Problème de révision : Battement en montgolfière

Un haut-parleur situé dans une montgolfière à 50 m du sol émet un son omnidirectionnel à une fréquence de 700 Hz. Au niveau du sol, on mesure sous la montgolfière une intensité sonore de 74 dB. Tout en émettant du son, la montgolfière perd de l'altitude à vitesse constante durant 2 secondes. Durant ce mouvement, le pilote de la montgolfière entend deux sons avec des battements de 20 Hz. Évaluez l'intensité sonore en dB mesurée sous la montgolfière au niveau du sol après la descente.

Solution : Battement en montgolfière

Évaluons l'intensité du haut-parleur au niveau du sol (avant la descente) en W/m^2 :

$$\beta = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{\beta}{10} = \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$\Rightarrow \quad 10^{\frac{\beta}{10}} = \frac{I}{I_0}$$

$$\Rightarrow \quad I = I_0 * 10^{\frac{\beta}{10}}$$

$$\Rightarrow \quad I = \left(1\times10^{-12}\right)*10^{\frac{(74)}{10}}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{I = 2{,}512\times10^{-5}\ \text{W/m}^2}$$

Évaluons la puissance du haut-parleur :

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \quad \Rightarrow \quad P = 4\pi r^2 I$$

$$\Rightarrow \quad P = 4\pi(50)^2\left(2{,}512\times10^{-5}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{P = 0{,}7891\ \text{W}}$$

Puisque la montgolfière se rapproche du sol et que le sol est immobile, la fréquence du son mesurée par le pilote après la réflexion au sol aura augmentée. Évaluons la fréquence du son réfléchi entendu par le pilote à l'aide des battements :

$$f_B = f_1 - f_2 \quad \Rightarrow \quad f_B = f_{réflextion} - f_{du\,balon}$$

$$\Rightarrow \quad (20) = f_{réflextion} - (700)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{f_{réflextion} = 720\ \text{Hz}}$$

Évaluons la vitesse de la montgolfière grâce à l'effet Doppler :

<u>Déplacement du son vers le bas :</u>

$$f' = \left(\frac{v_s \pm v_r}{v_s \pm v_e}\right)f \quad \Rightarrow \quad f_{sol} = \left(\frac{v_s}{v_s \pm v_e}\right)f \qquad \text{(Récepteur immobile)}$$

$$\Rightarrow \quad f_{sol} = \left(\frac{v_s}{v_s - v_e}\right)f \qquad \text{(Émetteur vers le récepteur, signe négatif)}$$

$$\Rightarrow \quad f_{sol} = \left(\frac{(340)}{(340)-(v)}\right)(700) \qquad \text{(Remplacer valeurs num.)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{f_{sol} = \frac{2{,}38\times10^5}{340 - v}} \qquad \text{(Fréquence du mesurée au sol)}$$

Déplacement du son vers le haut :

$$f' = \left(\frac{v_s \pm v_r}{v_s \pm v_e}\right) f \quad \Rightarrow \quad f_{pilote} = \left(\frac{v_s + v_r}{v_s \pm v_e}\right) f_{sol}$$ (Récepteur vers le son, signe positif)

$$\Rightarrow \quad f_{pilote} = \left(\frac{v_s + v_r}{v_s}\right) f_{sol}$$ (Émetteur immobile)

$$\Rightarrow \quad (720) = \left(\frac{(340)+(v)}{(340)}\right) f_{sol}$$ (Remplacer valeurs num.)

$$\Rightarrow \quad \boxed{2{,}448 \times 10^5 = (340 + v) f_{sol}}$$ (Fréquence du mesurée au sol)

Remplaçons notre 1ière équation dans la 2ième et isolons v :

$$2{,}448 \times 10^5 = (340 + v) f_{sol} \quad \Rightarrow \quad 2{,}448 \times 10^5 = (340 + v)\left(\frac{2{,}38 \times 10^5}{340 - v}\right)$$

$$\Rightarrow \quad 1{,}0286 = \frac{340 + v}{340 - v}$$

$$\Rightarrow \quad 349{,}72 - 1{,}0286v = 340 + v$$

$$\Rightarrow \quad 9{,}72 = 2{,}0286v$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{v = 4{,}791 \text{ m/s}}$$

Évaluons la position de la montgolfière après 2 secondes de chute :

$$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \quad \Rightarrow \quad y = (50) + (-4{,}791)(2) + \frac{1}{2}(0)(2)^2$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{y = 40{,}42 \text{ m}}$$

Évaluons l'intensité du haut-parleur au niveau du sol (après la descente) en W/m^2 :

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{(0{,}7891)}{4\pi(40{,}42)^2}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{I = 3{,}8435 \times 10^{-5} \text{ W/m}^2}$$

Évaluons l'intensité du haut-parleur en dB :

$$\beta = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad \Rightarrow \quad \beta = 10\log\left(\frac{(3{,}8435 \times 10^{-5})}{(1 \times 10^{-12})}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\beta = 75{,}85 \text{ dB}}$$