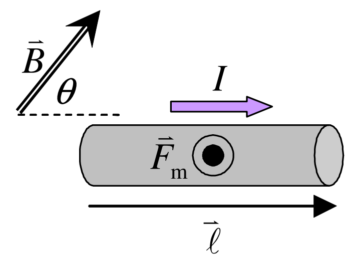
Chapitre 4.3 – La force sur un fil dans un champ magnétique uniforme

Force magnétique sur un fil

Lorsqu'un fil parcouru par un courant électrique est plongé dans un champ magnétique, celui-ci subit une force magnétique $\vec{F}_\mathrm{m}$ qui dépend du courant *I*, de la longueur du fil $\vec{\ell}$, du champ magnétique $\vec{B}$ et de l'angle θ entre l'orientation du fil et le champ magnétique. Cette force macroscopique résulte de la force magnétique appliquée sur tous les électrons en mouvement qui transportent le courant électrique :

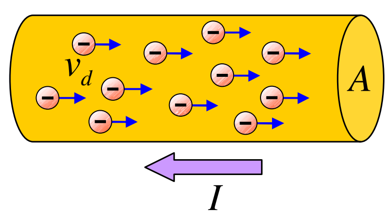
$$\vec{F} = I\,\vec{\ell} \times \vec{B}$$

où $\vec{F}$: Force magnétique appliquée sur le fil en newton (N)
I : Courant électrique en ampère (A)
$\vec{\ell}$: Vecteur longueur du fil orienté dans le sens du courant en mètre (m)
$\vec{B}$: Champ magnétique sur le fil en tesla (T)
θ : Angle entre l'orientation du fil et le champ magnétique



<u>Preuve :</u>

Considérons un groupe de N électrons se déplaçant à la vitesse de dérive[1] v_d dans un fil conducteur de surface A :



À l'aide de la définition de la densité des électrons libres n, nous pouvons établir un lien entre les N électrons et le volume AD qu'ils occupent dans le fil :

$$N = nAD$$

Puisque tous les électrons se déplacent à la vitesse de dérive $\vec{v}_d$, on peut évaluer la force magnétique appliquée sur chacun des électrons et faire la somme de toutes ces forces :

<u>Sur un électrons :</u> $\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$ et $q = -e$ $\Rightarrow$ $\vec{F}_1 = -e\,\vec{v}_\mathrm{d} \times \vec{B}$

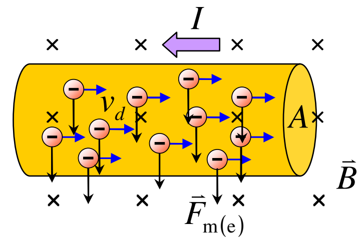
<u>Sur *N* électrons :</u> $\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$ et $q = -Ne$ $\Rightarrow$ $\vec{F}_N = -Ne\,\vec{v}_\mathrm{d} \times \vec{B}$

---

[1] La vitesse de dérive a été définie au chapitre 3.3

Rappelons le lien entre la vitesse de dérive v_{d} des électrons et le courant électrique I qu'ils transportent dans un fil de surface A :

$$v_{\mathrm{d}} = \frac{I}{nAe}$$



Nous pouvons maintenant développer l'expression de la force magnétique appliquée sur nos N électrons et introduire un lien entre la vitesse de dérive $\vec{v}_{\mathrm{d}}$ et le courant électrique I :

$$\vec{F}_N = -Ne\ \vec{v}_{\mathrm{d}} \times \vec{B} \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_N = -Ne\, v_{\mathrm{d}} \left(\hat{v}_{\mathrm{d}} \times \vec{B}\right) \qquad \text{(Remplacer } \vec{v}_{\mathrm{d}} = v_{\mathrm{d}} \hat{v}_{\mathrm{d}}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{F}_N = -(nAD)e\, v_{\mathrm{d}} \left(\hat{v}_{\mathrm{d}} \times \vec{B}\right) \qquad \text{(Remplacer } N = nAD\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{F}_N = -(nAD)e\left(\frac{I}{nAe}\right)\left(\hat{v}_{\mathrm{d}} \times \vec{B}\right) \qquad \text{(Remplacer } v_{\mathrm{d}} = \frac{I}{nAe}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{F}_N = -I\, D\left(\hat{v}_{\mathrm{d}} \times \vec{B}\right) \qquad \text{(Simplification)}$$

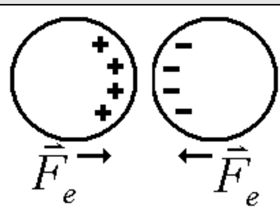
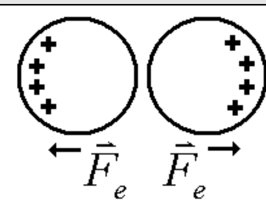
$$\Rightarrow \quad \vec{F}_N = I\left(-D\, \hat{v}_{\mathrm{d}} \times \vec{B}\right) \qquad \text{(Réécriture)}$$

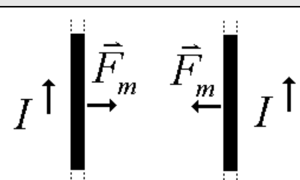
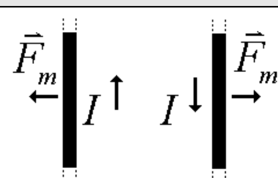
$$\Rightarrow \quad \vec{F} = I\, \vec{\ell} \times \vec{B} \quad \blacksquare \qquad \text{(Remplacer } \vec{\ell} = -D\, \hat{v}_{\mathrm{d}}\text{)}$$

<u>Remarque :</u> Puisque les électrons se déplacent dans le sens contraire du courant conventionnel, la vitesse de dérive est orientée dans le sens contraire au courant. Ainsi, nous pouvons établir le lien suivant : $\vec{\ell} = -D\, \hat{v}_{\mathrm{d}}$

Comparaison entre force électrique et force magnétique

Voici une comparaison entre la force électrique et la force magnétique que s'applique deux géométries de base :

Attraction de sphère conductrice	Répulsion de sphère conductrice
	

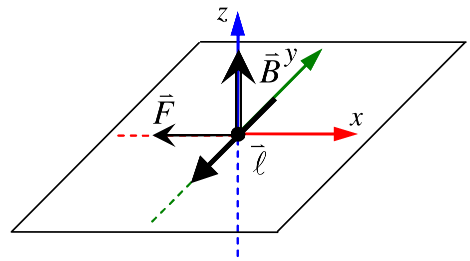
Attraction de deux fils	Répulsion de deux fils
	

Les expériences d'attraction et de répulsion entre deux fils portent à croire qu'un courant électrique I génère un champ magnétique, car un fil subit une force magnétique sous la présence d'un champ magnétique ($\vec{F} = I\, \vec{\ell} \times \vec{B}$).

Situation A : ***La force magnétique sur un fil aligné le long de l'axe y.*** Un fil de 80 cm est aligné le long de l'axe *y* et il est parcouru par un courant de 0,5 A s'écoulant dans le sens négatif de l'axe *y*. Ce fil est plongé dans un champ magnétique constant de 0,2 T orienté dans le sens positif de l'axe *z*. On désire évaluer la force magnétique appliquée sur le fil sous forme vectorielle.

Voici une représentation de la situation :

- $I = 0{,}5 \text{ A}$
- $\vec{B} = 0{,}2 \ \vec{k} \text{ T}$
- $\vec{\ell} = -0{,}8 \ \vec{j} \text{ m}$



Avec la définition de la force magnétique, évaluer la force appliquée sur le fil :

$\vec{F} = I \ \vec{\ell} \times \vec{B} \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = (0{,}5) \ (-0{,}8 \ \vec{j}) \times (0{,}2 \ \vec{k})$ (Remplacer valeurs num.)

$\Rightarrow \quad \vec{F} = -0{,}08 (\vec{j} \times \vec{k})$ (Sortir les constantes)

$\Rightarrow \quad \vec{F} = -0{,}08 (\vec{i})$ (Calculer, $\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}$)

$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{F} = -0{,}08 \ \vec{i} \text{ N}}$ (Évaluer la force magnétique)

Situation B : ***La force magnétique sur un fil électrique d'un circuit.*** Une pile de 9 V alimente en électricité un moteur rotatif d'une résistance de $500 \ \Omega$ avec deux fils rectilignes de résistance négligeable. Selon un plan cartésien gradué en mètre, la pile est située à la coordonnée (1,2) et le moteur est situé à la coordonnée (-3,4). Un champ magnétique $\vec{B} = (3\vec{i} - 9\vec{j} - 4\vec{k}) \times 10^{-3} \text{T}$ constant applique une force magnétique sur les deux fils électriques. On désire évaluer le module de la force magnétique appliquée sur chacun des deux fils.

Évaluons le courant transporté par les fils à l'aide de la loi d'Ohm :

$\Delta V = RI \quad \Rightarrow \quad I = \dfrac{\Delta V}{R}$ (Isoler *I*)

$\Rightarrow \quad I = \dfrac{(9)}{(500)}$ (Remplacer valeurs num.)

$\Rightarrow \quad \boxed{I = 0{,}018 \text{ A}}$ (Courant électrique)

Évaluons le vecteur longueur de fil $\vec{\ell}$ partant de la pile vers le moteur avec la définition du vecteur déplacement : ($\vec{r} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$)

$\vec{\ell} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 \quad \Rightarrow \quad \vec{\ell} = (-3,4) - (1,2)$ ($\vec{p}_2$: position moteur, $\vec{p}_1$: position pile)

$\Rightarrow \quad \vec{\ell} = (-4,2)$ (Vecteur déplacement)

$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{\ell} = \left(-4\,\vec{i} + 2\,\vec{j}\right)\ \text{m}}$ (Vecteur exprimé en composante unitaire)

Avec la définition de la force magnétique, évaluons la force magnétique sur le fil sous forme vectorielle :

$\vec{F} = I\ \vec{\ell} \times \vec{B} \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = (0{,}018)\ \left(-4\,\vec{i} + 2\,\vec{j}\right) \times \left(\left(3\,\vec{i} - 9\,\vec{j} - 4\,\vec{k}\right) \times 10^{-3}\right)$ (Remplacer)

$\Rightarrow \quad \vec{F} = 1{,}8 \times 10^{-5}\left(-4\,\vec{i} + 2\,\vec{j}\right) \times \left(3\,\vec{i} - 9\,\vec{j} - 4\,\vec{k}\right)$ (Factoriser constantes)

$$\Rightarrow \quad \vec{F} = 1{,}8 \times 10^{-5}\Big(\left(-4\,\vec{i} \times 3\,\vec{i}\right) + \left(-4\,\vec{i} \times -9\,\vec{j}\right) + \left(-4\,\vec{i} \times -4\,\vec{k}\right) + \left(2\,\vec{j} \times 3\,\vec{i}\right) + \left(2\,\vec{j} \times -9\,\vec{j}\right) + \left(2\,\vec{j} \times -4\,\vec{k}\right) \Big)$$

(Distribution du produit)

$$\Rightarrow \quad \vec{F} = 1{,}8 \times 10^{-5}\Big(-12\left(\vec{i} \times \vec{i}\right) + 36\left(\vec{i} \times \vec{j}\right) + 16\left(\vec{i} \times \vec{k}\right) + 6\left(\vec{j} \times \vec{i}\right) - 18\left(\vec{j} \times \vec{j}\right) - 8\left(\vec{j} \times \vec{k}\right) \Big)$$

(Factoriser les constantes)

$$\Rightarrow \quad \vec{F} = 1{,}8 \times 10^{-5}\Big(-12(0) + 36\left(\vec{k}\right) + 16\left(-\vec{j}\right) \quad 6\left(-\vec{k}\right) - 18(0) - 8\left(\vec{i}\right) \Big)$$

(Effectuer produits vectoriels)

$\Rightarrow \quad \vec{F} = 1{,}8 \times 10^{-5}\left(36\,\vec{k} - 16\,\vec{j} - 6\,\vec{k} - 8\,\vec{i}\right)$ (Retirer termes nuls)

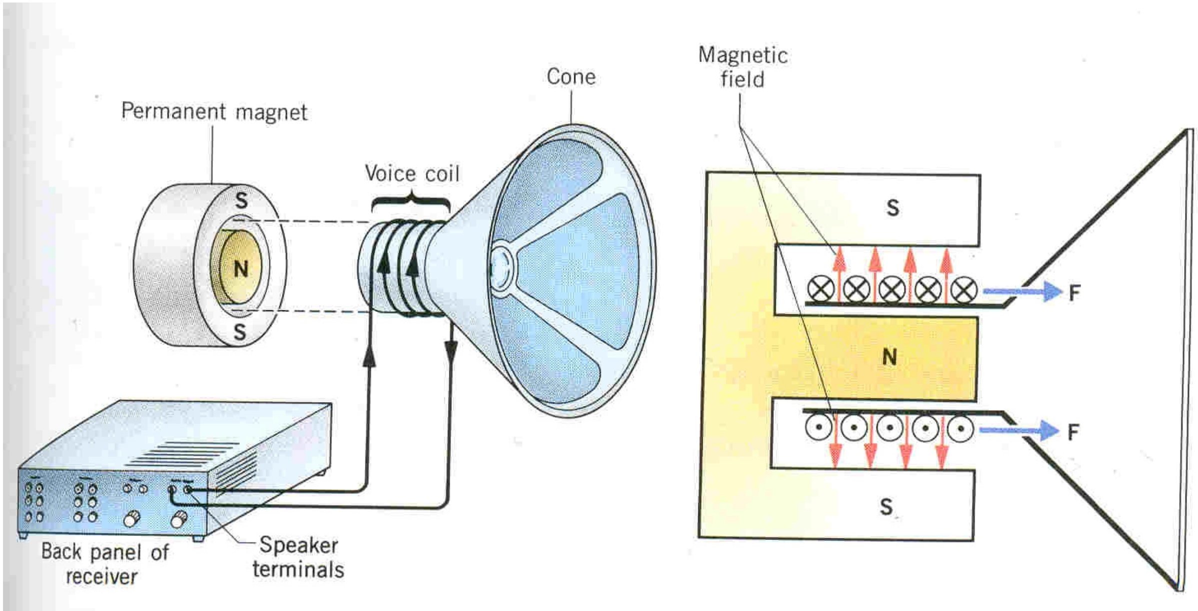
$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{F} = 1{,}8 \times 10^{-5}\left(-8\,\vec{i} - 16\,\vec{j} + 30\,\vec{k}\right)}$ (Simplification)

Nous pouvons maintenant évaluer le module de la force magnétique (la valeur sera la même sur les deux fils) :

$F = \sqrt{F_x^{\,2} + F_y^{\,2} + F_z^{\,2}} \quad \Rightarrow \quad F = 1{,}8 \times 10^{-5}\sqrt{(-8)^2 + (-16)^2 + (30)^2}$

$\Rightarrow \quad \boxed{F = 6{,}28 \times 10^{-4}\ \text{N}}$

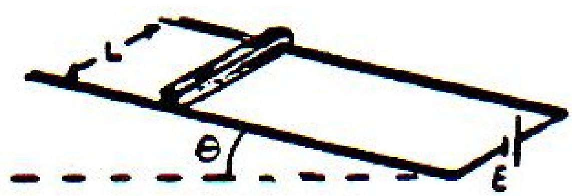
Le haut-parleur



Exercices

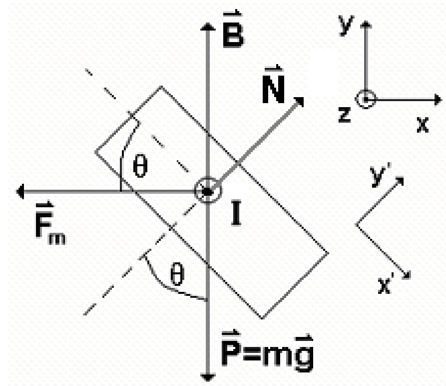
<u>Référence :</u> Note Science Santé – Chapitre 7 – Question 2

Une tige de résistance R, de longueur L et de masse m, repose sur deux rails conducteurs (de résistance négligeable) formant un plan incliné d'angle θ. Si le tout forme un circuit fermé avec une pile de force électromotrice ε, déterminez la valeur et le sens du champ magnétique B à appliquer verticalement, juste suffisant pour empêcher la tige de descendre sous l'effet de la gravité. Supposons qu'il n'y a pas de friction.



Solution

Référence : Note Science Santé – Chapitre 7 – Question 2



Nous avons la définition de la force magnétique F_m :

$$\vec{F}_m = I \ \vec{\ell} \times \vec{B}$$

Notre courant provient d'une force électromotrice ε :

$$\Delta V = RI \qquad \Rightarrow \qquad I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{\varepsilon}{R}$$

On remplace I par son expression provenant de la loi d'Ohm :

$$F_m = I \ \ell \ B \ \sin(\theta) = \left(\frac{\varepsilon}{R}\right) (L) \ B \ \sin(90°) \qquad \Rightarrow \qquad F_m = \frac{L\varepsilon B}{R}$$

Avec la 2ième loi de Newton : (dans la coordonnée x')

$$\sum \vec{F} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \sum F_{x'} = 0$$

$$\Rightarrow \qquad -F_m \cos(\theta) + mg\sin(\theta) = 0$$

$$\Rightarrow \qquad -\frac{L\varepsilon B}{R}\cos(\theta) + mg\sin(\theta) = 0$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{L\varepsilon B}{R}\cos(\theta) = mg\sin(\theta)$$

$$\Rightarrow \qquad B = \frac{R}{L\varepsilon} mg \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$$

$$\Rightarrow \qquad B = \frac{mgR}{L\varepsilon}\tan(\theta)$$

Ainsi :

$$\vec{B} = \frac{mgR}{L\varepsilon}\tan(\theta) \ \vec{j}$$