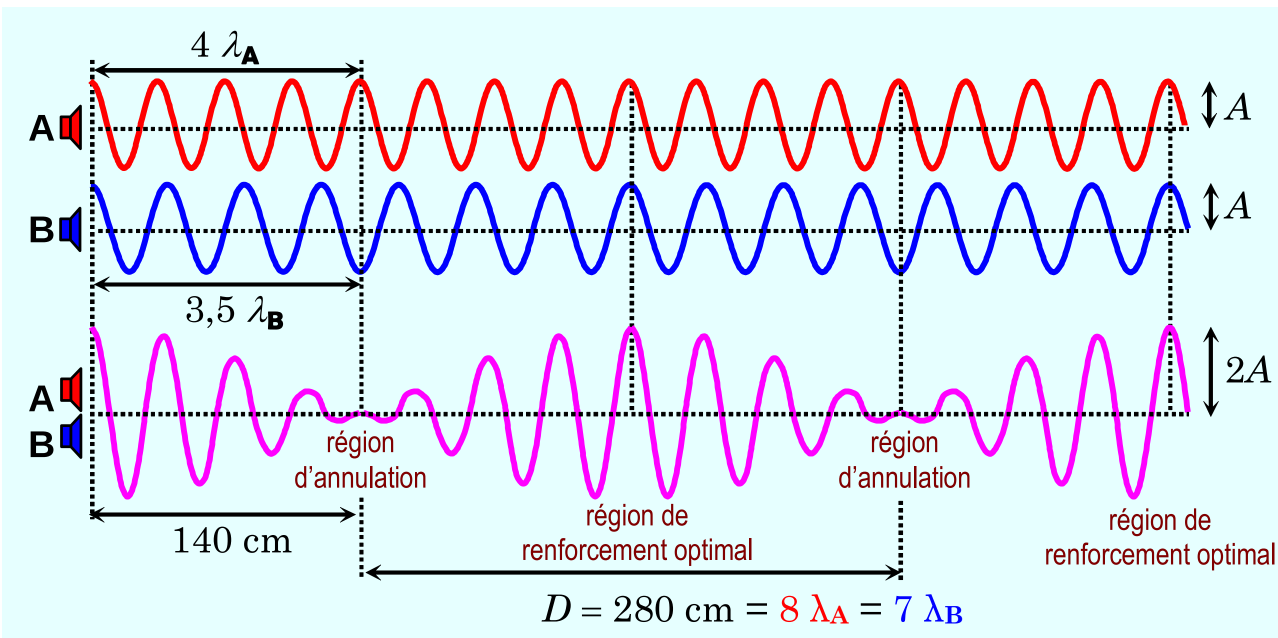
Chapitre 1.14 – Les battements

Les battements

Le **battement** est la **superposition** de **deux ondes** de **fréquences différentes** (mais relativement rapprochées). Le battement s'observe lorsqu'il y a une variation périodique de l'amplitude des oscillations, car les ondes se synchronisent et se désynchronisent périodiquement en raison de leur longueur d'onde différente.

Exemple : **Haut-parleur A** (971,4 Hz) $\lambda_A = vT_A = \frac{v}{f_A} = \frac{(340)}{(971{,}4)} \Rightarrow \boxed{\lambda_A = 0{,}35\ \text{m}}$

Haut-parleur B (850 Hz) $\lambda_B = vT_B = \frac{v}{f_B} = \frac{(340)}{(850)} \Rightarrow \boxed{\lambda_B = 0{,}40\ \text{m}}$



- **L'onde A+B** se déplace à la vitesse de 340 m/s (même vitesse que l'onde A et B).
- **L'onde A+B** possède une longueur d'onde égale à $D = 2{,}80\ \text{m}$.
- **L'onde A+B** possède une fréquence (fréquence de battement) de $f_b = \frac{v}{\lambda_b} = \frac{(340)}{(2{,}80)} = 121{,}4\ \text{Hz}$.
- La fréquence de battement est égale à $f_b = f_A - f_B = (971{,}4) - (850) = 121{,}4\ \text{Hz}$.

Pour qu'un battement soit audible, il faut que[1] :

- L'amplitude des deux ondes soit approximativement égale.
- Le battement ne soit pas trop lent (période inférieure à 5 secondes).
- Le battement n'est pas trop rapide (autrement, on va percevoir les deux composantes).

[1] https://fr.wikipedia.org/wiki/Battement_(acoustique)

L'équation des battements pour des ondes de même amplitude

Lorsque deux ondes de même amplitude voyageant dans la même direction se superposent, nous obtenons un milieu oscillant selon la forme d'un battement suivant :

$$y = 2A\sin(k_m x \pm \omega_m t + \phi_m)\cos(k_d x \pm \omega_d t + \phi_d)$$

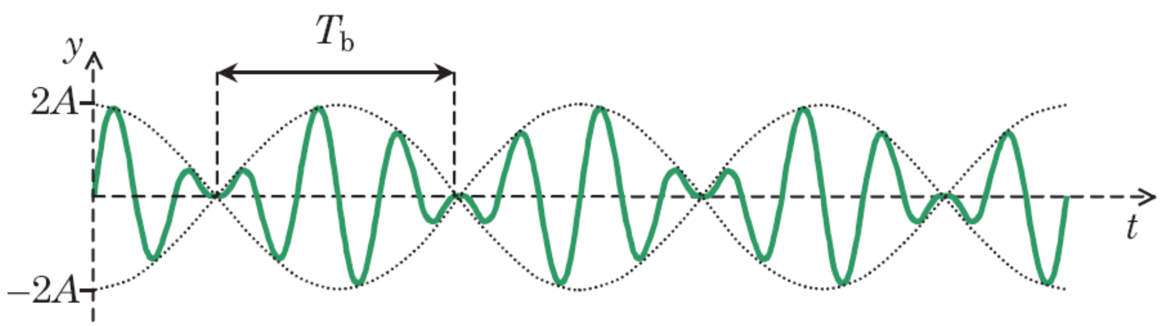
où y est la position du milieu, x est la coordonnée du milieu où le battement est évalué, A est l'amplitude des deux ondes progressives, avec

$k_m = \frac{k_1 + k_2}{2}$	$k_d = \frac{k_1 - k_2}{2}$	$\omega_m = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$	$\omega_d = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$	$\phi_m = \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}$	$\phi_d = \frac{\phi_1 - \phi_2}{2}$
(la moyenne des nombres d'onde)	(la demi-différence des nombres d'onde)	(la moyenne des pulsations)	(la demi-différence des pulsations)	(la moyenne des phases)	(la demi-différence des phases)

et les termes k_1 , k_2 , ω_1 , ω_2 , ϕ_1 et ϕ_2 décrivent les deux ondes sinusoïdales progressives.

Pour un cas particulier,

$$y = 2A\cos(\omega_m t)\sin(\omega_d t) = 2A\cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right)\sin\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right)$$



Physique XXI - Tome C - p. 152 - © ERPI

nous avons orienté les deux ondes dans le sens positif de l'axe *x*, fixé $x = 0$, $\phi_1 = \pi$ et $\phi_2 = 0$ pour obtenir

$$\phi_m = \frac{\pi}{2} \qquad (\sin(\pi/2 - \theta) = \cos(\theta))$$

et $$\phi_d = \frac{\pi}{2} \qquad (\cos(\pi/2 - \theta) = \sin(\theta))$$

Voici la description de certains termes :

- $\omega_m = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$: Fréquence angulaire du mouvement interne du battement (rythme en vert).
- $\omega_\mathrm{d} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$: Fréquence angulaire du battement (l'enveloppe en pointillé)

Preuve :

Évaluons l'expression de la superposition de deux ondes progressives voyageant à la même vitesse dans le milieu selon le sens positif d'un axe x avec la même amplitude A mais ayant une fréquence angulaire ω, un nombre d'onde k et une phase ϕ différentes.

Soit les deux ondes sinusoïdales $y_1(x,t)$ et $y_2(x,t)$ suivantes :

$$y_1(x,t) = A\sin(W_1) \quad \text{avec} \quad W_1 = k_1 x - \omega_1 t + \phi_1$$

$$y_2(x,t) = A\sin(W_2) \quad \text{avec} \quad W_2 = k_2 x - \omega_2 t + \phi_2$$

Avec l'identité trigonométrique

$$\sin(A) + \sin(B) = 2\sin\left(\frac{A+B}{2}\right)\cos\left(\frac{A-B}{2}\right) \quad ,$$

nous pouvons évaluer la superposition de nos deux ondes $y(x,t)$:

$$y = y_1 + y_2$$

$$\Rightarrow \quad y = A\sin(W_1) + A\sin(W_2)$$

$$\Rightarrow \quad y = A\left[\sin(W_1) + \sin(W_2)\right]$$

$$\Rightarrow \quad y = A\left[2\sin\left(\frac{W_1 + W_2}{2}\right)\cos\left(\frac{W_1 - W_2}{2}\right)\right]$$

$$\Rightarrow \quad y = 2A\sin\left(\frac{W_1 + W_2}{2}\right)\cos\left(\frac{W_1 - W_2}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad y = 2A\sin\left(\frac{(k_1 x - \omega_1 t + \phi_1) + (k_2 x - \omega_2 t + \phi_2)}{2}\right)\cos\left(\frac{(k_1 x - \omega_1 t + \phi_1) - (k_2 x - \omega_2 t + \phi_2)}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad y = 2A\sin\left(\frac{(k_1 + k_2)x}{2} - \frac{(\omega_1 + \omega_2)t}{2} + \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right)\cos\left(\frac{(k_1 - k_2)x}{2} - \frac{(\omega_1 - \omega_2)t}{2} + \frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right)$$

Posons les termes suivants :

$k_m = \dfrac{k_1 + k_2}{2}$	$k_d = \dfrac{k_1 - k_2}{2}$	$\omega_m = \dfrac{\omega_1 + \omega_2}{2}$	$\omega_d = \dfrac{\omega_1 - \omega_2}{2}$	$\phi_m = \dfrac{\phi_1 + \phi_2}{2}$	$\phi_d = \dfrac{\phi_1 - \phi_2}{2}$
(la moyenne des nombres d'onde)	(la demi-différence des nombres d'onde)	(la moyenne des pulsations)	(la demi-différence des pulsations)	(la moyenne des phases)	(la demi-différence des phases)

Nous obtenons ainsi l'expression plus compacte

$$y = 2A\sin(k_m x - \omega_m t + \phi_m)\cos(k_d x - \omega_d t + \phi_d) \quad . \quad \blacksquare$$

Ainsi, la somme de deux ondes sinusoïdes équivaut à une sinusoïde de fréquence égale à la moyenne de leurs fréquences, mais multipliée (ou modulée) par une sinusoïde de fréquence égale à la demi-différence de leurs fréquences.

Fréquence de battement audible

Pour des raisons physiologique[2], la fréquence angulaire de battement mathématique

$$\omega_d = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$$

n'est pas perceptible par l'oreille humaine. C'est plutôt la différence des deux fréquences (et non la demi-différence) qui est perçue. Ainsi, la note audible par l'oreille humaine sera la moyenne des deux fréquences constituant le battement $(f_1 + f_2)/2$ (ou ω_m) dont l'amplitude sera modulée par un *trémolo*[3] au rythme de la différence des fréquences $f_1 - f_2$

Ainsi, nous allons définir la fréquence de battement audible de la façon suivante :

En fréquence	En fréquence angulaire
$f_{\mathrm{b}} = \lvert f_1 - f_2 \rvert$	$\omega_{\mathrm{b}} = \lvert \omega_1 - \omega_2 \rvert$

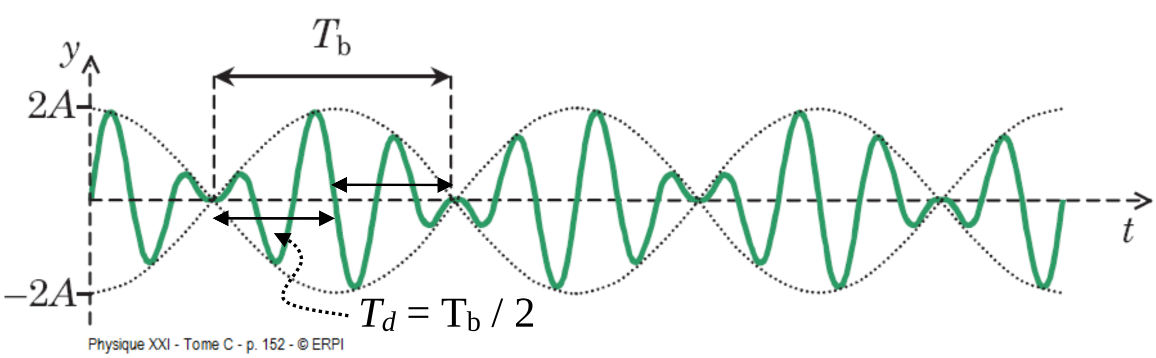
où f_{b} : Fréquence de l'onde superposée, l'onde de battement (Hz)

f_1 : Fréquence de l'onde #1 (Hz)

f_2 : Fréquence de l'onde #2 (Hz)

Preuve :

En raison de la nature physiologie du phénomène, nous allons devoir s'abstenir de cette démonstration. Cependant, nous pouvons affirmer qu'il y un intervalle de temps régulier $T_{\mathrm{b}}/2$ entre deux minimums consécutifs qui forme une onde antisymétrique à la précédente.



Ce cycle correspond à la fréquence angulaire de battement mathématique ω_d, mais qui n'est pas perçue par l'oreille humaine. Autrement dit, l'oreille humaine perçoit l'enveloppe du battement et non l'intervalle régulier entre deux minimums.

[2] https://fr.wikipedia.org/wiki/Battement_(acoustique)
[3] Définition : https://fr.wikipedia.org/wiki/Tr%C3%A9molo

Situation 1 : ***Des battements entre deux haut-parleurs.*** Deux haut-parleurs immobiles sont placés face à face. Ils émettent chacun un son de même amplitude à 680 Hz. Albert est situé entre les haut-parleurs et marche à 2 m/s vers l'un d'eux. On désire déterminer la fréquence des battements qu'il entend. (On suppose que le son se déplace à $v_s = 340 \text{ m/s}$).

Évaluons la fréquence f_1 du son entendu par Albert du haut-parleur vers lequel il s'approche :

$$f' = \left(\frac{v_s \pm v_r}{v_s \pm v_e}\right) f \quad \Rightarrow \quad f_1 = \left(\frac{v_s + v_r}{v_s}\right) f \qquad \text{(Rapprochement du récepteur, donc } f \uparrow\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad f_1 = \left(\frac{(340)+(2)}{(340)}\right)(680) \qquad \text{(Remplacer valeurs numériques)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{f_1 = 684 \text{ Hz}} \qquad \text{(Évaluer } f_1\text{)}$$

Évaluons la fréquence f_2 du son entendu par Albert du haut-parleur vers lequel il s'éloigne :

$$f' = \left(\frac{v_s \pm v_r}{v_s \pm v_e}\right) f \quad \Rightarrow \quad f_2 = \left(\frac{v_s - v_r}{v_s}\right) f \qquad \text{(Éloignement du récepteur, donc } f \downarrow\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad f_2 = \left(\frac{(340)-(2)}{(340)}\right)(680) \qquad \text{(Remplacer valeurs numériques)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{f_2 = 676 \text{ Hz}} \qquad \text{(Évaluer } f_2\text{)}$$

Évaluons la fréquence de battement f_b à partir des deux fréquences entendues par Albert :

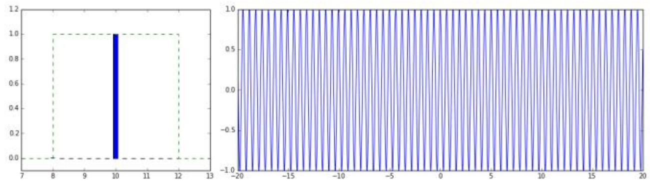
$$f_b = |f_1 - f_2| \quad \Rightarrow \quad f_b = |(684)-(676)| \qquad \text{(Remplacer valeurs numériques)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{f_b = 8 \text{ Hz}} \qquad \text{(Évaluer } f_b\text{)}$$

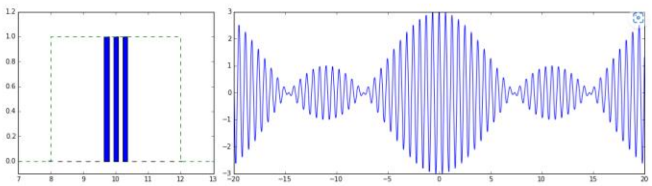
La propagation d’un paquet d’onde

Un paquet d’onde correspond à la superposition de plusieurs ondes. On peut ainsi affirmer qu’un battement correspond à un paquet de deux ondes de fréquence très similaire.

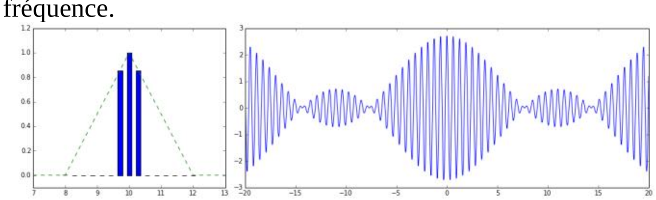
En construction …



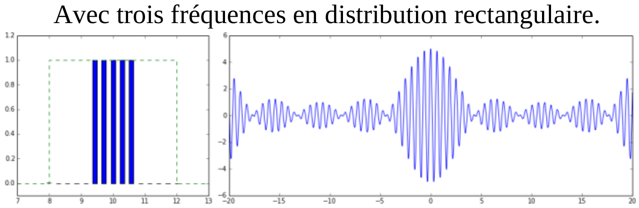
Une seule fréquence.



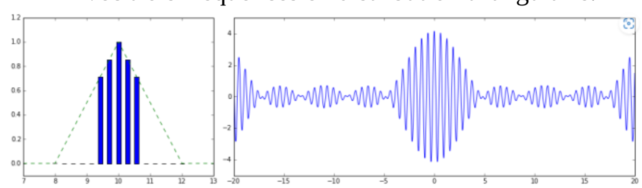
Avec trois fréquences en distribution rectangulaire.



Avec trois fréquences en distribution triangulaire.



Avec cinq fréquences en distribution rectangulaire.



Avec cinq fréquences en distribution triangulaire.

https://physique-chimie.dis.ac-guyane.fr/Exemple-d-usage-3-Propagation-d-un-paquet-d-onde-PSI.html