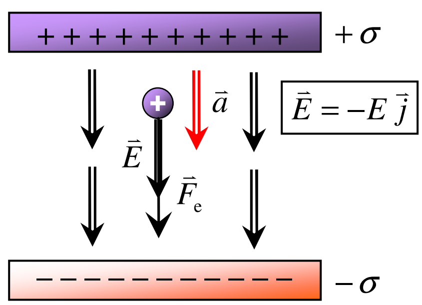
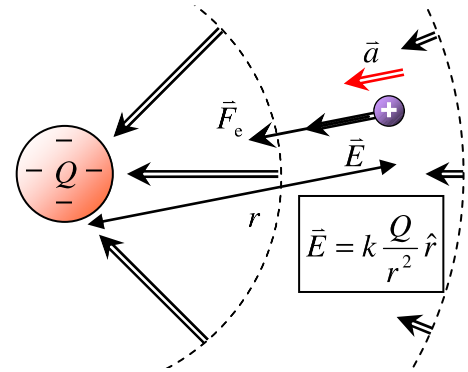
Chapitre 2.3a – Le mouvement d'une particule chargée sous l'effet d'autres particules chargées

Cinématique et force électrique

Voici deux situations où il y a une particule chargée en mouvement dans un champ électrique $\vec{E}$. Il y aura donc dans les deux situations une force électrique $\vec{F} = q\vec{E}$:

Champ $\vec{E}$ constant	Champ $\vec{E}$ radial en $1/r^2$
	
Cinématique : Équation MUA avec $\vec{a} = \dfrac{q\vec{E}}{m}$	**Cinématique :** Conservation de l'énergie avec $U_e = k\dfrac{qQ}{r}$

Conservation de l'énergie

En mécanique, la notion de conservation de l'énergie a été introduite et fut généralisée de la façon suivante :

$$E_f = E_i + W_{ext} \quad \text{tel que} \quad E = K + U$$

où E_f : Énergie finale du système (J)

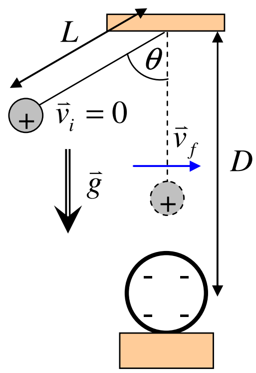
E_i : Énergie initiale du système (J)

W_{ext} : Travail extérieur (non conservatif) (J) $\qquad (W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}\,)$

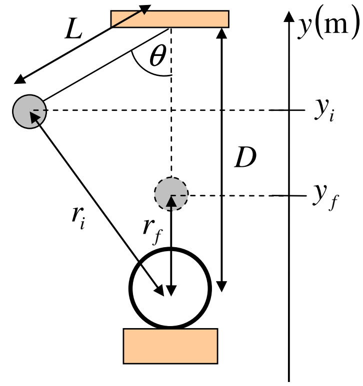
Catégorie d'énergie			
Cinétique	Énergie potentielle gravitationnelle	Énergie potentielle du ressort	Énergie potentielle électrique de deux charges ponctuelles
$K = \dfrac{1}{2}mv^2$	$U_g = mgy$ $U_g = -G\dfrac{mM}{r}$	$U_r = \dfrac{1}{2}ke^2$	$U_e = k\dfrac{qQ}{r}$

Situation A : ***Un pendule influencé par g et E.*** Un pendule de masse $m = 50$ g et de longueur $L = 3$ m possédant une charge électrique $q = 3$ µC est fixé à un plafond (la corde est de masse négligeable). Sous le point de fixation du pendule est située à une distance $D = 5$ m une sphère uniformément chargée de charge $Q = -7$ µC. On désire évaluer la vitesse du pendule lorsque la corde est alignée verticalement sachant que le pendule était immobile lorsque la corde effectuait un angle $\theta = 60°$ par rapport à la verticale.

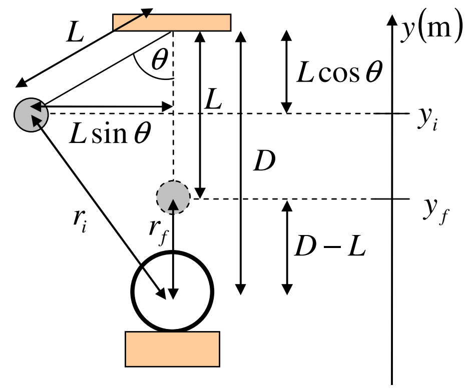
Voici la représentation de la situation :



Mesure effectuée sur le schéma pour évaluer les énergies potentielles :



Détails des mesures :



Voici les expressions mathématiques des différentes mesures :

y_f : Choix arbitraire $\boxed{y_f = 0}$

y_i : $y_i = L(1-\cos\theta) \Rightarrow y_i = (3)(1-\cos(60°)) \Rightarrow \boxed{y_i = 1{,}5 \text{ m}}$

r_f : $r_f = D - L \Rightarrow r_f = (5)-(3) \Rightarrow \boxed{r_f = 2 \text{ m}}$

r_i : $r_i = \sqrt{(L\sin\theta)^2 + (D - L\cos\theta)^2} \Rightarrow r_i = \sqrt{L^2\sin^2\theta + D^2 - 2DL\cos\theta + L^2\cos^2\theta}$

<u>Rappel :</u> $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1 \Rightarrow r_i = \sqrt{L^2 + D^2 - 2DL\cos\theta}$

$\Rightarrow r_i = \sqrt{(3)^2 + (5)^2 - 2(3)(5)\cos(60°)}$

$\Rightarrow \boxed{r_i = 4{,}359 \text{ m}}$

Évaluons nos termes d'énergie potentielle gravitationnelle : ($U_g = mgy$)

- $U_{gi} = mgy_i \Rightarrow U_{gi} = (0{,}05)(9{,}8)(1{,}5) \Rightarrow \boxed{U_{gi} = 0{,}735 \text{ J}}$
- $U_{gf} = mgy_f \Rightarrow U_{gi} = (0{,}05)(9{,}8)(0) \Rightarrow \boxed{U_{gf} = 0}$

Évaluons nos termes d'énergie potentielle électrique : ($U_e = k\dfrac{qQ}{r}$)

- $U_{ei} = k\dfrac{qQ}{r_i}$ $\Rightarrow$ $U_{ei} = (9\times10^9)\dfrac{(3\times10^{-6})(-7\times10^{-6})}{(4{,}359)}$ $\Rightarrow$ $\boxed{U_{ei} = -0{,}0434 \text{ J}}$

- $U_{ef} = k\dfrac{qQ}{r_f}$ $\Rightarrow$ $U_{ef} = (9\times10^9)\dfrac{(3\times10^{-6})(-7\times10^{-6})}{(2)}$ $\Rightarrow$ $\boxed{U_{ef} = -0{,}0945 \text{ J}}$

Évaluons l'énergie cinétique du pendule à l'aide de la conservation de l'énergie au point le plus bas :

$$E_f = E_i + W_{nc}$$

$\Rightarrow$ $K_f + U_f = K_i + U_i$ (Remplacer $E = K + U$ et $W_{nc} = 0$)

$\Rightarrow$ $K_f + U_{gf} + U_{ef} = K_i + U_{gi} + U_{ei}$ (Remplacer $U = U_g + U_e$)

$\Rightarrow$ $K_f + (0) + (-0{,}0945) = (0) + (0{,}735) + (-0{,}0434)$ (Remplacer valeurs num.)

$\Rightarrow$ $\boxed{K_f = 0{,}7861 \text{ J}}$

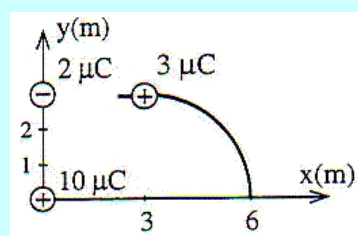
Évaluons la vitesse du pendule au point le plus bas :

$K = \dfrac{1}{2}mv^2$ $\Rightarrow$ $v = \sqrt{\dfrac{2K}{m}}$ (Isoler v)

$\Rightarrow$ $v = \sqrt{\dfrac{2(0{,}7861)}{(0{,}05)}}$ (Remplacer valeurs num.)

$\Rightarrow$ $\boxed{v = 5{,}607 \text{ m/s}}$ (Évaluer v)

Situation B : ***Une bille glisse sur un fil.*** Une bille de 2 g, chargée à 3 µC, peut coulisser sans frottement sur un fil rigide en forme de quart de cercle placé dans le plan horizontal *xy*, de (3,3) à (6,0), dans un champ électrique dû à une charge #1 de 10 µC fixée à (0,0) et une charge #2 de -2 µC, fixée à (0,3) tel que montré. On désire calculer **(a)** le potentiel aux points de départ et d'arrivée et **(b)** la vitesse d'arrivée à (6,0) si on dépose la bille sur le fil à (3,3).On **néglige** la **force gravitationnelle**.



Voici nos données de base :

- $Q_1 = 10\times10^{-6}\,\text{C}$
- $Q_2 = -2\times10^{-6}\,\text{C}$
- $q = 3\times10^{-6}\,\text{C}$
- $r_{1i} = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18}$ m
- $r_{2i} = 3$ m
- $r_{1f} = 6$ m
- $r_{2f} = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45}$ m

(a) Évaluons le potentiel avec : $V = V_1 + V_2 = k\dfrac{Q_1}{r_1} + k\dfrac{Q_2}{r_2}$

<u>Initiale :</u> $V_i = k\dfrac{Q_1}{r_{1i}} + k\dfrac{Q_2}{r_{2i}} = (9\times10^9)\dfrac{(10\times10^{-6})}{(\sqrt{18})} + (9\times10^9)\dfrac{(-2\times10^{-6})}{(3)} = 15200\ \text{V}$

<u>Finale :</u> $V_f = k\dfrac{Q_1}{r_{1f}} + k\dfrac{Q_2}{r_{2f}} = (9\times10^9)\dfrac{(10\times10^{-6})}{(6)} + (9\times10^9)\dfrac{(-2\times10^{-6})}{(\sqrt{45})} = 12300\ \text{V}$

(b) Évaluons la vitesse d'arrivée avec la conservation de l'énergie :

$E_f = E_i + W_{nc} \Rightarrow U_f + K_f = U_i$ ($K_i = 0$, $W_{nc} = 0$)

$\Rightarrow K_f = U_i - U_f$ (Isoler K_f)

$\Rightarrow \left(\dfrac{1}{2}mv_f^{\,2}\right) = (qV_i) - (qV_f)$ (Remplacer $K = \dfrac{1}{2}mv^2$ et $U = qV$)

$\Rightarrow v_f^{\,2} = \dfrac{2q}{m}(V_i - V_f)$ (Isoler $v_f^{\,2}$)

$\Rightarrow v_f^{\,2} = \dfrac{2(3\times10^{-6})}{(0{,}002)}((15200) - (12300))$ (Remplacer valeurs numériques)

$\Rightarrow v_f^{\,2} = 8{,}7$ (Calcul)

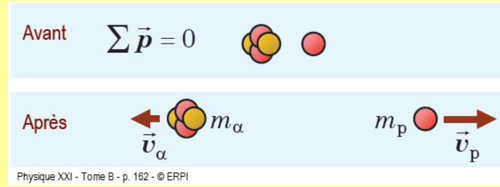
$\Rightarrow \boxed{v_f = 2{,}950\ \text{m/s}}$ (Évaluer v_f)

Interaction entre deux particules chargées libres

Lors d'une interaction entre deux particules chargées libres, l'interaction entre les particules fait varier l'énergie potentielle électrique U_e du système, mais l'énergie du système $E = K + U_\text{e}$ est conservée ainsi que la quantité de mouvement du système $\vec{p}$. Ces interactions sont comparables à des collisions élastiques.

Collision élastique entre deux particules chargées		
Conservation de l'énergie	$E_f = E_i$ ($W_\text{ext} = 0$) $K_{1i} + K_{2i} + U_{\text{e}f} = K_{1i} + K_{2i} + U_{\text{e}i}$	• $K = \dfrac{1}{2}mv^2$ • $U_\text{e} = k\dfrac{q_1 q_2}{r}$
Conservation de la quantité de mouvement	$\vec{p}_f = \vec{p}_i$ ($\vec{J}_\text{ext} = 0$) $\vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f} = \vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i}$	• $\vec{p} = m\vec{v}$

Situation 2 : *Un proton et une particule alpha se repoussent.* Un proton et une particule alpha ($q_\alpha = 2e, m_\alpha = 4m_\mathrm{p}$) sont initialement immobiles à 8 nm l'un de l'autre : en raison de la force électrique qu'ils s'exercent l'une sur l'autre, ils se repoussent.



On désire déterminer le module de la vitesse du proton lorsqu'il se trouve à une très grande distance de la particule alpha.

Évaluons l'énergie potentielle électrique du système au début et à la fin du mouvement :

$$U_\mathrm{e} = k\frac{q_1 q_2}{r} \quad \Rightarrow \quad U_\mathrm{e} = k\frac{(e)(2e)}{r} \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_\mathrm{e} = \frac{2ke^2}{r}}$$

<u>Intiale :</u> ($r = 8\times10^{-9}$ m) $\quad U_{\mathrm{e}i} = \dfrac{2(9\times10^9)(1{,}6\times10^{-19})^2}{(8\times10^{-9})} \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_{\mathrm{e}i} = 5{,}76\times10^{-20}\ \mathrm{J}}$

<u>Finale :</u> ($r = \infty$) $\quad U_{\mathrm{e}f} = \dfrac{2(9\times10^9)(1{,}6\times10^{-19})^2}{(\infty)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_{\mathrm{e}f} = 0}$

Appliquons la conservation de l'énergie :

$$E_f = E_i \quad \Rightarrow \quad K_{\mathrm{p}i} + K_{\alpha i} + U_{\mathrm{e}f} = K_{\mathrm{p}i} + K_{\alpha i} + U_{\mathrm{e}i} \qquad (E = K + U)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m_\mathrm{p}v_{\mathrm{p}f}^{\ 2} + \frac{1}{2}m_\alpha v_{\alpha f}^{\ 2} + U_{\mathrm{e}f} = \frac{1}{2}m_\mathrm{p}v_{\mathrm{p}i}^{\ 2} + \frac{1}{2}m_\alpha v_{\alpha i}^{\ 2} + U_{\mathrm{e}i} \qquad (K = \frac{1}{2}mv^2)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m_\mathrm{p}v_{\mathrm{p}f}^{\ 2} + \frac{1}{2}m_\alpha v_{\alpha f}^{\ 2} + U_{\mathrm{e}f} = U_{\mathrm{e}i} \qquad (v_{\mathrm{p}i} = 0, v_{\alpha i} = 0)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m_\mathrm{p}v_{\mathrm{p}f}^{\ 2} + \frac{1}{2}(4m_\mathrm{p})v_{\alpha f}^{\ 2} = U_{\mathrm{e}i} \qquad (m_\alpha = 4m_\mathrm{p})$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\frac{1}{2}m_\mathrm{p}v_{\mathrm{p}f}^{\ 2} + 2m_\mathrm{p}v_{\alpha f}^{\ 2} = U_{\mathrm{e}i}} \qquad \text{(Simplifier)}$$

Appliquons la conservation de la quantité de mouvement :

$$\vec{p}_f = \vec{p}_i \quad \Rightarrow \quad p_{xf} = p_{xi} \qquad \text{(1D selon l'axe } x\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad p_{x\mathrm{p}f} + p_{x\alpha f} = p_{x\mathrm{p}i} + p_{x\alpha i} \qquad (p_x = p_{x\mathrm{p}} + p_{x\alpha})$$

$$\Rightarrow \quad m_\mathrm{p}v_{x\mathrm{p}f} + m_\alpha v_{x\alpha f} = m_\mathrm{p}v_{x\mathrm{p}i} + m_\alpha v_{x\alpha i} \qquad (p_x = mv_x)$$

$$\Rightarrow \quad m_\mathrm{p}v_{x\mathrm{p}f} + m_\alpha v_{x\alpha f} = 0 \qquad (v_{x\mathrm{p}i} = 0, v_{x\alpha i} = 0)$$

$$\Rightarrow \quad m_\mathrm{p}v_{x\mathrm{p}f} + (4m_\mathrm{p})v_{x\alpha f} = 0 \qquad (m_\alpha = 4m_\mathrm{p})$$

$$\Rightarrow \quad v_{x\mathrm{p}f} + 4v_{x\alpha f} = 0 \qquad \text{(Simplifier } m_\mathrm{p}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{v_{x\alpha f} = -\frac{1}{4}v_{x\mathrm{p}f}} \qquad \text{(Isoler } v_{x\alpha f}\text{)}$$

Remplaçons l'équation précédente dans l'équation de la conservation de l'énergie et évaluons la vitesse finale du proton :

$$\frac{1}{2}m_{\mathrm{p}}v_{\mathrm{p}f}{}^{2}+2m_{\mathrm{p}}v_{\alpha f}{}^{2}=U_{\mathrm{e}i} \qquad \text{(Conservation énergie)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m_{\mathrm{p}}v_{x\mathrm{p}f}{}^{2}+2m_{\mathrm{p}}v_{x\alpha f}{}^{2}=U_{\mathrm{e}i} \qquad \text{(Selon l'axe } x\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m_{\mathrm{p}}v_{x\mathrm{p}f}{}^{2}+2m_{\mathrm{p}}\left(-\frac{1}{4}v_{x\mathrm{p}f}\right)^{2}=U_{\mathrm{e}i} \qquad \text{(Remplacer } v_{x\alpha f}=-\frac{1}{4}v_{x\mathrm{p}f}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m_{\mathrm{p}}v_{x\mathrm{p}f}{}^{2}+2m_{\mathrm{p}}\left(\frac{v_{x\mathrm{p}f}{}^{2}}{16}\right)=U_{\mathrm{e}i} \qquad \text{(Développer carré)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m_{\mathrm{p}}v_{x\mathrm{p}f}{}^{2}+\frac{1}{8}m_{\mathrm{p}}v_{x\mathrm{p}f}{}^{2}=U_{\mathrm{e}i} \qquad \text{(Simplifier)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{5}{8}m_{\mathrm{p}}v_{x\mathrm{p}f}{}^{2}=U_{\mathrm{e}i} \qquad \text{(Additionner termes)}$$

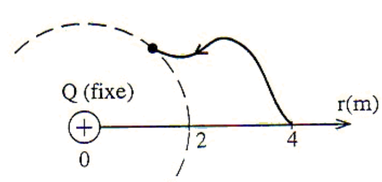
$$\Rightarrow \quad \frac{5}{8}\left(1{,}67\times10^{-27}\right)v_{x\mathrm{p}f}{}^{2}=\left(5{,}76\times10^{-20}\right) \qquad \text{(Remplacer valeurs num.)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{v_{x\mathrm{p}f}=\pm7429\ \text{m/s}} \qquad \text{(Évaluer } v_{x\mathrm{p}f}\text{)}$$

Exercices

2.3.9 ***La désintégration du plutonium.*** Dans l'espace, un noyau de plutonium 238 (94 protons et 144 neutrons) se désintègre : les produits sont un noyau d'uranium 234 (92 protons et 142 neutrons) et une particule alpha (2 protons et deux neutrons). Immédiatement après la désintégration, le noyau d'uranium et la particule alpha ont une vitesse négligeable et ils sont à 10^{-14} m l'un de l'autre : en raison de la répulsion électrique, ils se repoussent l'un l'autre et acquièrent rapidement de la vitesse. **(a)** À l'instant où le noyau d'uranium se déplace à 40 km/s, quel est le module de la vitesse de la particule alpha ? **(b)** Quel est le module de la vitesse du noyau d'uranium lorsqu'il se trouve à 10^{-13} m de la particule alpha ?

Exercice A : ***Une charge se déplace près d'une charge ponctuelle.*** On dépose une charge-test de + 4 C et de 2 kg dans le champ d'une charge de + 10 C fixée à $r = 0$. Un expérimentateur dépose la charge-test à 4 m et la pousse jusqu'à 2 m, sur la trajectoire montrée ci-contre, en effectuant un travail de $100\times10^{9}\,\mathrm{J}$. On désire évaluer la vitesse de la charge-test après le travail.



Référence : Note Sciences Santé – Chapitre 2 - Exercice 2

Soit une charge de +10 C fixée à r = 0.

a) Quelle est l'énergie potentielle d'une charge de -2 C à l'infini si l'on respecte notre convention.

b) On permet à la charge de -2 C de se déplacer dans le champ électrique et elle s'approche jusqu'à 1000 m de l'origine. Quelle sera la valeur de l'énergie potentielle à cet endroit ?

c) Si l'on calcul la différence d'énergie potentielle entre la position à l'infini et la nouvelle position. Quel résultat obtenez-vous ?

d) Est-ce logique avec la loi de la conservation de l'énergie ?

Solutions

2.3.9 ***La désintégration du plutonium.***

Utilisons les indices suivants :

- Plutonium : P
- Uranium : U ($m_{\mathrm{U}} = 234 m_{\mathrm{p}}$ et $q_{\mathrm{U}} = 92\,e$)
- Alpha : α ($m_{\alpha} = 4 m_{\mathrm{p}}$ et $q_{\alpha} = 2\,e$)
- Proton : p ($m_{\mathrm{p}} = 1{,}67\times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$ et $q_{\mathrm{p}} = 1{,}6\times 10^{-19}\,\mathrm{C}$)

Puisqu'il y a conservation de la quantité de mouvement dans une désintégration et que nous avons la vitesse du noyau d'uranium, nous pouvons déduire la vitesse de la particule alpha :

$$p_{xf} = p_{xi} \quad \Rightarrow \quad p_{x\mathrm{U}f} + p_{x\alpha f} = p_{x\mathrm{P}}$$

$$\Rightarrow \quad m_{\mathrm{U}} v_{x\mathrm{U}f} + m_{\alpha} v_{x\alpha f} = m_{\mathrm{P}} v_{x\mathrm{P}i}$$

$$\Rightarrow \quad m_{\mathrm{U}} v_{x\mathrm{U}f} + m_{\alpha} v_{x\alpha f} = 0 \qquad (v_{x\mathrm{P}i} = 0)$$

$$\Rightarrow \quad (234 m_{\mathrm{p}})(40\,\mathrm{km/s}) + (4 m_{\mathrm{p}}) v_{x\alpha f} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{v_{x\alpha f} = -2340\ \mathrm{km/s}} \qquad \textbf{(a)}$$

Évaluons l'énergie potentielle électrique du système au début et à la fin du mouvement :

$$U_{\mathrm{e}} = k\frac{q_{\mathrm{U}}q_{\alpha}}{r} \quad \Rightarrow \quad U_{\mathrm{e}} = k\frac{(92e)(2e)}{r} \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_{\mathrm{e}} = \frac{184ke^2}{r}}$$

<u>Intiale :</u> ($r = 1\times10^{-14}\,\mathrm{m}$) $\quad U_{\mathrm{e}i} = \dfrac{184\left(9\times10^{9}\right)\left(1{,}6\times10^{-19}\right)^2}{\left(1\times10^{-14}\right)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_{\mathrm{e}i} = 4{,}239\times10^{-12}\,\mathrm{J}}$

<u>Finale :</u> ($r = 1\times10^{-13}\,\mathrm{m}$) $\quad U_{\mathrm{e}f} = \dfrac{184\left(9\times10^{9}\right)\left(1{,}6\times10^{-19}\right)^2}{\left(1\times10^{-13}\right)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_{\mathrm{e}f} = 4{,}239\times10^{-13}\,\mathrm{J}}$

Appliquons la conservation de la quantité de mouvement afin d'obtenir une relation entre les vitesses finales à partir d'une équation précédente :

$$m_{\mathrm{U}}v_{x\mathrm{U}f} + m_{\alpha}v_{x\alpha f} = 0 \quad \Rightarrow \quad v_{x\alpha f} = -\frac{m_{\mathrm{U}}}{m_{\alpha}}v_{x\mathrm{U}f}$$

$$\Rightarrow \quad v_{x\alpha f} = -\frac{\left(234m_{\mathrm{p}}\right)}{\left(4m_{\mathrm{p}}\right)}v_{x\mathrm{U}f}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{v_{x\alpha f} = -58{,}5\,v_{x\mathrm{U}f}}$$

Appliquons la conservation de l'énergie à notre situation :

$$E_f = E_i$$

$$\Rightarrow \quad K_{\mathrm{U}i} + K_{\alpha i} + U_{\mathrm{e}f} = K_{\mathrm{U}i} + K_{\alpha i} + U_{\mathrm{e}i} \qquad (E = K + U)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m_{\mathrm{U}}v_{\mathrm{U}f}^{\;2} + \frac{1}{2}m_{\alpha}v_{\alpha f}^{\;2} + U_{\mathrm{e}f} = \frac{1}{2}m_{\mathrm{U}}v_{\mathrm{U}i}^{\;2} + \frac{1}{2}m_{\alpha}v_{\alpha i}^{\;2} + U_{\mathrm{e}i} \qquad (K = \frac{1}{2}mv^2)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}m_{\mathrm{U}}v_{\mathrm{U}f}^{\;2} + \frac{1}{2}m_{\alpha}v_{\alpha f}^{\;2} + U_{\mathrm{e}f} = U_{\mathrm{e}i} \qquad (v_{\mathrm{U}i} = 0\,,\, v_{\alpha i} = 0)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}\left(234m_{\mathrm{p}}\right)v_{\mathrm{U}f}^{\;2} + \frac{1}{2}\left(4m_{\mathrm{p}}\right)\left(58{,}5\,v_{\mathrm{U}f}\right)^2 + U_{\mathrm{e}f} = U_{\mathrm{e}i}$$

$$\Rightarrow \quad 117\,m_{\mathrm{p}}v_{\mathrm{U}f}^{\;2} + 6844{,}5\,m_{\mathrm{p}}v_{\mathrm{U}f}^{\;2} + U_{\mathrm{e}f} = U_{\mathrm{e}i}$$

$$\Rightarrow \quad 6961{,}5\,m_{\mathrm{p}}v_{\mathrm{U}f}^{\;2} + U_{\mathrm{e}f} = U_{\mathrm{e}i}$$

$$\Rightarrow \quad v_{\mathrm{U}f} = \sqrt{\frac{U_{\mathrm{e}i} - U_{\mathrm{e}f}}{6961{,}5\,m_{\mathrm{p}}}}$$

$$\Rightarrow \quad v_{\mathrm{U}f} = \sqrt{\frac{\left(4{,}239\times10^{-12}\right) - \left(4{,}239\times10^{-13}\right)}{6961{,}5\left(1{,}67\times10^{-27}\right)}}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{v_{\mathrm{U}f} = 5{,}728\times10^{5}\,\mathrm{m/s}} \qquad \textbf{(b)}$$

Exercice A : ***Une charge se déplace près d'une charge ponctuelle.***

Évaluons l'énergie potentielle électrique existant entre la charge-test et la charge fixe lorsqu'elles sont séparées de 2 m et de 4 m :

$$U = k\frac{q_1 q_2}{r} \quad \Rightarrow \quad U_2 = k\frac{q_1 q_2}{r} = \left(9\times10^9\right)\frac{(4)(10)}{(2)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_2 = 1{,}8\times10^{11}\ \text{J}}$$

$$U_4 = k\frac{q_1 q_2}{r} = \left(9\times10^9\right)\frac{(4)(10)}{(4)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_4 = 9\times10^{10}\ \text{J}}$$

Évaluons la vitesse de la charge-test après un travail de $100\times10^9\ \text{J}$ permettant à la charge-test de passer d'une distance de 4 m à une distance de 2 m de la charge fixée à l'aide de la conservation de l'énergie :

$$E_f = E_i + W_{nc} \Rightarrow \quad U_f + K_f = K_i + U_i + W_{nc} \qquad \text{(Remplacer } E = K + U\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad (U_2) + \left(\frac{1}{2} m v_f^{\ 2}\right) = (0) + (U_4) + W_{nc} \qquad \text{(Remplacer termes)}$$

$$\Rightarrow \quad v_f^{\ 2} = \frac{2}{m}\left(U_4 - U_2 + W_{nc}\right) \qquad \text{(Isoler } v_f^{\ 2}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad v_f^{\ 2} = \frac{2}{(2)}\left(\left(9\times10^{10}\right) - \left(1{,}8\times10^{11}\right) + \left(100\times10^9\right)\right) \qquad \text{(Remplacer valeurs num.)}$$

$$\Rightarrow \quad v_f^{\ 2} = 1{,}0\times10^{10} \qquad \text{(Calcul)}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{v_f = 1{,}0\times10^5\ \text{m/s}} \qquad \text{(Évaluer } v_f\text{)}$$

<u>Référence :</u> Note Sciences Santé – Chapitre 2 - Exercice 2

a) Par définition, l'énergie potentielle à l'infini est zéro. Ainsi : $U_\infty = 0$

b) Avec $U = k\dfrac{qQ}{r}$: $U_{1000} = \left(9\times10^9\right)\dfrac{(-2)(10)}{(1000)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_{1000} = -1{,}8\times10^8\ \text{J}}$

c) Avec $\Delta U = U_f - U_i$:

$$\Delta U = U_{1000} - U_\infty \quad \Rightarrow \quad \Delta U = \left(-1{,}8\times10^8\right) - (0) \Rightarrow \quad \boxed{\Delta U = -1{,}8\times10^8\ \text{J}}$$

d) Avec $W_{nc} = \Delta K + \Delta U$ et $W_{nc} = 0\ \text{J}$

$$0 = \Delta K + \Delta U \quad \Rightarrow \quad \Delta K = -\Delta U \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta K = 1{,}8\times10^8\ \text{J}}$$

Ceci est logique, car la charge-test négative est attirée par la charge positive à l'origine ce qui fait perdre de l'énergie potentielle pour être transformée en énergie cinétique.