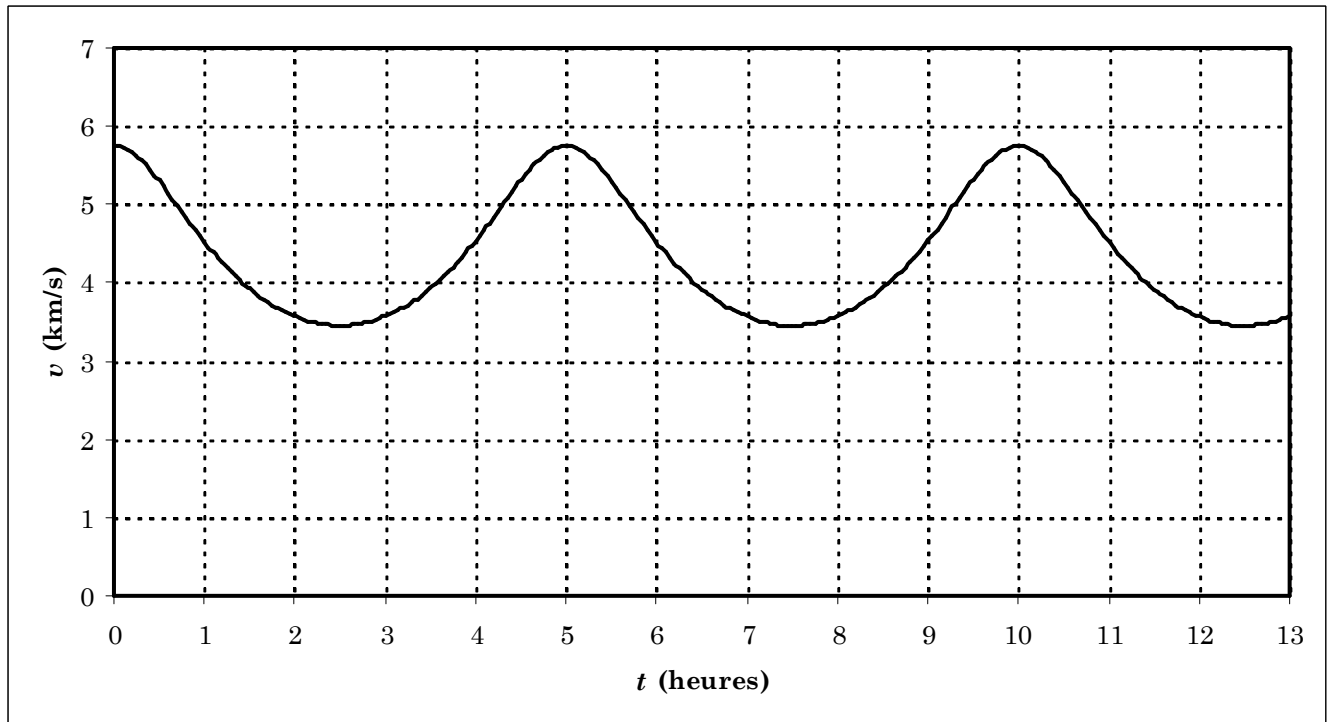


« *metroid en détresse* »

Dans l'espace intersidéral, Samus poursuit Ridley pour récupérer la capsule contenant la larve de metroid. Le vaisseau spatial de Ridley ayant été endommagé, il décide d'aller se réfugier quelques temps sur la planète Zebes. Pour empêcher Samus de le poursuivre, Ridley largue la capsule dans l'espace un peu avant d'atterrir. La capsule se retrouve donc quelque part en orbite autour de la planète Zebes.

La capsule du metroid est dotée d'un instrument qui mesure la vitesse de la capsule par rapport à la planète et qui transmet constamment l'information au vaisseau de Samus. En recueillant les données pendant quelques heures, Samus obtient le graphique suivant du module de la vitesse de la capsule en fonction du temps. La vitesse maximale lue sur le graphique est 5,75 km/s et la vitesse minimale est 3,45 km/s.



(a) L'orbite de la capsule autour de la planète est-elle circulaire ou elliptique ? Justifiez votre réponse.

(b) Expliquez qualitativement pourquoi le graphique de la vitesse en fonction du temps n'est pas une fonction sinusoïdale parfaite.

Pour récupérer la capsule, Samus veut d'abord placer son vaisseau en orbite circulaire autour de Zebes. Par ailleurs, pour éviter d'attirer l'attention des Space Pirates habitant sur la planète, elle veut intercepter la capsule sur son orbite au moment où celle-ci se trouve le plus éloigné possible de la surface de la planète.

(c) Quelle sera le module de la vitesse du vaisseau de Samus lorsque celui-ci sera placé en orbite autour de la planète Zebes ?

indice #1 : L'orbite de la capsule est forcément elliptique puisque le module de la vitesse varie périodiquement en fonction du temps. (Une trajectoire circulaire aurait une vitesse de module constant.)

indice #2 : Le graphique de la vitesse en fonction du temps n'est pas un sinus parfait car ... comme la vitesse au périhélie est plus élevée que celle à l'aphélie, la capsule passe moins de temps près du périhélie que près de l'aphélie. C'est pourquoi le graphique ressemble grossièrement à une fonction sinus, mais avec les sommets plus étroits et les creux plus larges.

indice #3 : En observant le graphique, on peut facilement déterminer v_P : la vitesse de la capsule au périhélie, v_A : la vitesse de la capsule à l'aphélie ainsi que T : la période orbitale de la capsule.

$$(v_P = 5,75 \text{ km/s} = 5\,750 \text{ m/s})$$

$$(v_A = 3,45 \text{ km/s} = 3\,450 \text{ m/s})$$

$$(T = 5 \text{ heures} = 18\,000 \text{ s})$$

indice #4 : Connaissant v_P et v_A , on peut calculer v_m : la vitesse moyenne de la capsule sur sa trajectoire ainsi que e : l'excentricité de l'orbite de la capsule.

$$(v_m = 4\,600 \text{ m/s})$$

$$(e = 0,25)$$

indice #5 : Connaissant v_m et e , on peut calculer a : le demi-grand axe de l'orbite de la capsule.

$$(a = 1,276 \times 10^7 \text{ m})$$

indice #6 : Connaissant a et T , on peut calculer M_c : la masse de la planète Zebes.

$$(M_c = 3,796 \times 10^{24} \text{ kg})$$

indice #7 : Le petit paragraphe qui précède la question (c) signifie que Samus veut se mettre en orbite circulaire autour de Zebes et elle veut que le rayon de son orbite circulaire corresponde à la distance entre la planète et la capsule lorsque celle-ci se trouve à l'aphélie.

indice #8 : Connaissant a et e , on peut calculer D_A : la distance entre le centre de Zebes et l'aphélie de l'orbite de la capsule, qui correspond également au rayon de l'orbite circulaire du vaisseau de Samus.

$$(D_A = r = 1,595 \times 10^7 \text{ m})$$

indice #9 : Connaissant M_c et r , on peut calculer v_{circ} : la vitesse de l'orbite circulaire du vaisseau de Samus autour de Zebes.

réponse : la vitesse du vaisseau de Samus sera de 3 980 m/s lorsqu'il sera en orbite.