PHY NYC – Exercice de révision pour examen 2

« *Jurassic Park* »
SOLUTION

(a)

$n_1 = 1$ (air)

$n_2 = ?$ (ambre)

$\theta_1 = 30$

$\theta_2 = 90 - 71{,}1 = 18{,}9$

$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \quad \Rightarrow \quad 1 \times \sin 30 = n_2 \times \sin 18{,}9 \quad \Rightarrow \quad n_2 = 1{,}54$

(b)

D'après le texte de la question, on a que :

$y_o = 3$ mm

$y_i = 3{,}9$ mm

$R = -3$ cm car la lumière part du moustique et arrive dans la caméra.

On peut premièrement obtenir une relation entre q et p :

$$g = \frac{y_i}{y_o} = -\frac{n_1}{n_2}\frac{q}{p} \quad \Rightarrow \quad \frac{3{,}9}{3} = -\frac{1{,}54}{1}\frac{q}{p} \quad \Rightarrow \quad q = -0{,}844p$$

On peut ensuite substituer ce q dans l'équation des dioptres sphériques pour trouver p :

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad \Rightarrow \quad \frac{1{,}54}{p} + \frac{1}{-0{,}844p} = \frac{1-1{,}54}{-3} \quad \Rightarrow \quad \frac{0{,}36}{p} = 0{,}18 \quad \Rightarrow \quad p = 2\text{ cm}$$

Donc le moustique est situé à 2 cm à gauche de la paroi de la sphère, donc à 1 cm à droite du centre de la sphère.

(c)

$n_1 = 1{,}54$

$n_2 = 1$

$p = 4$ cm

$R = -3$ cm

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad \Rightarrow \quad \frac{1{,}54}{4} + \frac{1}{q} = \frac{1-1{,}54}{-3} \quad \Rightarrow \quad q = -4{,}88\text{ cm}$$

Donc l'image se forme à 4,88 cm à droite de la paroi gauche de la sphère.

$$\frac{y_i}{y_o} = -\frac{n_1}{n_2}\frac{q}{p} \quad \Rightarrow \quad \frac{y_i}{3} = -\frac{1{,}54}{1} \times \frac{-4{,}88}{4} \quad \Rightarrow \quad y_i = 5{,}63\text{ mm}$$

L'image a une hauteur de 5,63 mm.

(d)

Si l'oeil est à 20 cm de la paroi gauche de la sphère, il voit une image de 5,63 mm située à 24,88 cm de lui :

$\alpha_i = \arctan(0{,}563/24{,}88) = 1{,}30°$

S'il n'y avait pas de sphère d'ambre, l'œil verrait le moustique de 3 mm de haut situé à 24 cm de lui :

$\alpha_o = \arctan(0{,}3/24) = 0{,}716°$

On applique ensuite la formule de grandissement angulaire :

$$G = \frac{\alpha_i}{\alpha_o} = \frac{1{,}30°}{0{,}716°} = 1{,}82$$

(e)
Calculs pour la première interface :

$n_1 = 1$

$n_2 = 1{,}54$

$R = +3\text{ cm}$

$p = \infty$

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\infty} + \frac{1{,}54}{q} = \frac{1{,}54 - 1}{3} \quad \Rightarrow \quad q = 8{,}56\text{ cm}$$

Donc en traversant la première interface, les rayons essayent d'aller converger à un endroit situé à 8,56 cm à droite de la première interface.

Calculs pour la deuxième interface :

$n_1 = 1{,}54$

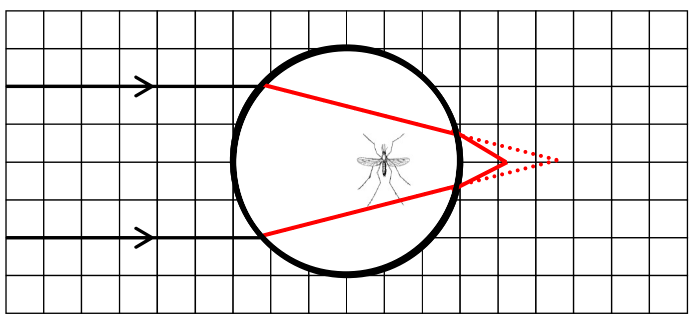
$n_2 = 1$

$R = -3\text{ cm}$

$p = -2{,}56\text{ cm}$ (*objet virtuel car c'est un faisceau convergent qui entre dans la deuxième interface)

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad \Rightarrow \quad \frac{1{,}54}{-2{,}56} + \frac{1}{q} = \frac{1 - 1{,}54}{-3} \quad \Rightarrow \quad q = 1{,}28\text{ cm}$$

Donc en sortant de la deuxième interface, les rayons convergent sur un point situé à 1,28 cm à droite de la deuxième interface.



(f)
Comme la somme des angles d'un quadrilatère est 360°, l'angle d'incidence du rayon sur la face du bas est :

$\theta_1 = (360 - 71{,}1 - 90 - 65) - 90 = \theta_1 = 43{,}9°$

L'angle critique pour des rayons qui passent de l'ambre ($n = 1{,}54$) à l'air ($n = 1$) est :

$n_1 \sin\theta_c = n_2 \sin 90 \quad \Rightarrow \quad 1{,}54 \sin\theta_c = 1 \sin 90 \quad \Rightarrow \quad \theta_c = 40{,}5°$

Donc il subit une réflexion totale interne, car $\theta_i > \theta_c$; $\theta_i = 43{,}9°$; $\theta_c = 40{,}5°$

(g)

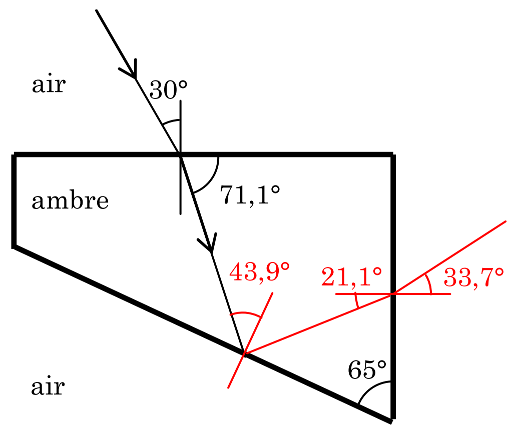
Comme la somme des angles d'un triangle est égale à 180°, l'angle d'incidence du rayon sur la face de droite est :

$\theta_1 = 90 - [180 - 65 - (90 - 43{,}9)] = \theta_1 = 21{,}1°$

On applique ensuite la loi de la réfraction :

$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \quad \Rightarrow \quad 1{,}54 \sin 21{,}1 = 1 \sin\theta_2 \quad \Rightarrow \quad \theta_2 = 33{,}7°$

Donc lorsque le rayon sort de la face verticale, il forme un angle de 33,7° avec la normale.



(h)

Le rayon initial dans l'air allait : vers la droite, à 60 degrés sous l'horizontale
et le rayon final va maintenant : vers la droite, à 33,7 degrés au-dessus de l'horizontale.
Donc on peut directement voir qu'il a été dévié de $\delta_{tot} = 93{,}7°$ dans le sens antihoraire.

OU (autre méthode) calculer chacun des 3 δ et les additionner pour avoir le δ_{tot} :

Première réfraction : $\delta_1 = 30 - [90 - 71{,}1] = 11{,}1°$ dans le sens horaire ;

Réflexion totale interne : $\delta_2 = 180 - 43{,}9 - 43{,}9 = 92{,}2°$ dans le sens antihoraire ;

Deuxième réfraction : $\delta_3 = 33{,}7 - 21{,}1 = 12{,}6°$ dans le sens antihoraire ;

$\delta_{tot} = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = (-11{,}1) + 92{,}2 + 12{,}6 = \delta_{tot} = 93{,}7°$ dans le sens antihoraire