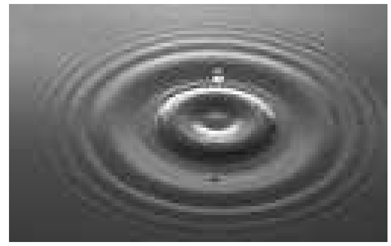
Chapitre 1.13 – L'effet Doppler sonore

L'onde à deux dimensions

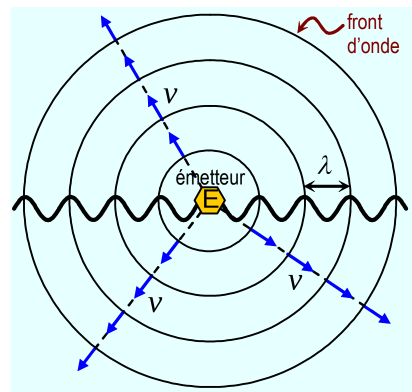
Lorsqu'on fait tomber une goutte d'eau dans un lac calme, nous pouvons observer la propagation d'une onde à deux dimensions (voir schéma ci-contre).



L'onde associée à la chute d'une goutte d'eau diffuse son énergie en deux dimensions de façon sphérique.

Cependant, l'expression mathématique d'une onde en deux dimension est très complexe, car l'amplitude de l'onde A diminue en fonction du carré de la distance[1] r^2 (distance entre la source et l'élément du milieu x déplacé par le passage de l'onde) en raison de la conservation de l'énergie (voir schéma ci-contre).

Lorsqu'on représente graphiquement une onde à deux dimensions, il est préférable de dessiner seulement le **maximum** de **chaque front d'onde** séparé par une longueur d'onde λ (schéma ci-contre). Chaque front d'onde prendre de l'expansion à vitesse v.

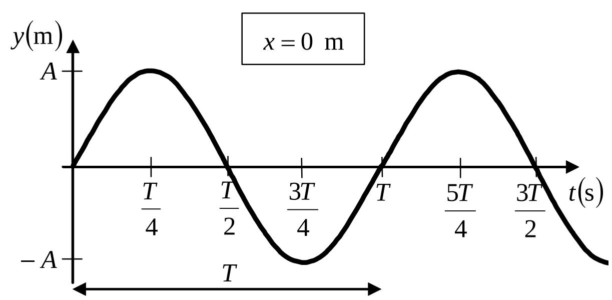


Émetteur en mouvement

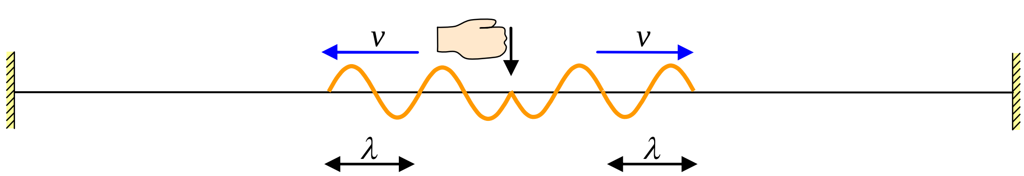
Analysons l'influence d'une onde produite par un émetteur produisant un mouvement harmonique simple.

Voici notre mouvement harmonique simple :

$$y(t) = A\sin(\omega t)$$

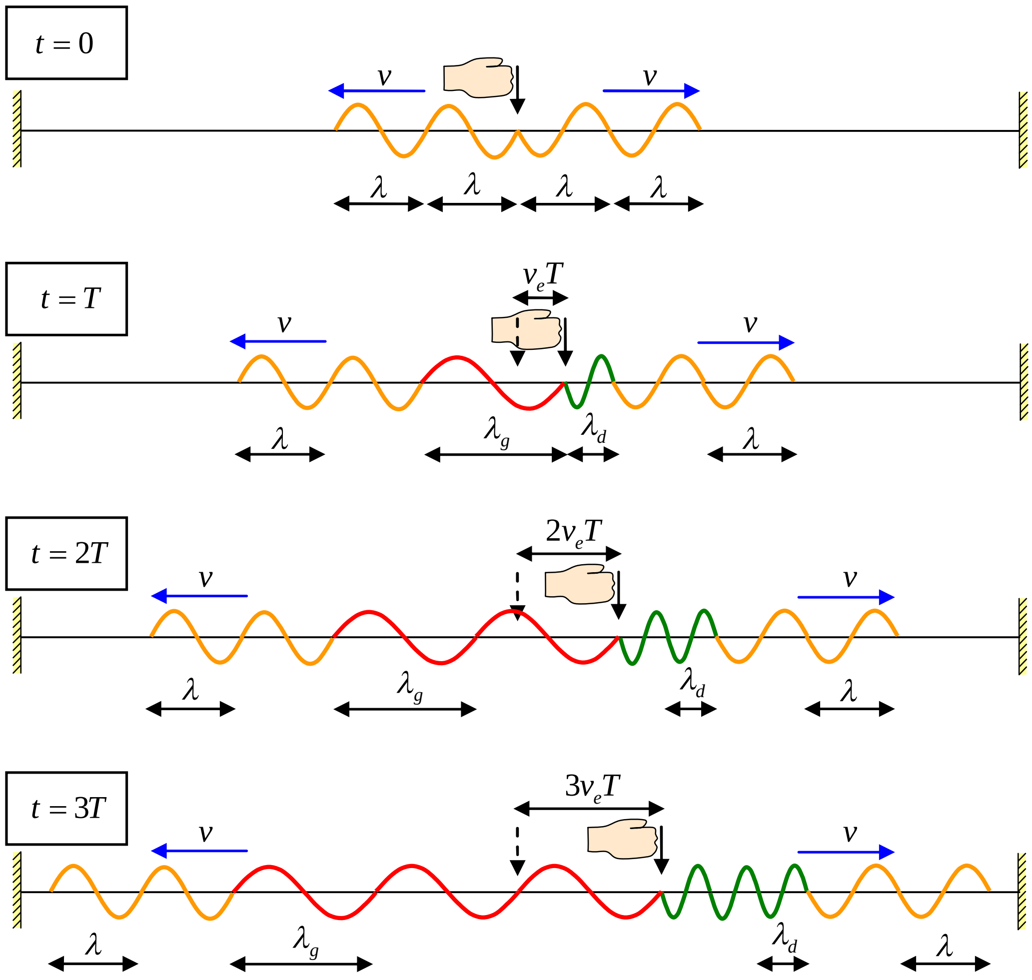


Agitons le centre d'une corde fixée aux deux extrémités durant deux périodes T à l'aide du mouvement décrit précédemment. Nous observons alors une onde se déplaçant vers la gauche et vers la droite à vitesse v dont la longueur d'onde est λ : ($\lambda = vT$)



[1] Cette affirmation est valide seulement lorsque la source de l'onde est sphérique.

Déplaçons maintenant notre émetteur vers la droite à une vitesse v_e inférieure à la vitesse de propagation du milieu v. La formation de l'onde sur la corde sera influencée par le module et le sens de la vitesse de l'émetteur. Il est important de préciser que la **vitesse** de **l'onde** v est **<u>égale</u>** à la **vitesse** de **propagation** du **milieu** **<u>même si</u>** **l'émetteur** est en **mouvement**. L'onde ne peut pas être poussée par l'émetteur, car l'émetteur produit la perturbation et le milieu s'occuper de propager la perturbation.



Nous pouvons évaluer la longueur d'onde λ modifiée par le module et le sens de la vitesse de l'émetteur v_e de la façon suivante :

<u>Émetteur immobile :</u>

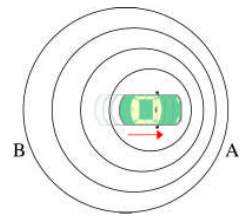
$\lambda = vT$ (Émetteur immobile par rapport aux récepteurs gauche et droit)

<u>Émetteur se déplaçant vers la droite :</u>

$\lambda_d = \lambda - v_eT$ (Émetteur s'approche du récepteur de droite)

$\lambda_g = \lambda + v_eT$ (Émetteur s'éloigne du récepteur de gauche)

Longueur d'onde produite par un émetteur en mouvement



$\lambda_B > \lambda_{immobile} > \lambda_A$

Lorsqu'un émetteur produit une onde dans un milieu, la longueur d'onde λ' mesurée par un récepteur sera influencée par le module et le sens de la vitesse de l'émetteur v_e. Cette relation est valide seulement lorsque la vitesse de l'émetteur v_e est inférieure à la vitesse de propagation de l'onde v :

$$\lambda' = \lambda \pm v_e T$$

(lorsque $v_e < v$)

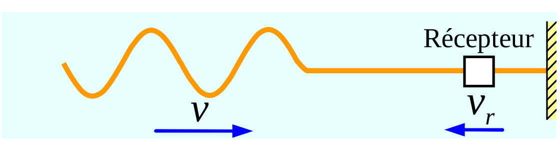
où
- λ' : Longueur d'onde mesurée par le récepteur (m)
- λ : Longueur d'onde naturelle de l'émetteur immobile (m) ($\lambda = vT$)
- v_e : Module de la vitesse de l'émetteur orientée vers le récepteur (m/s)
- v : Vitesse de propagation de l'onde (m/s)
- T : Période de la perturbation de l'émetteur (s)
- $\pm$: (Positif) Émetteur s'éloigne du récepteur (étirement de la longueur d'onde)
  (Négatif) Émetteur s'approche du récepteur (contraction de la longueur d'onde)

Récepteur en mouvement

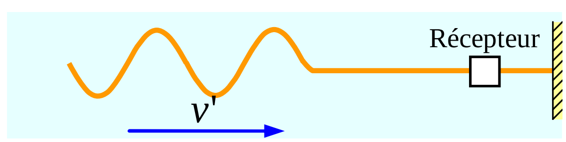
Lorsqu'un émetteur en mouvement produit une onde, l'onde se déplace quand même à la vitesse v caractérisée par le milieu. Par contre, la vitesse de l'onde v' par rapport au récepteur sera perçue différemment si le récepteur est en mouvement à vitesse v_r.

Supposons que $v_r < v$:

<u>Récepteur s'approche l'onde :</u> $v' = v + v_r$ (Vitesse de l'onde augmente)

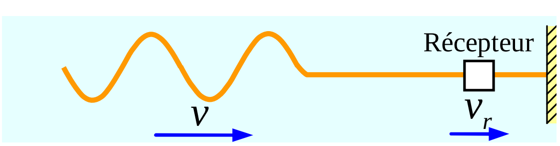


(Référentiel au sol)

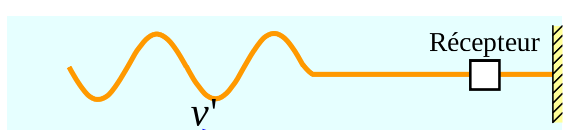


(Référentiel du récepteur)

<u>Récepteur s'éloigne de l'onde :</u> $v' = v - v_r$ (Vitesse de l'onde diminue)



(Référentiel au sol)



(Référentiel du récepteur)

Vitesse de l'onde par rapport à un récepteur en mouvement

Lorsqu'un récepteur mesure la vitesse v' d'une onde par rapport à lui-même, celle-ci est influencée par la vitesse du récepteur v_r. Cette relation est valide seulement lorsque la vitesse du récepteur v_r est inférieure à la vitesse de propagation de l'onde v :

$$v' = v \pm v_r$$

(lorsque $v_r < v$)

où v' : Vitesse de l'onde par rapport au récepteur (m/s)

v : Vitesse de l'onde dans son milieu (m/s)

v_r : Vitesse du récepteur (m/s)

$\pm$: (Positif) Récepteur fonce vers l'onde (augmentation de la vitesse)

(Négatif) Récepteur se sauve de l'onde (diminution de la vitesse)

L'effet Doppler du sonore

En 1842, le physicien autrichien Christian Andreas Doppler réalise que lorsqu'un émetteur sonore produit un son dans l'air de fréquence f, la fréquence f' mesurée par un récepteur dépend de la vitesse de l'émetteur v_e et de la vitesse du récepteur v_r. La vitesse du son v_s (vitesse de l'onde par rapport à son milieu qui est l'air) est également un facteur à considérer dans la relation. Cet effet porte de nos jours le nom d'effet Doppler sonore :


Christian Doppler
(1803-1853)

$$f' = \left(\frac{v_s \pm v_r}{v_s \pm v_e} \right) f$$

où f' : Fréquence du son mesurée par le récepteur (Hz ou s^{-1})

f : Fréquence émise par l'émetteur (Hz ou s^{-1})

v_s : Vitesse du son dans l'air sans vent (habituellement 340 m/s) (m/s)

v_r : Vitesse du récepteur (m/s)

Signe + : s'approche du son (plus aigu, fréquence augmente, $f' > f$)

Signe - : s'éloigne du son (plus grave, fréquence diminue, $f' < f$)

v_e : Vitesse de l'émetteur (m/s)

Signe - : s'approche du récepteur (plus aigu, fréquence augmente, $f' > f$)

Signe + : s'éloigne du récepteur (plus grave, fréquence diminue, $f' < f$)

Preuve :

Évaluons une expression permettant d'évaluer une fréquence f à partir de la vitesse de l'onde v par rapport au récepteur et de la longueur d'onde λ mesurée par le récepteur :

$$\lambda = vT \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{T} = \frac{v}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \boxed{f = \frac{v}{\lambda}}$$

À partir de l'expression de la fréquence, évaluons une fréquence f' modifiée par une vitesse de l'onde influencée par un récepteur en mouvement et modifié par une longueur d'onde influencée par un émetteur en mouvement :

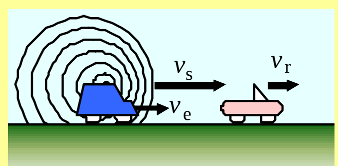
$$f' = \frac{v'}{\lambda'} \quad \Rightarrow \quad f' = \frac{(v \pm v_r)}{(\lambda \pm v_e T)}$$ (Remplacer, $v' = v \pm v_r$ et $\lambda' = \lambda \pm v_e T$)

$$\Rightarrow \quad f' = \frac{v \pm v_r}{(vT) \pm v_e T}$$ (Longueur d'onde naturelle, $\lambda = vT$)

$$\Rightarrow \quad f' = \frac{1}{T}\left(\frac{v \pm v_r}{v \pm v_e}\right)$$ (Factoriser de $1/T$)

$$\Rightarrow \quad f' = \left(\frac{v \pm v_r}{v \pm v_e}\right) f \quad \blacksquare$$ (Fréquence, $f = 1/T$)

Situation 3 : ***Poursuivi par la justice!*** Un malfaiteur roulant à 126 km/h dans une voiture volée est poursuivi par un policier roulant à 180 km/h; la sirène de la voiture de police émet un son de 1000 Hz. On désire déterminer la fréquence entendue par le malfaiteur.



Évaluons la vitesse de la police (émetteur) et la vitesse du malfaiteur (récepteur) en m/s :

$$v_e = 180 \text{ km/h} = \frac{180 \text{ km}}{\text{h}} \times \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \times \frac{1000 \text{ m}}{\text{km}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_e = 50 \text{ m/s}}$$

$$v_r = 126 \text{ km/h} = \frac{126 \text{ km}}{\text{h}} \times \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \times \frac{1000 \text{ m}}{\text{km}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_r = 35 \text{ m/s}}$$

Évaluons la fréquence entendue par le malfaiteur :

$$f' = \left(\frac{v_s \pm v_r}{v_s \pm v_e}\right) f \quad \Rightarrow \quad f' = \left(\frac{v_s - v_r}{v_s \pm v_e}\right) f$$ (Récepteur contre son, signe négatif car $f \downarrow$)

$$\Rightarrow \quad f' = \left(\frac{v_s - v_r}{v_s - v_e}\right) f$$ (Émetteur vers le récepteur, signe négatif car $f \uparrow$)

$$\Rightarrow \quad f' = \left(\frac{(340) - (35)}{(340) - (50)}\right)(1000)$$ (Remplacer valeurs num.)

$$\Rightarrow \quad \boxed{f' = 1052 \text{ Hz}}$$ (Fréquence du son)

Situation 4 : *Une réflexion sur un camion.* Un après-midi de pluie, Albert roule en motocyclette à 90 km/h sur l'autoroute. Il se fait doubler par un camion qui roule à 144 km/h. Exaspéré par la manœuvre, il klaxonne : le klaxon émet une onde sonore à 756 Hz qui rebondit sur la porte arrière du camion et revient à lui. On désire déterminer la fréquence de l'écho qu'il entend.

Évaluons la vitesse d'Albert v_A et la vitesse du camion v_C en m/s :

$$v_\mathrm{A} = 90\ \text{km/h} = \frac{90\ \text{km}}{\text{h}} \times \frac{1\ \text{h}}{60\ \text{min}} \times \frac{1\ \text{min}}{60\ \text{s}} \times \frac{1000\ \text{m}}{\text{km}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_\mathrm{A} = 25\ \text{m/s}}$$

$$v_\mathrm{C} = 144\ \text{km/h} = \frac{144\ \text{km}}{\text{h}} \times \frac{1\ \text{h}}{60\ \text{min}} \times \frac{1\ \text{min}}{60\ \text{s}} \times \frac{1000\ \text{m}}{\text{km}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_\mathrm{C} = 40\ \text{m/s}}$$

Dans le premier mouvement du son, Albert est l'émetteur ($v_e = v_\mathrm{A}$) et le camion est le récepteur ($v_r = v_\mathrm{C}$). Évaluons la fréquence mesurée à l'arrière du camion :

$$f' = \left(\frac{v_s \pm v_r}{v_s \pm v_e}\right) f \quad \Rightarrow \quad f' = \left(\frac{v_s - v_r}{v_s \pm v_e}\right) f \qquad \text{(Récepteur contre son, signe négatif car } f \downarrow\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad f' = \left(\frac{v_s - v_r}{v_s - v_e}\right) f \qquad \text{(Émetteur vers le récepteur, signe négatif car } f \uparrow\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad f' = \left(\frac{(340) - (40)}{(340) - (25)}\right)(756) \qquad \text{(Remplacer valeurs num.)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{f' = 720\ \text{Hz}} \qquad \text{(Fréquence du son)}$$

Dans le deuxième mouvement du son, la réflexion du son sur le camion permet au camion de devenir l'émetteur ($v_e = v_\mathrm{C}$) et Albert devient le récepteur ($v_r = v_\mathrm{A}$). Évaluons la fréquence mesurée par l'Albert. La fréquence d'émission est celle calculée auparavant :

$$f' = \left(\frac{v_s \pm v_r}{v_s \pm v_e}\right) f \quad \Rightarrow \quad f' = \left(\frac{v_s + v_r}{v_s \pm v_e}\right) f \qquad \text{(Récepteur vers le son, signe positif car } f \uparrow\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad f' = \left(\frac{v_s + v_r}{v_s + v_e}\right) f \qquad \text{(Émetteur contre le récepteur, signe positif car } f \downarrow\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad f' = \left(\frac{(340) + (25)}{(340) + (40)}\right)(720) \qquad \text{(Remplacer valeurs num.)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{f' = 692\ \text{Hz}} \qquad \text{(Fréquence du son)}$$

La vitesse du son dans le vent

Le vent permet de déplacer l'air qui est le milieu propagateur du son. La **vitesse de l'onde** sonore **<u>par rapport au sol</u>** v_s est influencée par le **module** et le **sens** de la **vitesse du vent** v_{vent} ainsi que par la **vitesse** de propagation v de **l'onde dans l'air**. Lorsque l'onde voyage dans le sens du vent, la vitesse augmente et lorsque l'onde voyage dans le sens contraire du vent, la vitesse diminue :

$$v_s = v \pm v_{\text{vent}}$$

où v_s : Vitesse du son (m/s)

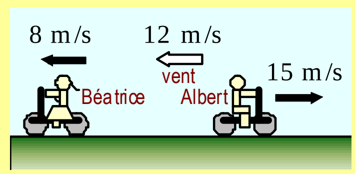
v : Vitesse de propagation du milieu (m/s)

v_{vent} : Vitesse du vent (m/s)

$\pm$: (Positif) Le son voyage dans le sens du vent.

(Négatif) Le son voyage dans le sens contraire du vent.

Situation 6 : *Siffler dans le vent.* Dans un vent constant qui souffle à 12 m/s vers la gauche, Albert roule en bicyclette à 15 m/s vers la droite. Il croise Béatrice qui roule à 8 m/s vers la gauche. Après avoir croisé Béatrice, il siffle à 500 Hz. On désire déterminer la fréquence entendue par Béatrice.



Dans le problème suivant, nous avons les informations suivantes :

- Fréquence initiale : $f = 500 \text{ Hz}$
- Vitesse du son dans l'air : $v = 340 \text{ m/s}$
- Émetteur (Albert) : $v_e = 15 \text{ m/s}$ (vers la droite)
- Récepteur (Béatrice) : $v_r = 8 \text{ m/s}$ (vers la gauche)
- Souffle du vent : $v_{\text{vent}} = 12 \text{ m/s}$ (vers la gauche)

Avec l'équation de l'effet Doppler, évaluons la fréquence mesurée par Béatrice :

$$f' = \left(\frac{v_s \pm v_r}{v_s \pm v_e}\right) f \quad \Rightarrow \quad f' = \left(\frac{v_s - v_r}{v_s \pm v_e}\right) f$$ (Récepteur contre le son, signe négatif)

$$\Rightarrow \quad f' = \left(\frac{v_s - v_r}{v_s + v_e}\right) f$$ (Émetteur contre le récepteur, signe positif)

$$\Rightarrow \quad f' = \left(\frac{(v + v_{\text{vent}}) - v_r}{(v + v_{\text{vent}}) + v_e}\right) f$$ (Son voyage dans le sens du vent)

$$\Rightarrow \quad f' = \left(\frac{((340) + (12)) - (8)}{((340) + (12)) + (15)}\right)(500)$$ (Remplacer valeurs num.)

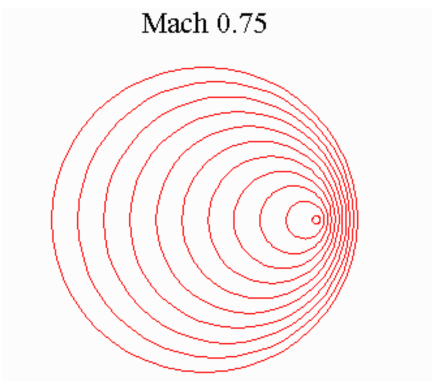
$$\Rightarrow \quad \boxed{f' = 468{,}7 \text{ Hz}}$$ (Fréquence du son)

Briser le mur du son

Lorsqu'un émetteur se déplace plus rapidement que la vitesse de propagation du milieu ($v_e > v$), l'équation associée à l'effet Doppler ne s'applique plus.

Avion de chasse se déplaçant à une vitesse supérieure à Mach 1 : (Mach 1 $\equiv$ vitesse du son)

Effet Doppler à Mach 0,75 :

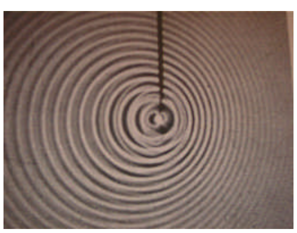


Balle de fusil : (artistique)

Lorsque la vitesse du son est presque atteinte, l'émetteur subit beaucoup de perturbation, car les fronts d'onde se superposent (émetteur se déplace au même rythme que l'onde).

Cette accumulation d'onde est représentée par un mur. Ceci explique pourquoi l'expression « briser le mur du son » est utilisée lorsqu'un émetteur se déplace plus rapidement que le son. Le mur se transforme alors en cône, car l'émetteur se déplace plus rapidement que le son qu'il produit.

Avant le mur du son :



Après le mur du son :