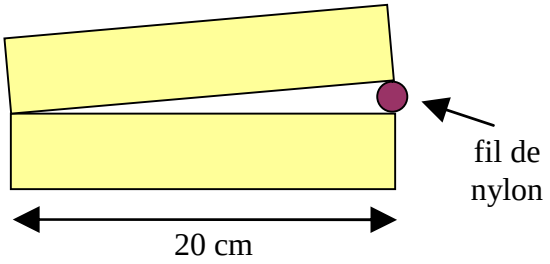
Problème de révision : Le coin d'air

Deux plaques de verre ($n = 1{,}5$) de 20 cm de longueur forment un coin d'air grâce à un fil en nylon de $8\ \mu\text{m}$ de diamètre déposé entre les deux plaques à l'extrémité droite de celles-ci. On éclaire verticalement les deux plaques avec une lumière contenant la longueur d'onde 550 nm et contenant la longueur d'onde 650 nm.



À partir de l'extrémité gauche des deux plaques, positionnez le premier lieu où il y a une réflexion maximale de la lumière pour les deux longueurs d'onde au même endroit.

Solution : Le coin d'air

Différence de marche par épaisseur : $\delta_e = 2e$

Différence de marche par réflexion : $\delta_r = \dfrac{\lambda_p}{2}$ (Réflexion molle et dure)

Le phénomène d'interférence de la lumière est de nature constructive :

$$\delta = m\lambda_p \quad \Rightarrow \quad \delta_e + \delta_r = m\lambda_p$$

$$\Rightarrow \quad 2e + \frac{\lambda_p}{2} = m\lambda_p$$

$$\Rightarrow \quad 2e = m\lambda_p - \frac{\lambda_p}{2}$$

$$\Rightarrow \quad 2e = \left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda_p$$

$$\Rightarrow \quad e = \left(m - \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda_p}{2}$$

$$\Rightarrow \quad e = \left(m - \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} \qquad (\lambda_p = \lambda_{air} = \lambda \text{ car } n_p = 1)$$

Avec nos deux longueurs d'onde, nous pouvons exprimer une équation de l'épaisseur :

550 nm : $e = \left(m_{550} - \dfrac{1}{2}\right)\dfrac{\left(550\times10^{-9}\right)}{2} \quad \Rightarrow \quad e = 275\times10^{-9}\left(m_{550} - \dfrac{1}{2}\right)$

650 nm : $e = \left(m_{650} - \dfrac{1}{2}\right)\dfrac{\left(650\times10^{-9}\right)}{2} \quad \Rightarrow \quad e = 325\times10^{-9}\left(m_{650} - \dfrac{1}{2}\right)$

Égalisons les équations de l'épaisseur en diviser par 1×10^{-9} :

$$275\left(m_{550} - \frac{1}{2}\right) = 325\left(m_{650} - \frac{1}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad 275m_{550} - 137{,}5 = 325m_{650} - 162{,}5$$

$$\Rightarrow \quad 275m_{550} = 325m_{650} - 25$$

$$\Rightarrow \quad 11m_{550} = 13m_{650} - 1$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{m_{550} = \frac{13m_{650} - 1}{11}}$$

Essayons des valeurs entière de m_{650} afin d'obtenir une valeur entière de m_{550} :

$$m_{650} = 1 \quad \Rightarrow \quad m_{550} = \frac{13(1)-1}{11} = 1{,}091$$

$$m_{650} = 2 \quad \Rightarrow \quad m_{550} = \frac{13(2)-1}{11} = 2{,}273$$

$$m_{650} = 3 \quad \Rightarrow \quad m_{550} = \frac{13(3)-1}{11} = 3{,}455$$

$$m_{650} = 4 \quad \Rightarrow \quad m_{550} = \frac{13(4)-1}{11} = 4{,}636$$

$$m_{650} = 5 \quad \Rightarrow \quad m_{550} = \frac{13(5)-1}{11} = 5{,}818$$

$$m_{650} = 6 \quad \Rightarrow \quad m_{550} = \frac{13(6)-1}{11} = 7 \qquad \text{(Valide)}$$

Nous avons les indices suivants : $\boxed{m_{650} = 6}$ et $\boxed{m_{550} = 7}$

Évaluons la plus petite épaisseur permettant la réflexion maximale des deux couleurs au même endroit :

550 nm : $$e = 275\times10^{-9}\left(m_{550} - \frac{1}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad e = 275\times10^{-9}\left((7) - \frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{e = 1{,}787\times10^{-6}\,\text{m}}$$

À partir du diamètre du fil de nylon et de la longueur des deux plaques de verre, évaluons l'angle formé dans le coin d'air :

$$\tan(\theta) = \frac{d}{L} \quad \Rightarrow \quad \tan(\theta) = \frac{(8\times10^{-6})}{(20\times10^{-2})}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\theta = 4\times10^{-5}\,\text{rad}}$$

Nous pouvons obtenir la position sur la plaque à l'aide de l'expression suivante :

$$\tan(\theta) = \frac{e}{x} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{e}{\tan(\theta)}$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{(1{,}787\times10^{-6})}{\tan(4\times10^{-5})}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{x = 0{,}0447\ \text{m}}$$