Problème de révision : Maximums dans une pièce

Une plaque ayant deux fentes rectilignes horizontales de $2\ \mu\text{m}$ de largeur séparées par une distance de $0{,}01\ \text{mm}$ est déposée au bout d'une table de 1,5 m de hauteur face à un mur situé 6 m plus loin. Le mur possède une hauteur de 4 m. Localisez sur le plafond, le mur et le plancher les maximums de l'expérience de Young qui se retrouvent à l'intérieur du pic central de diffraction lorsqu'on éclaire les deux fentes avec un laser à 520 nm. Supposez que les deux fentes sont au niveau de la table (on néglige la taille de la plaque).

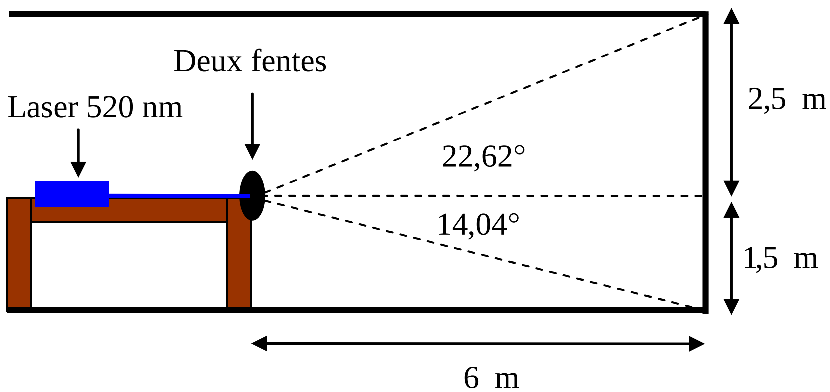
Solution : Maximums dans une pièce

Voici la géométrie de notre pièce. Évaluons les angles de délimitation du plafond et du plancher à l'aide de l'expression géométrique suivante :

$$\tan(\theta) = \frac{y}{x}$$

Angle de délimitation du plafond : $\tan(\theta) = \frac{(2{,}5)}{(6)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\theta_{\text{plafond}} = 22{,}62°}$

Angle de délimitation du plancher : $\tan(\theta) = \frac{(-1{,}5)}{(6)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\theta_{\text{plancher}} = -14{,}04°}$



Évaluons la largeur de notre pic central de diffraction. À partir du 1^{ier} minimum du pic central de diffraction, nous avons :

$\delta = m\lambda \quad \Rightarrow \quad a\sin(\theta) = m\lambda$ (Approximation des rayons parallèles)

$$\Rightarrow \quad \sin(\theta) = \frac{m\lambda}{a}$$

$\Rightarrow \quad \sin(\theta) = \frac{\lambda}{a}$ (1^{ier} minimum : $m = 1$)

$$\Rightarrow \quad \sin(\theta) = \frac{(520 \times 10^{-9})}{(2 \times 10^{-6})}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\theta = 15{,}07°}$$

Évaluons le nombre de maximum de l'expérience de Young que nous retrouvons dans un angle d'ouverture de $15{,}07°$:

$$\delta = m\lambda \quad \Rightarrow \quad d\sin(\theta) = m\lambda \qquad \text{(Approximation des rayons parallèles)}$$

$$\Rightarrow \quad m = \frac{d\sin(\theta)}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \quad m = \frac{(0{,}01\times 10^{-3})\sin(15{,}07°)}{(520\times 10^{-9})}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{m = 5}$$

Évaluons les angles de positionnement des maximums de l'expérience de Young :

$$d\sin(\theta) = m\lambda \quad \Rightarrow \quad \sin(\theta) = \frac{m\lambda}{d}$$

$$\Rightarrow \quad \theta = \sin^{-1}\left(\frac{m\lambda}{d}\right)$$

Avec la relation $\tan(\theta) = \frac{y}{x}$, évaluons les positions sur le mur :

Ordre m	Angle θ	Position y
$m = 0$	$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{(0)(520\times 10^{-9})}{(0{,}01\times 10^{-3})}\right) = 0°$	$y = (6)\tan(0°) = 0$ m
$m = 1$	$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{(1)(520\times 10^{-9})}{(0{,}01\times 10^{-3})}\right) = 2{,}98°$	$y = (6)\tan(2{,}98°) = 0{,}312$ m
$m = 2$	$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{(2)(520\times 10^{-9})}{(0{,}01\times 10^{-3})}\right) = 5{,}97°$	$y = (6)\tan(5{,}97°) = 0{,}627$ m
$m = 3$	$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{(3)(520\times 10^{-9})}{(0{,}01\times 10^{-3})}\right) = 8{,}97°$	$y = (6)\tan(8{,}97°) = 0{,}947$ m
$m = 4$	$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{(4)(520\times 10^{-9})}{(0{,}01\times 10^{-3})}\right) = 12{,}00°$	$y = (6)\tan(12{,}00°) = 1{,}275$ m
$m = 5$	$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{(5)(520\times 10^{-9})}{(0{,}01\times 10^{-3})}\right) = 15{,}07°$	$y = (6)\tan(15{,}07°) = 1{,}616$ m

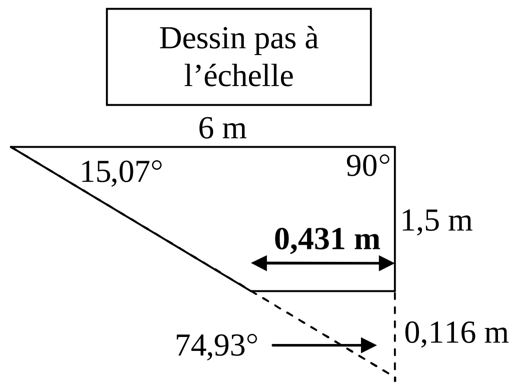
Puisque l'angle de positionnement à $m = 5$ dépasse l'angle de délimitation du plancher, nous observerons un maximum sur le plancher. Identifions la position de ce maximum par rapport au mur :

<u>Angle intérieur d'un triangle :</u>

$\sum \theta_{\text{int}} = 180°$

$\Rightarrow \quad 15{,}07 + 90 + \theta = 180$

$\Rightarrow \quad \boxed{\theta = 74{,}93°}$



<u>Côté opposé à l'angle :</u>

$\tan(\theta) = \dfrac{y}{x}$

$\Rightarrow \quad \tan(74{,}93°) = \dfrac{y}{(0{,}116)}$

$\Rightarrow \quad \boxed{y = 0{,}431 \text{ m}}$

<u>Voici nos résultats :</u>

Maximum sur l'axe central sur le mur : (par rapport au sol)

1,5 m

Maximums supérieurs à l'axe central : (par rapport au sol)($P = 1{,}5 + y$)

1,81 m 2,127 m 2,447 m 2,775 m 3,116 m

Maximums inférieurs à l'axe central sur le mur : (par rapport au sol) ($P = 1{,}5 - y$)

1,188 m 0,873 m 0,553 m 0,225 m

Maximum inférieur à l'axe central sur le plancher : (par rapport au mur)

0,431 m