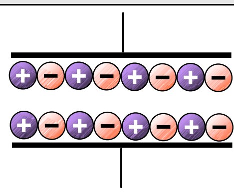
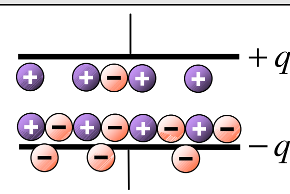
Chapitre 3.12 – La charge et la décharge d’un condensateur

Le condensateur

Un **condensateur** est un composant électronique servant à recueillir une **séparation de charges électriques**. Il est construit à l’aide de deux plaques conductrices séparées par un isolant qui sont habituellement enroulées en forme de cylindre. Puisque l’accumulation de la séparation de charges génère une différence de potentielle à l’intérieur du condensateur, on peut affirmer qu’un condensateur est un **accumulateur énergie électrique**.

Condensateur de 470 μF (250 V)
Condensateur de 330 μF (385 V)

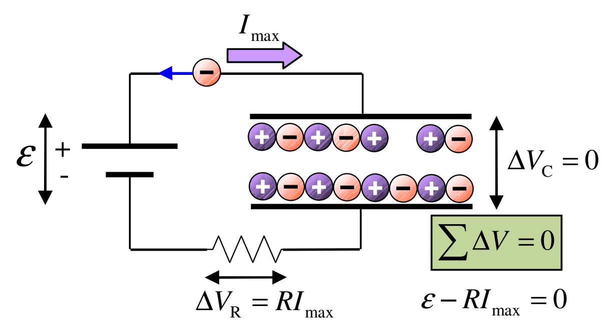
Un condensateur possède toujours une **charge totale nulle**. Lorsqu’on qu’un condensateur est dit « chargé », c’est qu’il possède une charge $+q$ (déficit d’électrons) sur une plaque et une charge $-q$ (excédant d’électron) sur l’autre.

Condensateur non chargé	Condensateur chargé
	

Chargement d’un condensateur avec une pile

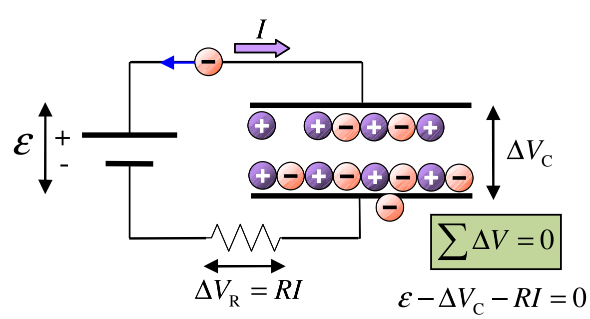
Lorsqu’un condensateur est branché à une pile dans un circuit, la pile « pompe » les électrons de la plaque (+) afin qu’ils s’accumulent sur la plaque (-) ce qui établi un courant I.

L’efficacité maximale de la pile à « pomper » les électrons est déterminée par l’électromotance ε .



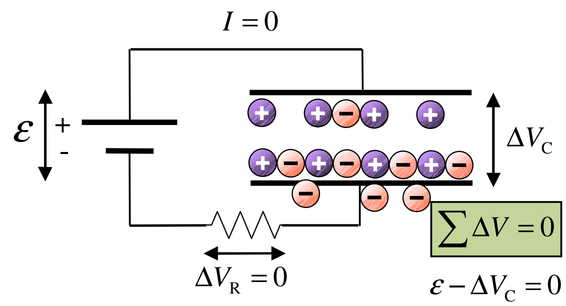
Plus le condensateur se charge, plus il est difficile de le charger, car une différence de potentiel ΔV_{C} s’installe aux bornes du condensateur en raison de la séparation des charges déjà accomplie.

Le courant I doit donc diminuer, car il y a moins de différence de potentiel disponible pour faire cette action ($\Delta V_{\text{R}} = RI$) par la loi des mailles.



Le processus de chargement cesse lorsque l'électromotance ε de la pile est égale à la différence de potentiel ΔV_C du condensateur. Le courant I chute à zéro.

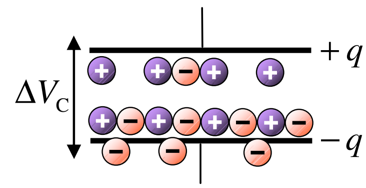
Si le condensateur demeure branché dans le circuit, c'est la pile qui maintient les charges séparées à la hauteur de son électromotance.



Remarque : Lorsque la résistance du circuit est très faible, le chargement du condensateur se fait très rapidement (presque instantanément[1]).

La capacité

La capacité d'un condensateur est la quantité de charges électriques qui peut être séparée dans un condensateur avant que la différence de potentiel aux bornes du condensateur augmente de un volt. Plus la surface des plaques est grande, plus la capacité est élevée :



$$C = \frac{q}{\Delta V_C}$$

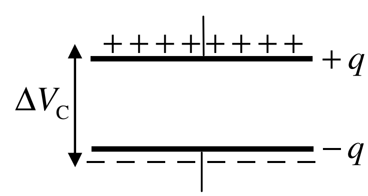
où C : Capacité du condensateur en farads (F)

q : Charges électriques séparées dans le condensateur en coulomb (C)

ΔV_C : Différence de potentiel aux bornes du condensateur en volt (V)

La mesure de la charge d'un condensateur

Expérimentalement, nous pouvons évaluer la quantité de charges q séparées dans un condensateur (la « charge » d'un condensateur) qu'en mesurant la différence de potentiel ΔV_C aux bornes du condensateur avec un voltmètre et de faire le produit de la capacité C avec la différence de potentiel ΔV_C :



$$q = C\,\Delta V_C$$

où q : Charges électriques séparées dans le condensateur en coulomb (C)

C : Capacité en farads (F)

ΔV_C : Différence de potentiel aux bornes du condensateur en volt (V)

[1] L'électromotance induite généré par la variation du champ magnétique provenant du courant contribue également à ralentir le processus de chargement, mais cette influence est très faible dans cette situation.

Loi des mailles et condensateur

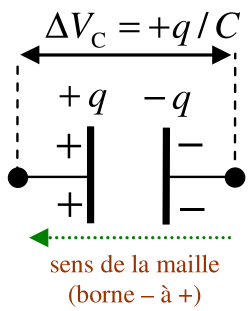
Afin d'appliquer adéquatement la loi des mailles à un circuit composé de condensateurs, il est important d'appliquer les règles de signe suivant selon le sens de la maille et de la polarité du condensateur :

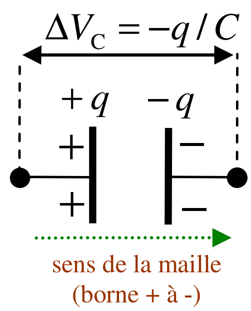
- Lorsqu'on traverse un **condensateur** de différence de potentiel ΔV en allant de la **borne – à +**, on **gagne** du potentiel :

$$\Delta V_{\mathrm{C}} = +q / C$$

- Lorsqu'on traverse un **condensateur** de différence de potentiel ΔV en allant de la **borne + à -**, on perd du potentiel :

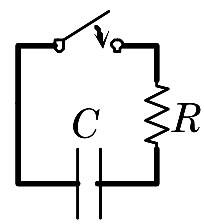
$$\Delta V_{\mathrm{C}} = -q / C$$





La décharge d'un condensateur dans un circuit RC

Le processus de décharge d'un condensateur dans un circuit[2] RC dépend de la charge q_0 du condensateur au début du processus de déchargement, de la capacité C du condensateur ainsi que de la résistance R du résisteur. L'équation $q(t)$ permet d'établir la « charge restante » q dans le condensateur après un temps de décharge t :



Un condensateur qui se déchargera lorsque l'interrupteur sera fermé.

$$q(t) = q_0 e^{-t/RC} \quad \text{et} \quad V(t) = V_0 e^{-t/RC}$$

où $q(t)$: Charges électriques séparées dans le condensateur en coulomb (C)

q_0 : Charges électriques séparées dans le condensateur au temps $t = 0$ en coulomb (C)

$V(t)$: Différence de potentiel aux bornes du condensateur en volt (V)

V_0 : Différence de potentiel aux bornes du condensateur au temps $t = 0$ en volt (V)

t : Temps écoulé début le début du déchargement en seconde (s)

R : Résistance du résisteur en ohm (Ω)

C : Capacité du condensateur en farad (F)

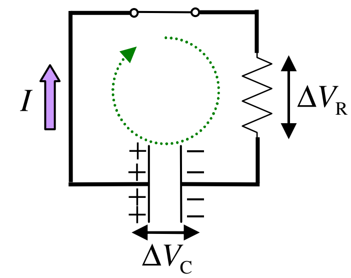
Remarque :

Il est important de préciser que cette équation n'est valide que lorsque le condensateur est suffisamment plein pour que la relation $q = C\,\Delta V_{\mathrm{C}}$ soit valide. En effet, lorsque le condensateur est relativement vide, le rythme du déchargement est décrit par un comportement quantique (et non classique).

[2] Un circuit RC est l'abréviation pour un circuit résisteur-condensateur

Preuve :

Déchargeons un condensateur de capacité C contenant une charge initiale q_0 dans un résisteur de résistance R. Évaluons le courant I qui circule dans le résisteur selon la charge q restante dans le condensateur et à l'aide de la loi des mailles appliquée au circuit :



$$\Delta V_\mathrm{C} + \Delta V_\mathrm{R} = 0 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{q}{C}\right) + \Delta V_\mathrm{R} = 0 \qquad (\Delta V_\mathrm{C} = +q/C)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{q}{C} + (-RI) = 0 \qquad (\Delta V_\mathrm{R} = -RI)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{I = \frac{q}{RC}} \qquad \text{(Isoler } I\text{)}$$

Puisque l'établissement du courant vise à vider le condensateur, le courant I correspond au rythme auquel le condensateur se vide de ses charges q déjà accumulées ($I = -\mathrm{d}q/\mathrm{d}t$). Intégrons cette relation dans l'équation précédente et évaluons l'évolution de la charge q dans le condensateur en fonction du temps t écoulé depuis le commencement du déchargement :

$$I = \frac{q}{CR} \quad \Rightarrow \quad -\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \frac{q}{RC} \qquad \text{(Remplacer } I = -\mathrm{d}q/\mathrm{d}t\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}q}{q} = -\frac{\mathrm{d}t}{RC} \qquad \text{(Isoler fonction de } q\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \int \frac{\mathrm{d}q}{q} = \int -\frac{\mathrm{d}t}{RC} \qquad \text{(Poser l'intégrale)}$$

$$\Rightarrow \quad \int_{q=q_0}^{q} \frac{\mathrm{d}q}{q} = \int_{t=0}^{t} -\frac{\mathrm{d}t}{RC} \qquad \text{(Borne : } q = q_0 \to q \text{ et } t = 0 \to t\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \int_{q=q_0}^{q} \frac{\mathrm{d}q}{q} = -\frac{1}{RC}\int_{t=0}^{t} \mathrm{d}t \qquad \text{(Factoriser constante)}$$

$$\Rightarrow \quad \left[\ln|q|\right]_{q_0}^{q} = -\frac{1}{RC}\left[t\right]_0^t \qquad \text{(Résoudre l'intégrale)}$$

$$\Rightarrow \quad \left(\ln(q) - \ln(q_0)\right) = -\frac{1}{RC}(t-0) \qquad \text{(Évaluer les bornes)}$$

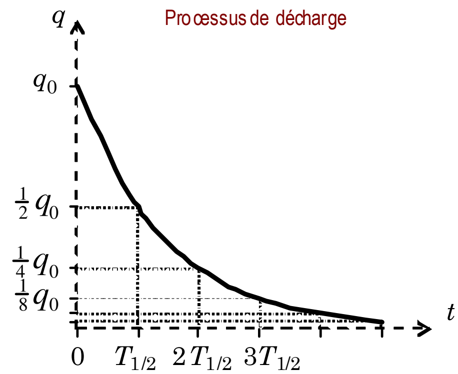
$$\Rightarrow \quad \ln\left(\frac{q}{q_0}\right) = -\frac{t}{RC} \qquad \text{(Identité : } \ln(a) - \ln(b) = \ln(a/b)\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{q}{q_0} = e^{-\frac{t}{RC}} \qquad \text{(Appliquer l'exponentiel } e\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad q = q_0 e^{-t/RC} \quad \blacksquare \qquad \text{(Isoler } q\text{)}$$

Le temps de demi-décharge dans un circuit RC

Le temps de demi-décharge $T_{1/2}$ est le temps requis pour faire **diminuer de moitié** la **charge** q d'un condensateur (ou le voltage). Dans un circuit RC, le temps de demi-décharge est constant et indépendant de la charge initiale q_0. Elle dépend de la résistance R du résisteur et de la capacité C du condensateur :



$$T_{1/2} = RC\ln 2$$

où $T_{1/2}$: Temps de demi-décharge en seconde (s)

R : Résistance du résisteur en ohm (Ω)

C : Capacité du condensateur en farad (F)

Preuve :

À partir de l'équation de la charge d'un condensateur $q(t)$ dans un circuit RC, évaluons le temps $T_{1/2}$ requis pour faire chuter de moitié la charge du condensateur :

$q(t) = q_0 e^{-t/RC} \quad\Rightarrow\quad \left(\dfrac{q_0}{2}\right) = q_0 e^{-(T_{1/2})/RC}$ (Remplacer : $q(t) = \dfrac{q_0}{2}$ et $t = T_{1/2}$)

$\Rightarrow\quad \dfrac{1}{2} = e^{-T_{1/2}/RC}$ (Simplifier q_0)

$\Rightarrow\quad 2 = e^{T_{1/2}/RC}$ (Inverser l'équation)

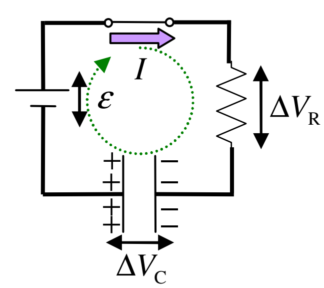
$\Rightarrow\quad \ln(2) = \ln\left(e^{T_{1/2}/RC}\right)$ (Appliquer la fonction ln)

$\Rightarrow\quad \ln 2 = T_{1/2}/RC$ (Identité : $\ln(e^x) = x$)

$\Rightarrow\quad T_{1/2} = RC\ln 2 \quad \blacksquare$ (Isoler $T_{1/2}$)

La charge d'un condensateur dans un circuit RC

En construction …



$\varepsilon + \Delta V_C + \Delta V_R = 0$

$\Rightarrow\quad \varepsilon + \left(\pm\dfrac{q}{C}\right) + (\pm RI) = 0$ ($\Delta V_C = q/C$ et $\Delta V_R = RI$)

$\Rightarrow\quad \varepsilon - \dfrac{q}{C} - RI = 0$ (Règle signe sens maille)

$\Rightarrow\quad \varepsilon - \dfrac{q}{C} - R\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = 0$ (Remplacer $I = \mathrm{d}q/\mathrm{d}t$)