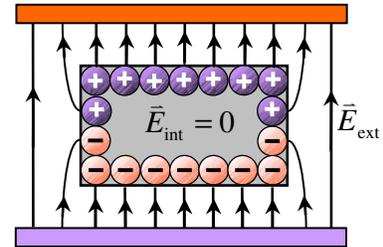


Chapitre 2.7 – Le potentiel électrique et les conducteurs

Le potentiel dans un conducteur en équilibre électrostatique

Nous savons que le **champ électrique** \vec{E} à l'intérieur d'un **conducteur** est **toujours nul** à l'équilibre électrostatique, car les électrons se déplacent à l'intérieur du conducteur sous l'effet du champ électrique extérieur \vec{E}_{ext} pour réduire à zéro le champ électrique à l'intérieur du conducteur \vec{E}_{int} .



Variation du potentiel électrique :

$$\Delta V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Puisque c'est en se **déplaçant** dans un **champ électrique** \vec{E} qui fait **varier** le **potentiel électrique** ΔV , on peut affirmer que le potentiel électrique est constant en tout point à l'intérieur d'un conducteur.

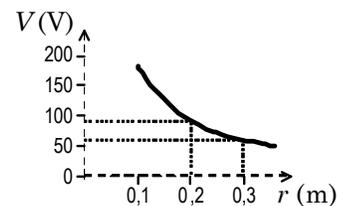
Ainsi :

- Le **potentiel électrique** est toujours **uniforme** à la **surface** et à l'**intérieur** d'un **conducteur idéal**.
- La **surface** d'un **conducteur** est toujours une **équipotentielle**.

Situation X : Le potentiel d'une sphère conductrice chargée positivement. Une sphère conductrice de 10 cm de rayon porte une charge de +2 nC. On désire tracer le graphique du potentiel $V(r)$ généré par la sphère en fonction de la distance r à partir du centre de la sphère à l'équilibre électrostatique.

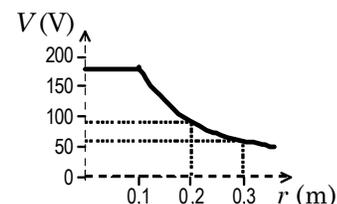
Évaluons le potentiel électrique à l'extérieur de la sphère :

- $r = \infty$: $V_{r=\infty} = 0$
- $\infty > r \geq 0,1$: $V = k \frac{Q}{r}$
- $r = 0,1$: $V_{r=0,1} = (9 \times 10^9) \frac{(2 \times 10^{-9})}{(0,1)} = 180 \text{ V}$

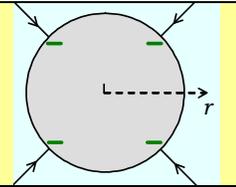


Puisque le champ électrique est nul à l'intérieur d'un conducteur à l'équilibre électrostatique, il n'y a pas de variation du potentiel entre $0 < x \leq 0,1$:

- $0 < r \leq 0,1$: $V_{r \leq 0,1} = 180 \text{ V}$

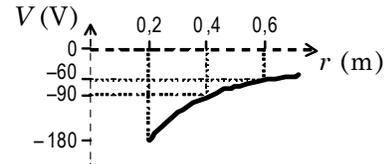


Situation 1 : Le potentiel d'une sphère conductrice chargée. Une sphère conductrice de 20 cm de rayon porte une charge de -4 nC. On désire tracer le graphique du potentiel $V(r)$ généré par la sphère en fonction de la distance r à partir du centre de la sphère à l'équilibre électrostatique.



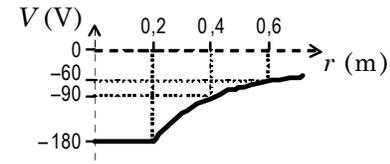
Évaluons le potentiel électrique à l'extérieur de la sphère :

- $r = \infty$: $V_{r=\infty} = 0$
- $\infty > r \geq 0,2$: $V = k \frac{Q}{r}$
- $r = 0,2$: $V_{r=0,2} = (9 \times 10^9) \frac{(-4 \times 10^{-9})}{(0,2)} = -180 \text{ V}$



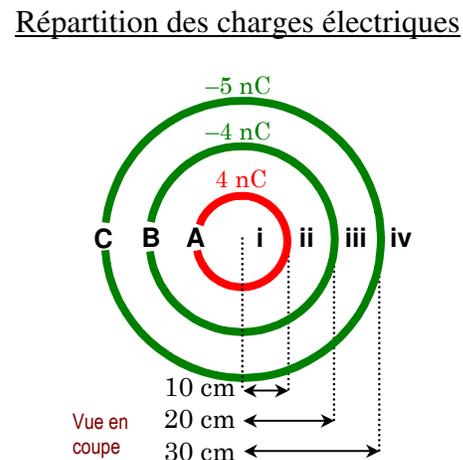
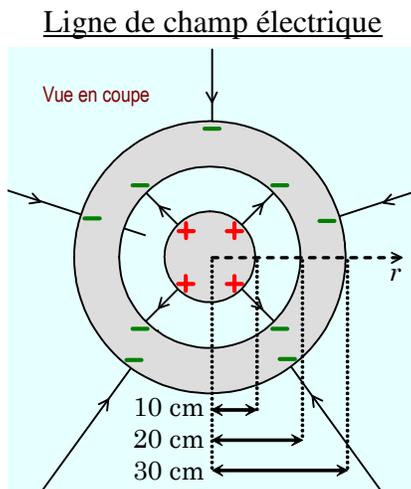
Puisque le champ électrique est nul à l'intérieur d'un conducteur à l'équilibre électrostatique, il n'y a pas de variation du potentiel entre $0 < r \leq 0,2$:

- $0 < r \leq 0,2$: $V_{r \leq 0,2} = -180 \text{ V}$



Situation 2 : Une sphère chargée au centre d'une coquille chargée. Une coquille conductrice sphérique dont le rayon interne est égal à 20 cm et le rayon externe est égal à 30 cm porte une charge de -9 nC. Au centre de la coquille se trouve une sphère conductrice de 10 cm de rayon qui porte une charge de 4 nC. On désire tracer le graphique du potentiel électrique en fonction de r . (L'axe r est un axe radial dont l'origine coïncide avec le centre de la sphère.)

Voici la représentation du champ électrique à l'équilibre électrostatique en ligne de champ (1 ligne/nC) et de la répartition des charges électriques sur les surfaces des conducteurs :



Évaluons le potentiel électrique de chaque surface A, B et C séparément à l'extérieur de la sphère, à la surface et à l'intérieur de la surface comme si les autres surfaces n'existaient pas. Il est important de rappeler que le **champ électrique** à l'intérieur d'une **sphère uniformément chargée** est nul.

Pour A : $V_A = k \frac{Q_A}{r}$ (potentiel d'une charge ponctuelle)

$$\infty > x \geq 0,1 : V_A = (9 \times 10^9) \frac{(4 \times 10^{-9})}{r} = \frac{36}{r}$$

$$x = 0,1 : V_A = (9 \times 10^9) \frac{(4 \times 10^{-9})}{(0,1)} = 360 \text{ V} \quad V_A(r) = \begin{cases} 360 \text{ V} & 0 < r \leq 0,1 \\ 36/r & 0,1 \leq r \leq \infty \end{cases}$$

$$0 < x < 0,1 : V_A = 360 \text{ V} \quad (E_A = 0 \text{ à l'intérieur})$$

Pour B : $V_B = k \frac{Q_B}{r}$ (potentiel d'une charge ponctuelle)

$$\infty > x \geq 0,2 : V_B = (9 \times 10^9) \frac{(-4 \times 10^{-9})}{r} = \frac{-36}{r}$$

$$x = 0,2 : V_B = (9 \times 10^9) \frac{(-4 \times 10^{-9})}{(0,2)} = -180 \text{ V} \quad V_B(r) = \begin{cases} -180 \text{ V} & 0 < r \leq 0,2 \\ -36/r & 0,2 \leq r \leq \infty \end{cases}$$

$$0 < x < 0,2 : V_B = -180 \text{ V} \quad (E_B = 0 \text{ à l'intérieur})$$

Pour C : $V_C = k \frac{Q_C}{r}$ (potentiel d'une charge ponctuelle)

$$\infty > x \geq 0,3 : V_C = (9 \times 10^9) \frac{(-5 \times 10^{-9})}{r} = \frac{-45}{r}$$

$$x = 0,3 : V_C = (9 \times 10^9) \frac{(-5 \times 10^{-9})}{(0,3)} = -150 \text{ V} \quad V_C(r) = \begin{cases} -150 \text{ V} & 0 < r \leq 0,3 \\ -36/r & 0,3 \leq r \leq \infty \end{cases}$$

$$0 < x < 0,3 : V_C = -150 \text{ V} \quad (E_C = 0 \text{ à l'intérieur})$$

Appliquons le principe de superposition aux potentiels V_A , V_B et V_C évalués dans les quatre régions i, ii, iii et iv :

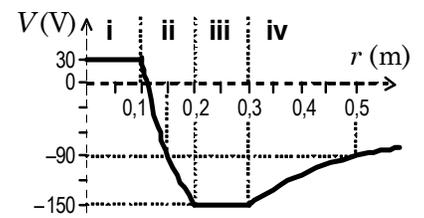
Avec : $V = V_A + V_B + V_C$

$$(i) 0 < x \leq 0,1 : V = (360) + (-180) + (-150) = 30 \text{ V}$$

$$(ii) 0,1 < x \leq 0,2 : V = (36/r) + (-180) + (-150) = 36/r - 330$$

$$(iii) 0,2 < x \leq 0,3 : V = (36/r) + (-36/r) + (-150) = -150 \text{ V}$$

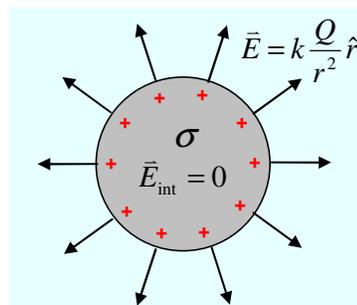
$$(iv) 0,3 \leq x < \infty : V = (36/r) + (-36/r) + (-45/r) = -45/r$$



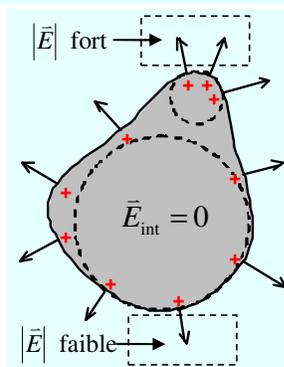
L'effet de pointe

À l'équilibre électrostatique, un **surplus** de **charges** se trouvant dans un conducteur se **répartissent** à la **surface** de celui-ci afin de produire un **champ électrique nul** à l'**intérieur du conducteur** ce qui permet à la **surface** de devenir une **équipotentielle électrique**.

Lorsque l'objet est une sphère, les charges sont uniformément réparties à la surface de la sphère et la densité surfacique σ de charges est constante tel qu'illustré sur le schéma ci-contre.



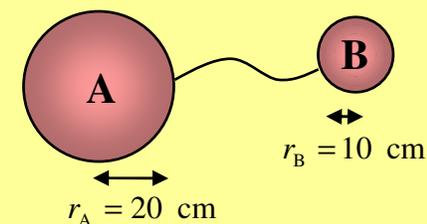
Pour un conducteur de forme quelconque, les charges se répartissent à la surface de façon non homogène. Afin de produire un champ électrique nul à l'intérieur du conducteur, les **charges** doivent être **plus concentrées** dans les régions du conducteur où la **courbure locale** est plus **prononcée** (là où il y a des pointes) tel qu'illustré sur le schéma ci-contre.



Puisqu'il y a plus de lignes de champ qui sont émises aux pointes, le module du champ électrique à l'extérieur du conducteur près de ces zones est plus élevé.

On donne le nom **d'effet de point** à ce phénomène.

Situation 3 : Le potentiel de deux sphères conductrices reliées entre elles. Une sphère conductrice A de 20 cm de rayon est reliée par un mince fil conducteur à une sphère conductrice B de 10 cm de rayon afin de former un seul objet conducteur. On donne à l'objet une charge de 15 nC. On désire déterminer **(a)** le potentiel à la surface de l'objet, **(b)** la charge qui se trouve sur chacune des sphères ainsi que **(c)** la densité surfacique de charge pour chacune des sphères.



On suppose que le fil reliant la sphère A et B est très long et qu'il possède une capacité nulle (il n'accumule pas de charge).

Puisque le fil est très mince, on peut supposer qu'il n'y aura pas d'accumulation de charges sur celui-ci ce qui fait en sorte que la charge totale va se répartir sur les deux sphères :

$$Q_{\text{tot}} = Q_A + Q_B = 15 \times 10^{-9} \text{ C}$$

Il est important de remarquer que la charge totale ne sera pas répartie uniformément. La répartition des charges va s'effectuer afin d'obtenir un **potentiel électrique identique** à la **surface** des **deux sphères** puisque les sphères sont conductrices et qu'elles sont reliées par un fil conducteur :

$$Q_A \neq Q_B$$

Puisque le potentiel électrique généré par une sphère uniformément chargée est équivalent à celui d'une charge ponctuelle, évaluons l'expression du potentiel électrique de chaque sphère afin de déterminer la charge électrique sur chacune :

$$\begin{aligned}
 V_A = V_B &\Rightarrow k \frac{Q_A}{r_A} = k \frac{Q_B}{r_B} && \text{(Potentiel charge ponctuelle : } V = k \frac{Q}{r} \text{)} \\
 &\Rightarrow \frac{Q_A}{r_A} = \frac{Q_B}{r_B} && \text{(Simplifier } k \text{)} \\
 &\Rightarrow \frac{Q_A}{r_A} = \frac{(Q_{\text{tot}} - Q_A)}{r_B} && \text{(Remplacer } Q_B = Q_{\text{tot}} - Q_A \text{)} \\
 &\Rightarrow \frac{Q_A}{r_A} = \frac{Q_{\text{tot}}}{r_B} - \frac{Q_A}{r_B} && \text{(Développer la fraction)} \\
 &\Rightarrow \frac{Q_A}{r_A} + \frac{Q_A}{r_B} = \frac{Q_{\text{tot}}}{r_B} && \text{(Isoler termes en } Q_A \text{)} \\
 &\Rightarrow Q_A \left(\frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_B} \right) = \frac{Q_{\text{tot}}}{r_B} && \text{(Factorier } Q_A \text{)} \\
 &\Rightarrow Q_A \left(\frac{r_B + r_A}{r_A r_B} \right) = \frac{Q_{\text{tot}}}{r_B} && \text{(Dénominateur commun)} \\
 &\Rightarrow Q_A = \frac{r_A Q_{\text{tot}}}{r_B + r_A} && \text{(Isoler } Q_A \text{ et simplifier } r_B \text{)} \\
 &\Rightarrow Q_A = \frac{(0,2)(15 \times 10^{-9})}{(0,1) + (0,2)} && \text{(Remplacer valeurs numériques)} \\
 &\Rightarrow \boxed{Q_A = 10 \times 10^{-9} \text{ C}} && \text{(b) (Évaluer } Q_A \text{)}
 \end{aligned}$$

Nous pouvons maintenant évaluer la charge sur la sphère B :

$$\begin{aligned}
 Q_{\text{tot}} = Q_A + Q_B &\Rightarrow (15 \times 10^{-9}) = (10 \times 10^{-9}) + Q_B && \text{(Remplacer valeurs numériques)} \\
 &\Rightarrow \boxed{Q_B = 5 \times 10^{-9} \text{ C}} && \text{(b) (Évaluer } Q_B \text{)}
 \end{aligned}$$

Nous pouvons maintenant évaluer le potentiel électrique des deux sphères :

$$V_A = k \frac{Q_A}{r_A} \Rightarrow V_A = (9 \times 10^{-9}) \frac{(10 \times 10^{-9})}{(0,2)} \quad (\text{Remplacer valeurs numériques})$$

$$\Rightarrow \boxed{V_A = 450 \text{ V}} \quad (\text{a}) \quad (\text{Évaluer } V_A = V_B)$$

Évaluons la densité surfacique de charges à la surface de nos deux sphères :

$$\sigma = \frac{Q}{A} \Rightarrow \sigma_A = \frac{Q_A}{4\pi r_A^2} = \frac{(10 \times 10^{-9})}{4\pi(0,2)^2} \Rightarrow \boxed{\sigma_A = 1,989 \times 10^{-8} \text{ C/m}^2}$$

$$\sigma_B = \frac{Q_B}{4\pi r_B^2} = \frac{(5 \times 10^{-9})}{4\pi(0,1)^2} \Rightarrow \boxed{\sigma_B = 3,979 \times 10^{-8} \text{ C/m}^2} \quad (\text{c})$$

P.S. Il est important de remarquer que la densité surfacique de charges est plus élevée sur la sphère B dont la courbure est plus prononcée ce qui est une autre manifestation de l'effet de pointe. Le champ électrique sera alors plus intense à la surface de la sphère B que de la sphère A.

Le paratonnerre

Inventé par le physicien américain Benjamin Franklin en 1752, le paratonnerre permet par l'effet de pointe d'augmenter la probabilité de faire chuter la foudre sur la structure métallique du paratonnerre qui est reliée à une mise à la terre.



Benjamin Franklin
(1706-1790)

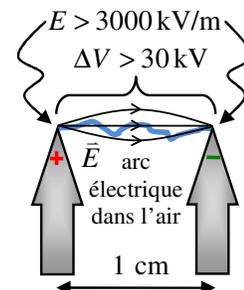


La tour Eiffel joue le rôle de paratonnerre dans la ville de Paris.

Quand l'air devient conducteur

Lorsqu'il y a un arc électrique qui survient dans l'air, cela signifie que l'air est devenu conducteur. Sous la présence d'un champ électrique très élevé, les molécules présentes dans l'air se font ioniser (électrons arrachés de la structure) et deviennent ainsi conductrices.

Voici l'ordre de grandeur du champ électrique requis pour observer un tel phénomène. Avec un tel champ électrique, on ne peut pas considérer l'air comme un bon isolant.



En N / C	En V / m
$E = 3000000 \text{ N/C}$	$E = 3000 \text{ kV/m}$ $E = 30 \text{ kV/cm}$