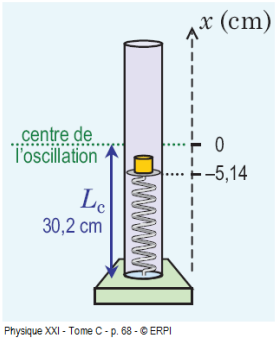
$$x = A\sin(\omega_0 t + \phi) \quad \Rightarrow \quad x = (0{,}1400)\sin((10)(2) + (-3{,}917))$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{x = -0{,}0513 \text{ m}}$$

Évaluons la longueur du ressort $t = 2 \text{ s}$:

$$L = L_{\text{nat}} - e_{\text{eq}} + x \quad \Rightarrow \quad L = (0{,}40) - (0{,}098) + (-0{,}0513)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{L = 0{,}2507 \text{ m}}$$



$$L_C = L_{\text{nat}} - e_{\text{eq}}$$